

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1.  ${}_8P_2$ 의 값은? [2점]

- ① 32    ② 40    ③ 48    ④ 56    ⑤ 64

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+12x)}{3x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

3. 함수  $f(x) = e^{3x-2}$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [2점]

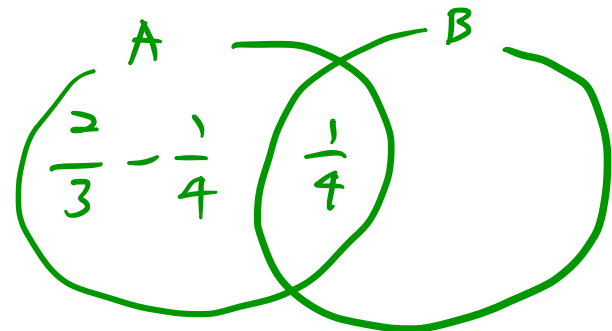
- ①  $e$     ②  $2e$     ③  $3e$     ④  $4e$     ⑤  $5e$

4. 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

일 때,  $P(A^c \cup B)$ 의 값은? (단,  $A^c$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{7}{12}$     ③  $\frac{2}{3}$     ④  $\frac{3}{4}$     ⑤  $\frac{5}{6}$



5. 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{36} = 1$ 의 두 초점 사이의 거리가  $6\sqrt{6}$ 일 때,  $a^2$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 14    ② 16    ③ 18    ④ 20    ⑤ 22

$$a^2 + 36 = 54$$

7. 부등식  $\frac{27}{9^x} \geq 3^{x-9}$ 을 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 개수는? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

$$3 - 2x \geq x - 9$$

6. 함수  $f(x) = \tan 2x + 3 \sin x$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\pi+h) - f(\pi-h)}{h}$ 의 값은? [3점]

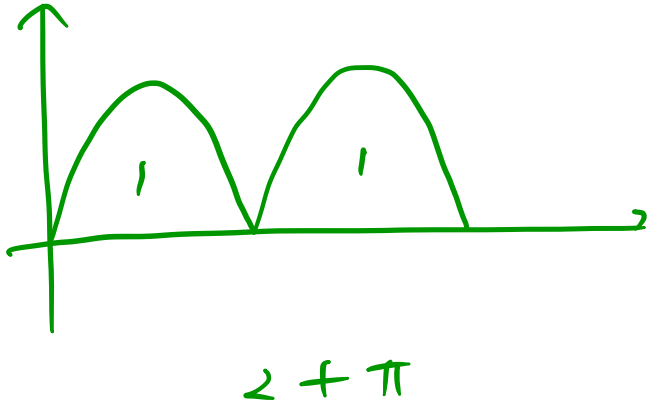
- ① -2    ② -4    ③ -6    ④ -8    ⑤ -10

$$2 f'(\pi)$$

$$2 \sec^2 2\pi + 3 \cos(\pi)$$

8. 곡선  $y = |\sin 2x| + 1$  과  $x$  축 및 두 직선  $x = \frac{\pi}{4}$ ,  $x = \frac{5\pi}{4}$  로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ①  $\pi + 1$     ②  $\pi + \frac{3}{2}$     ③  $\pi + 2$     ④  $\pi + \frac{5}{2}$     ⑤  $\pi + 3$



9. 곡선  $e^x - e^y = y$  위의 점  $(a, b)$ 에서의 접선의 기울기가 1일 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ①  $1 + \ln(e+1)$     ②  $2 + \ln(e^2+2)$     ③  $3 + \ln(e^3+3)$
- ④  $4 + \ln(e^4+4)$     ⑤  $5 + \ln(e^5+5)$

$$e^a - e^b = b$$

$$e^a - e^b \cdot X = X$$

$$X = \frac{e^a}{1 + e^b} = 1$$

$$A - B = b \quad b = 1$$

$$A = 1 + B \quad a = \ln(1 + e)$$

10. 어느 지구대에서는 학생들의 안전한 통학을 위한 귀가도우미 프로그램에 참여하기로 하였다. 이 지구대의 경찰관은 모두 9명이고, 각 경찰관은 두 개의 근무조 A, B 중 한 조에 속해 있다. 이 지구대의 근무조 A는 5명, 근무조 B는 4명의 경찰관으로 구성되어 있다. 이 지구대의 경찰관 9명 중에서 임의로 3명을 동시에 귀가도우미로 선택할 때, 근무조 A와 근무조 B에서 적어도 1명씩 선택될 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{7}{12}$     ③  $\frac{2}{3}$     ④  $\frac{3}{4}$     ⑤  $\frac{5}{6}$

