

수 학 영 역 (나 형)

홀수형

성명	
----	--

수험 번호						—			
-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가 형/나 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰십시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

갈비뼈 사이사이가 찌릿찌릿한 느낌

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

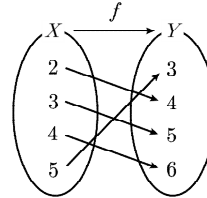
1. $\log_2 8 = x$ 를 만족시키는 실수 x 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 3x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 그림은 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.



$f(f(3))$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. 두 집합

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{a, a+2\}$$

에 대하여 집합 $A \cap B = \{4\}$ 일 때, 실수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

6. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : |x - a| = 3, \quad q : x^2 - 2x - 8 = 0$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요충분조건이 되도록 하는 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 방정식 $x + y + z = 9$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? [3점]

- ① 25 ② 35 ③ 45 ④ 55 ⑤ 65

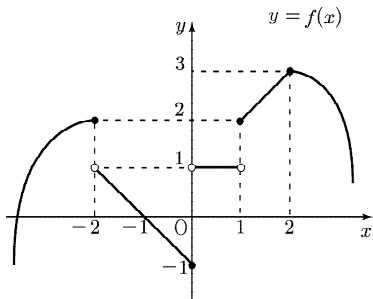
8. $\left(3x + \frac{1}{x}\right)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는? [3점]

- ① 390 ② 395 ③ 400 ④ 405 ⑤ 410

10. 곡선 $y = x^2 + 4$ 위의 점 $P(t, t^2 + 4)$ ($t > 0$)에서의 접선이 원점을 지날 때, t 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

9. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0+} f(f(x)) + \lim_{x \rightarrow -2+} f(f(x))$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

11. 두 함수

$$f(x)=x^3-3x+4, \quad g(x)=2x-8$$

에 대하여 $(g^{-1} \circ f)(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

12. 함수 $y = \frac{bx}{x+a}$ 의 그래프가 점 $(2, 4)$ 에 대하여 대칭일 때,두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 명제

‘ $|x| < a$ 이면 $x \leq 4$ 이다.’

가 참이 되기 위한 모든 자연수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

14. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = 3 + \frac{2}{x-1}$ 와 직선 $y = n$ 의

교점의 개수를 a_n 이라 하자. $a_{k-1} + a_k + a_{k+1} = 2$ 를 만족시키는 모든 k 의 값의 합은? (단, $k \geq 2$) [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

15. 첫째항이 a 로 같은 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 과 공차가 3인

등차수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^7 (a_k + b_k) = 197$ 일 때, 상수 a 의

값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

16. 이차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3}{x - 2} = 3$$

을 만족시킬 때, 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} af(x) & (x \geq 2) \\ xf(x) + b & (x < 2) \end{cases}$$

이다. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

17. 수직선 위의 점 P의 시간 t ($t > 0$)에서의 위치 x 가

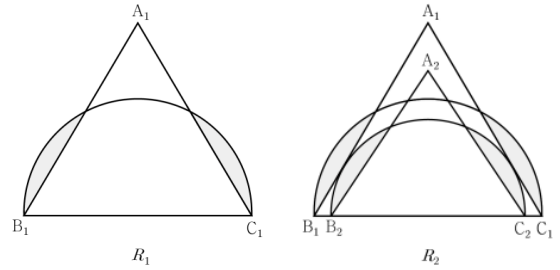
$$x = t^3 - 3t^2 + (k+1)t + 2$$

이다. 점 P의 운동 방향이 한 번만 바뀔 때, k 의 최댓값은?

[4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 에 대하여 선분 B_1C_1 을 지름으로 하는 반원의 내부와 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 외부의 공통부분인 $\cap$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 의 선분 B_1C_1 위의 두 점 B_2, C_2 에 대하여 선분 B_2C_2 를 지름으로 하는 반원이 두 선분 A_1B_1, A_1C_1 과 각각 한 점에서 만난다. 선분 B_2C_2 를 한 변으로 하는 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 에 대하여 선분 B_2C_2 를 지름으로 하는 반원의 내부와 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 외부의 공통부분인 $\cap$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\pi}{3} - \sqrt{3}$
 ④ $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

19. 30 이하의 자연수 a, b 에 대하여 $(ax+b)^{10}$ 의 전개식에서 x^k 의 계수를 c_k 라 하자. 다음은 9 이하의 어떤 자연수 k 에 대하여 $c_k > c_{k+1}$ 가 성립하도록 하는 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하는 과정이다.

주어진 순서쌍 (a, b) 의 개수는 30 이하의 모든 자연수 a, b 에 대한 순서쌍 (a, b) 의 개수에서

「9 이하의 어떤 자연수 k 에 대하여 $c_k > c_{k+1}$ 이다.」를 만족시키지 않는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 제외하여 구할 수 있다.