A :	5	1	2
B :	4	2	1

$$1 - \frac{5C_3 + 4C_3}{9C_3} = \frac{70}{84}$$

11.  $\int_1^{\sqrt{2}} x^3 \sqrt{x^2-1} dx$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{7}{15}$    ②  $\frac{8}{15}$    ③  $\frac{3}{5}$    ④  $\frac{2}{3}$    ⑤  $\frac{11}{15}$

$$x^2 - 1 = t$$

$$2x dx = dt$$

$$\frac{1}{2} \int_0^1 (t+1) \sqrt{t} dt$$

$$\frac{1}{2} \int_0^1 t^{\frac{3}{2}} + t^{\frac{1}{2}}$$

$$\left( \frac{2}{5} + \frac{2}{3} \right) \times \frac{1}{2}$$

12.  $x=0$ 에서  $x=\ln 2$ 까지의 곡선  $y = \frac{1}{8}e^{2x} + \frac{1}{2}e^{-2x}$ 의

길이는? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$    ②  $\frac{9}{16}$    ③  $\frac{5}{8}$    ④  $\frac{11}{16}$    ⑤  $\frac{3}{4}$

$$y' = \frac{1}{4}e^{2x} - e^{-2x}$$

$$\int_0^{\ln 2} \sqrt{1 + ( \quad )^2}$$

$$\frac{1}{4}e^{2x} + e^{-2x}$$

$$\frac{1}{8}e^{2x} - \frac{1}{2}e^{-2x} \Big|_0^{\ln 2}$$

$$\frac{1}{8}[4-1] - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}-1\right)$$

$$= \frac{3}{8} + \frac{3}{8}$$

13. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간  $t(0 < t < \pi)$ 에서의 위치  $P(x, y)$ 가

$$x = 2t - \cos t, \quad y = 4 - \sin t$$

이다. 시간  $t = \alpha (0 < \alpha < \pi)$ 에서의 점 P의 속도  $\vec{v}$ 와 가속도  $\vec{a}$ 가  $\vec{v} \cdot \vec{a} = 1$ 을 만족시킬 때,  $\alpha$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{\pi}{6}$     ②  $\frac{\pi}{3}$     ③  $\frac{\pi}{2}$     ④  $\frac{2\pi}{3}$     ⑤  $\frac{5\pi}{6}$

$$(2 + s, -c)$$

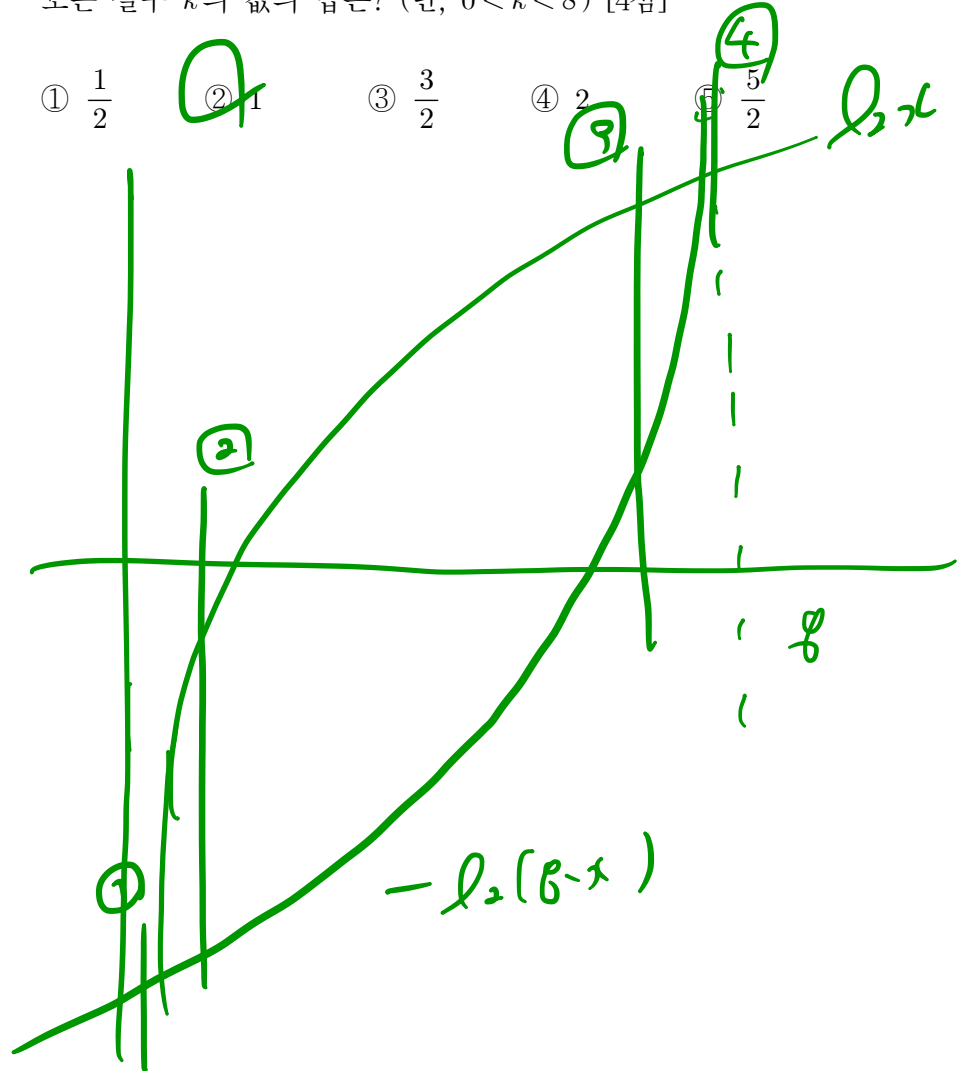
$$(c, s)$$

$$2c + s(-s) - sc = 1$$

$$c = \frac{1}{2}$$

14. 직선  $x = k$ 가 두 곡선  $y = \log_2 x$ ,  $y = -\log_2(8-x)$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자.  $\overline{AB} = 2$ 가 되도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 곱은? (단,  $0 < k < 8$ ) [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ② 1    ③  $\frac{3}{2}$     ④ 2    ⑤  $\frac{5}{2}$



$$|\log_2 k + \log_2(8-k)| = 2$$

$$\log_2 k(8-k) = \pm 2$$

$$4 \cdot \frac{1}{4}$$

# 6

## 수학 영역(가형)

15. 함수  $f(x) = a \cos(\pi x^2)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{2}{x} \int_1^{x+1} f(t) dt \right\} = 3$$

일 때,  $f(a)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

$$f(1) = -a = 3$$

$$f = -3 \cos(\pi x^2)$$

$$f(-3) = -3 \cos(9\pi)$$

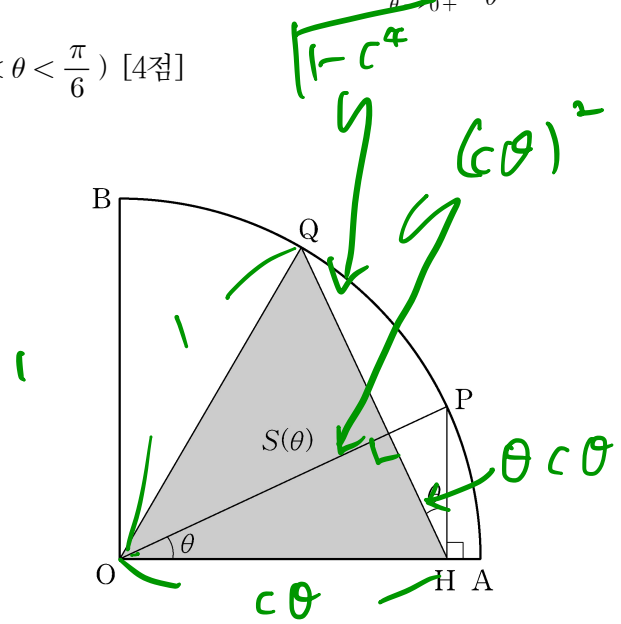
16. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인