이항정리를 이용하여 c_k 를 구하면

$$c_k = \boxed{\text{(가)}} \times a^k \times b^{10-k} \text{이다.}$$

「9 이하의 어떤 자연수 k 에 대하여 $c_k > c_{k+1}$ 이다.」를 만족시키지 않는 경우는

「9 이하의 모든 자연수 k 에 대하여 $c_k \leq c_{k+1}$ 이다.」이다.

$$c_k = \boxed{\text{(가)}} \times a^k \times b^{10-k}$$

$$c_{k+1} = \boxed{\text{(나)}} \times a^{k+1} \times b^{9-k}$$

이므로 부등식 $c_k \leq c_{k+1}$ 의 양변을 $a^k b^{9-k}$ 으로 나누면

$$\boxed{\text{(가)}} \times b \leq \boxed{\text{(나)}} \times a$$

이다.

이를 만족시키는 순서쌍 (a, b) 의 개수는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

따라서 9 이하의 어떤 자연수 k 에 대하여

부등식 $c_k > c_{k+1}$ 가 성립하도록 하는

모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는 $900 - \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위에서 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $\frac{g(3)}{f(2)} \times p$ 의 값은? [4점]

- ① 126 ② 140 ③ 154 ④ 168 ⑤ 182

20. 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f'(x)=0$ 이 두 실근 α, β 를 갖는다.

(단, $\alpha < \beta$)

(나) 임의의 양수 t 에 대해서 방정식 $f'(x)=t$ 는 하나의 실근을 갖는다.

$f(x)$ 에 대한 설명으로 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— <보 기> —

ㄱ. $f(x)$ 의 극값의 개수는 1이다.

ㄴ. $f(\alpha) < 0$ 이면 $|f(\alpha)| < |f(\beta)|$ 이다.

ㄷ. 방정식 $f(x)=f(\beta)$ 가 서로 다른 두개의 실근을 가질 때, $f(x)$ 의 최댓값은 $f(\alpha)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수 $f(x)=x^2-5x+10$ 에 대하여 $x \geq 0$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x) \leq ax+b) \\ ax+b & (f(x) > ax+b) \end{cases}$$

라 하자. $x \geq 0$ 에서 정의된 함수 $f \circ g$ 가 역함수를 가질 때, a 의 최댓값을 m , $a=m$ 일 때 b 의 값을 n 이라 하자. m^2+n^2 의 값은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

단답형

22. ${}_6P_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)=x^4+6x^3-2x+1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. $\log_5 \frac{10}{3} + \log_5 \frac{15}{2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 첫째항이 1 이고 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_n \leq 15a_n$$

을 만족시키는 자연수 n 의 최댓값을 구하시오. [4점]

25. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 의 부분집합

$A = \{1, 2, 5, 6\}$ 에 대하여

$$A \cap B^C = \{1, 2\}$$

를 만족시키는 U 의 부분집합 B 의 개수를 구하시오. [3점]

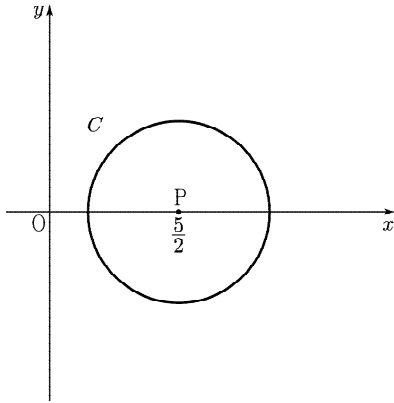
27. A, B, C 세 사람이 빨간색 공 3개, 초록색 공 1개, 파란색 공 2개가 들어 있는 주머니에서 차례대로 공을 꺼낼 때, A가 꺼낸 공의 색깔과 B가 꺼낸 공의 색깔은 같고, B가 꺼낸 공의 색깔과 C가 꺼낸 공의 색깔이 다를 때, B가 꺼낸 공의 색깔이 파란색이었을 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이고, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) [4점]

28. $x > 0$ 에서 정의된 함수 $f(x) = x^2 + n$ (n 은 자연수)의 역함수 $g(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 는

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x > 0) \\ g(x + a_n) & (b_n < x \leq 0) \\ 0 & (x \leq b_n) \end{cases}$$

- 이다. $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k + b_k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 자연수 n 에 대하여 점 $P\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 C 와 원 $C_n: (x-n)^2 + y^2 = m^2$ 의 공통 접선의 개수가 홀수가 되도록 하는 모든 양수 m 의 값의 합을 a_n 이라 하자. 예를 들어, $a_3 = 4$ 이다. $\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 최고차항의 계수가 -1 인 삼차함수 $f(x)$ 와 양의 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x + 3 & (x \leq t) \\ f(x) & (x > t) \end{cases}$$

이다. 모든 양의 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 의 최댓값은 M 으로 일정하고, $f(x)$ 의 극솟값의 최댓값이 k 일 때, $81(M-k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

2019학년도

초성민 & 이정환 6월 모의고사 나형

펴낸이 : 초성민, 이정환, 김우현, 송승형,
최형락, 김한은, 한정규, 민동환,
스파클러(김경호)

본 모의평가에 대한 저작권은 초성민연구소에게 있으며, 저작권자의 허락 없이 전부 또는 일부를 영리적 목적으로 사용하거나 2차적 저작물 작성 등으로 이용하는 일체의 행위는 정보통신망 이용촉진 및 정보보호, 저작권 관련 법률에 따라 금지되어 있습니다.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.