부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, 호 BP 위에 점 Q를

$\angle POH = \angle PHQ$ 가 되도록 잡는다.  $\angle POH = \theta$ 일 때,

삼각형 OHQ의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은?

(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ ) [4점]



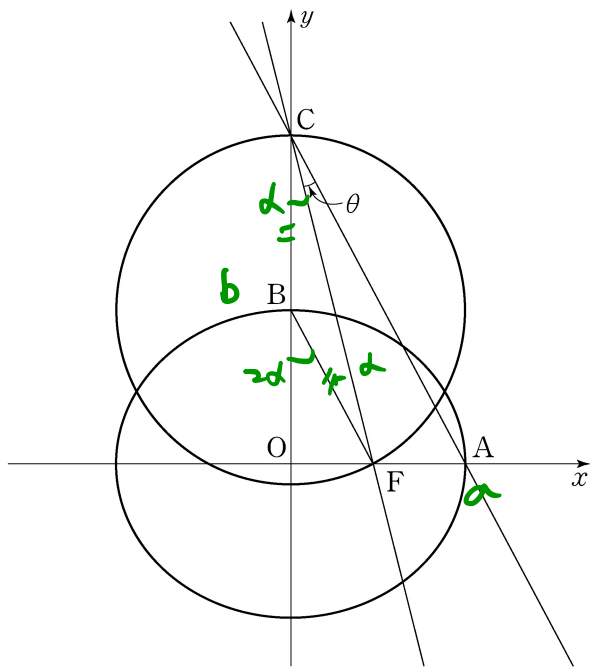
- ①  $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$       ②  $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$       ③  $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$   
 ④  $\frac{4+\sqrt{2}}{2}$       ⑤  $\frac{5+\sqrt{2}}{2}$

$$\frac{1}{2} \left( \sqrt{1-c^4} + \theta c \right) \cdot (c\theta)^2$$

$$\frac{\sqrt{(1+c^2)(1-c^2)} + c\theta}{2\theta}$$

$$\frac{1+\sqrt{2}}{2}$$

17. 그림과 같이 한 초점이  $F(c, 0)$ 인 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  과 두 점  $A(a, 0), B(0, b)$ 가 있다. 점  $B$ 를 중심으로 하고 점  $F$ 를 지나는 원이  $y$ 축과 만나는 점 중에서  $y$ 좌표가 양수인 점을  $C$ 라 할 때, 직선  $CF$ 와 직선  $CA$ 가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 하자.  $\tan(\angle CFB) = \frac{1}{4}$  일 때,  $\tan\theta$ 의 값은?  
(단,  $a, b, c$ 는 양수이다.) [4점]

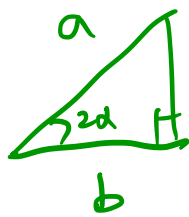


- ①  $\frac{36}{145}$     ②  $\frac{41}{145}$     ③  $\frac{46}{145}$     ④  $\frac{51}{145}$     ⑤  $\frac{56}{145}$

$\tan \alpha = \frac{1}{4}$

$\tan 2\alpha = \frac{\frac{2}{4}}{1 - \frac{1}{16}} = \frac{8}{15}$

p. 15. 17.



$b = 15k$   
 $a = 17k$

$\tan(\alpha + \theta) = \frac{a}{a+b} = \frac{17}{32}$

$\tan \theta = \frac{\frac{17}{32} - \frac{1}{4}}{1 + \frac{17}{32} \times \frac{1}{4}}$

$= \frac{9}{1 + \frac{17}{4}}$

18. 좌표평면 위에 두 점  $A(0, 4), B(0, -4)$ 가 있다. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로  $m, n$ 이라 하자. 점  $C(m \cos \frac{n\pi}{3}, m \sin \frac{n\pi}{3})$ 에 대하여 삼각형  $ABC$ 의 넓이가 12보다 작을 확률은? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{5}{9}$     ③  $\frac{11}{18}$     ④  $\frac{2}{3}$     ⑤  $\frac{13}{18}$

$\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot |m \cos \frac{n\pi}{3}| < 12$

$m | \cos \frac{n\pi}{3} | < 3$

$m = 1, 2 : 12$

$m = 3 : -1 < \cos < 1 \quad 1.2.4.5$

$m = 4 : -\frac{3}{4} < \cos < \frac{3}{4} \quad 1.2.4.5$

$m = 5 : -\frac{5}{5} < \cos < \frac{3}{5} \quad 1.2.4.5$

$m = 6 : -\frac{1}{2} < \cos < \frac{1}{2}$

$\frac{24}{36}$

19. 0이 아닌 실수  $p$ 에 대하여 좌표평면 위의 두 포물선

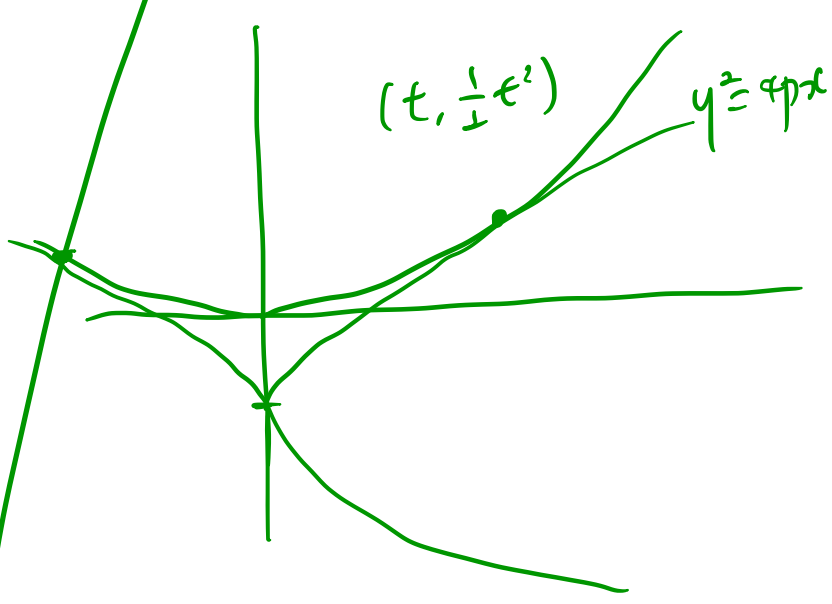
$x^2 = 2y$ 와  $(y + \frac{1}{2})^2 = 4px$ 에 동시에 접하는 직선의 개수를

$f(p)$ 라 하자.  $\lim_{p \rightarrow k^+} f(p) > f(k)$ 를 만족시키는 실수  $k$ 의 값은?

[4점]

*p명칭*

- ①  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ②  $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$
- ③  $-\frac{\sqrt{3}}{9}$
- ④  $\frac{2\sqrt{3}}{9}$
- ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{3}$



$$\frac{1}{2} t^2 = \sqrt{4pt} - \frac{1}{2}$$

$$4pt = \frac{1}{4} (t^2 + 1)^2$$

$$t = \frac{2p}{y + \frac{1}{2}} = \frac{2p}{\frac{1}{2} t^2 + \frac{1}{2}}$$

$$t(t^2 + 1) = 4p$$

$$= \frac{1}{4} (t^2 + 1)^2$$

$$4t^2(t^2 + 1) = (t^2 + 1)^2$$

$$4t^2 = t^2 + 1$$

$$\therefore t = \pm \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$t < 0 \rightsquigarrow t = -\sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$p = -\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{4}{3} \times \frac{1}{4}$$

20. 자연수  $n$ 에 대하여  $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는

음이 아닌 정수  $a, b, c, d$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의

개수를  $a_n$ 이라 하자. 다음은  $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

음이 아닌 정수  $a, b, c, d$ 가  $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키려면 음이 아닌 정수  $k$ 에 대하여  $c+d=2k$ 이어야 한다.

$c+d=2k$ 인 경우는 (1) 음이 아닌 정수  $k_1, k_2$ 에 대하여  $c=2k_1, d=2k_2$ 인 경우이거나 (2) 음이 아닌 정수  $k_3, k_4$ 에 대하여  $c=2k_3+1, d=2k_4+1$ 인 경우이다.

(1)  $c=2k_1, d=2k_2$ 인 경우:  $a b c' d' = n$   
 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b, c, d$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수는  $\boxed{\text{가}}$ 이다.  $4H_n$

(2)  $c=2k_3+1, d=2k_4+1$ 인 경우:  $a b c' d' = n-1$   
 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b, c, d$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수는  $\boxed{\text{나}}$ 이다.  $4H_{n-1}$

(1), (2)에 의하여  $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b, c, d$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수  $a_n$ 은

$$a_n = \boxed{\text{가}} + \boxed{\text{나}}$$

이다. 자연수  $m$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^m \boxed{\text{나}} = {}_{m+3}C_4$$

이므로

$$\sum_{n=1}^8 a_n = \boxed{\text{다}}$$

이다.  $6(4-1) + 11(4) = 4H_8 + 4H_7$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n), g(n)$ 이라 하고,

(다)에 알맞은 수를  $r$ 라 할 때,  $f(6)+g(5)+r$ 의 값은? [4점]

- ① 893
- ② 918
- ③ 943
- ④ 968
- ⑤ 993

$$9C_3 + 11C_3 + 84 + 35 = 120 + 165 + 119 = 404$$

$$404 - 1 + 330 = 733$$



21. 열린 구간  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2\sin^3 x & (-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4}) \\ \cos x & (\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{3\pi}{2}) \end{cases}$$

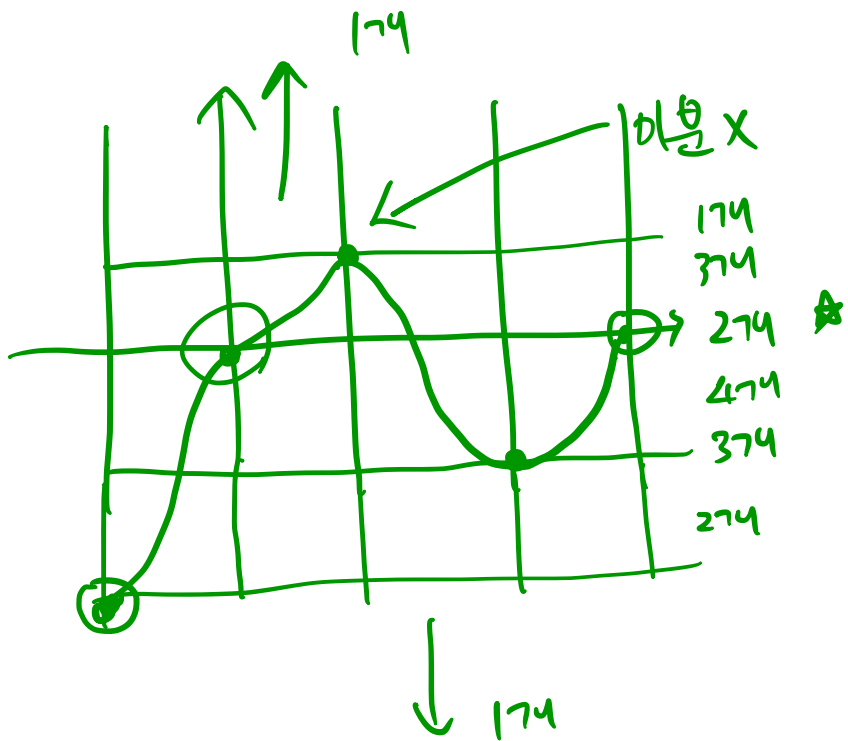
가 있다. 실수  $t$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수  $k$ 의 개수를  $g(t)$ 라 하자.

(가)  $-\frac{\pi}{2} < k < \frac{3\pi}{2}$

(나) 함수  $\sqrt{|f(x)-t|}$ 는  $x=k$ 에서 미분가능하지 않다.

함수  $g(t)$ 에 대하여 합성함수  $(h \circ g)(t)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $h(x)$ 가 있다.  $g(\frac{\sqrt{2}}{2}) = a$ ,  $g(0) = b$ ,  $g(-1) = c$ 라 할 때,  $h(a+5) - h(b+3) + c$ 의 값은? [4점]

- ① 96    ② 97    ③ 98    ④ 99    ⑤ 100



$$h = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$$

$$3! - 4! + 3$$

$$120 - 24 + 3 = 99$$

단답형

22. 두 벡터  $\vec{a} = (2, 4)$ ,  $\vec{b} = (1, 3)$ 에 대하여 벡터  $\vec{a} + 2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

14

23.  $\cos \theta = \frac{1}{7}$ 일 때,  $\sec^2 \theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

49

24. 자연수 11을 홀수인 자연수로 분할할 때, 자연수 3이 두 개 이상 포함되도록 분할하는 방법의 수를 구하시오. [3점]

$$11 - 6 = 5$$

↳ 5

1 1 3

1 1 1 1 1

3

25. 함수  $f(x) = 3e^{5x} + x + \sin x$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때, 곡선  $y = g(x)$ 는 점  $(3, 0)$ 을 지난다.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{g(x)-g(3)}$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$f'(10)$$

17

26. 좌표평면에서 점  $(2, a)$ 가 곡선  $y = \frac{2}{x^2+b}$  ( $b > 0$ )의 변곡점일 때,  $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4점]

$$y(x^2+b) = 2$$

$$(x^2+b)X + y \cdot 2x = 0$$

$$2xX + (x^2+b)X + 2x \cdot X + y \cdot 2 = 0$$

↗ (2, a)

$$4X + 4X + 2a = 0$$

$$8X = -2a$$

$$= \frac{-2x \cdot y}{x^2+b} \times 8$$

$$= \frac{-32a}{4+b}$$

$$-8 - 2b = -32$$

$$b = 12, a = \frac{1}{6}$$

96

27. 세 문자  $a, b, c$  중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자  $a$ 가 두 번 이상 나오는 경우의 수를 구하시오. [4점]

2       $aa\ bb$        $4 \binom{2}{2} \cdot 6$   
           $cc$        $4 \binom{2}{2} \cdot 6$   
           $bc$        $4 \binom{2}{2} \times 2 \cdot 12$

3       $aaa\ b$       4  
           $c$       4

4      1

33

28. 자연수  $n (n \geq 3)$ 에 대하여 집합  $A$ 를

$$A = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq y \leq n, x \text{와 } y \text{는 자연수}\}$$

라 하자. 집합  $A$ 에서 임의로 선택된 한 개의 원소  $(a, b)$ 에 대하여  $b$ 가 3의 배수일 때,  $a=b$ 일 확률이  $\frac{1}{9}$ 이 되도록 하는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

$$b = 3, 6, 9, \dots, 3k.$$

$$\frac{k}{3 + \dots + 3k} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{2}{3(k+1)} = \frac{1}{9}$$

$$k = 5$$

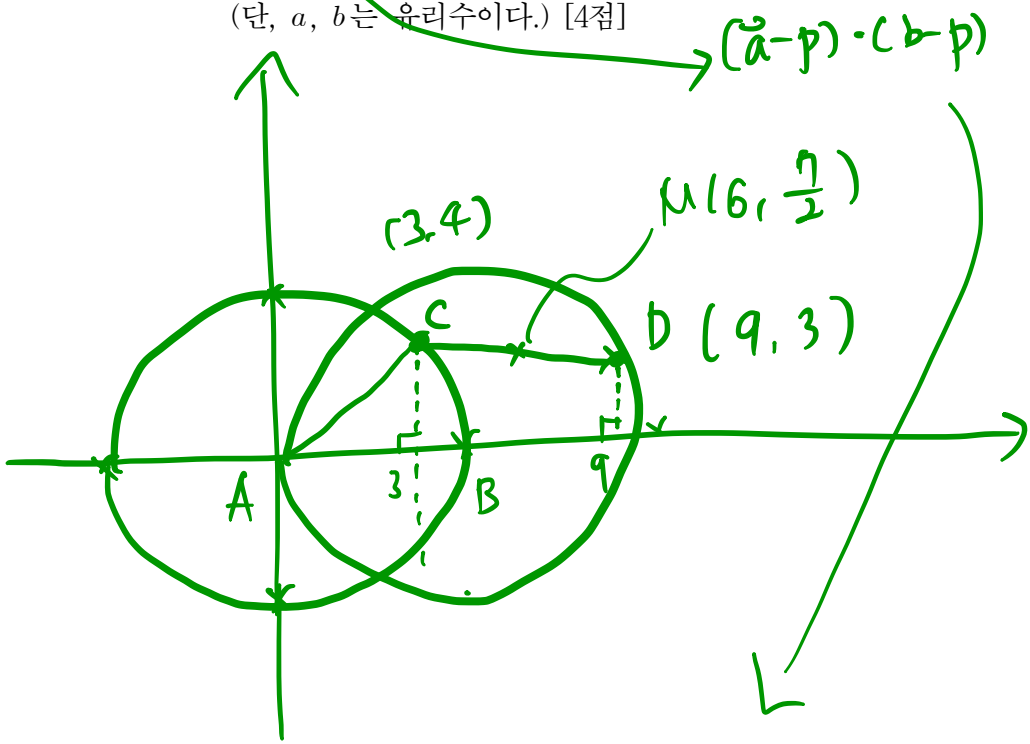
$$15 \cdot 16 \cdot 17$$

48

29. 좌표평면 위에  $\overline{AB} = 5$ 인 두 점 A, B를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 5인 두 원을 각각  $O_1, O_2$ 라 하자. 원  $O_1$  위의 점 C와 원  $O_2$  위의 점 D가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\cos(\angle CAB) = \frac{3}{5}$
- (나)  $\overline{AB} \cdot \overline{CD} = 30$ 이고  $|\overline{CD}| < 9$ 이다.

선분 CD를 지름으로 하는 원 위의 점 P에 대하여  $\overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 의 최댓값이  $a+b\sqrt{74}$ 이다.  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 유리수이다.) [4점]



$$a \cdot b + p^2 - (a+b) \cdot p$$

$$a(-6, -\frac{7}{2}), b(4, -\frac{7}{2})$$

$$6 + \frac{49}{4} + \frac{37}{4} + \sqrt{98} \cdot \frac{\sqrt{37}}{2}$$

$$\frac{110}{4} + \frac{14\sqrt{94}}{4}$$

$$\frac{124}{4} \quad \text{31}$$

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(t, f(t))$ 에서의 접선의 y절편을  $g(t)$ 라 하자. 모든 실수  $t$ 에 대하여

$$= f(t) - t f'(t)$$

$$(1+t^2)\{g(t+1)-g(t)\} = 2t$$

이고,  $\int_0^1 f(x)dx = -\frac{\ln 10}{4}, f(1) = 4 + \frac{\ln 17}{8}$ 일 때,  $2\{f(4)+f(-4)\} - \int_{-4}^4 f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$g(t+1) - g(t) = \frac{2t}{1+t^2}$$

$$G(t+1) - G(t) = \ln(1+t^2) + C$$

$$t=0: G(1) - G(0) = C$$

$$2 \int_0^1 f - f(1) = C$$

$t = -4$	$G(-3)$	$G(-4) = \ln 17 + C$
$-3$		$\ln 10 + C$
$-2$		$\ln 5 + C$
$-1$		$\ln 2 + C$
$0$	$\vdots$	$C$
$1$		$\ln 2 + C$
$2$		$\ln 5 + C$
$3$	$G(4) - G(3)$	$\ln 10 + C$
<hr/>		
$= -32$		

\* 확인 사항  
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

16