

# 수학 영역 (가형)

홀수형

성명

수험 번호

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
  - 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
  - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 갈비뼈 사이사이가 찌릿찌릿한 느낌**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
  - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
  - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
  - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.



제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터  $\vec{a} = (3, 5)$ ,  $\vec{b} = (4, -2)$ 에 대하여 벡터  $\vec{a} - \vec{b}$ 의 모든 성분의 곱은? [2점]

- ① -3    ② -5    ③ -7    ④ -9    ⑤ -11

2.  $\sin \frac{5}{3}\pi$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③ 0    ④  $-\frac{1}{2}$     ⑤  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\ln(1+x)}$ 의 값은? [2점]

- ① 0    ② 1    ③ 2    ④ 3    ⑤ 4

4. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{4}, \quad P(B^c) = \frac{2}{3}$$

일 때,  $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{12}$     ②  $\frac{1}{4}$     ③  $\frac{5}{12}$     ④  $\frac{7}{12}$     ⑤  $\frac{3}{4}$

# 2

# 수학 영역(가형)

5. 함수  $f(x) = x \sin 2x$ 에 대하여  $f'(\pi)$ 의 값은? [3점]

- ①  $-2\pi$     ②  $-\pi$     ③ 0    ④  $\pi$     ⑤  $2\pi$

7. 자연수 9를 3개의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

- ① 5    ② 6    ③ 7    ④ 8    ⑤ 9

6. 곡선  $x^2 - 3xy + y^2 + 1 = 0$  위의 점  $(1, 2)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① 4    ② 6    ③ 8    ④ 10    ⑤ 12

8. 곡선  $y = \ln(2x - 4)$ 의 접근선과 곡선  $y = 2^x + a$ 의 접근선의 교점이 직선  $y = 2x$  위에 있을 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9. 미분가능한 함수  $f(x)$ 가  $f(4) = f'(4) = 2$ 를 만족시킨다.

함수  $g(x) = \frac{f(x^2)}{x}$ 에 대하여  $g'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ②  $\frac{7}{2}$       ③ 4      ④  $\frac{9}{2}$       ⑤ 5

10. 두 평면벡터  $\vec{a}, \vec{b}$ 가

$$|\vec{a} + \vec{b}| = 5, \quad |\vec{a} - \vec{b}| = 3$$

을 만족시킬 때, 내적  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

11. 곡선  $y = (2 - \sqrt{x})^2$  과  $x$  축 및  $y$  축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ①  $\frac{5}{3}$     ② 2    ③  $\frac{7}{3}$     ④  $\frac{8}{3}$     ⑤ 3

12. 좌표평면에서 점  $(3, 0)$  을 지나고  $x$  축의 양의 방향과 이루는

각의 크기가  $\frac{2\pi}{3}$  인 직선이 포물선  $y^2 = 12x$  와 제1사분면에서

만나는 점을 점 P 라 하자. 점 P 에서 포물선  $y^2 = 12x$  의  
준선까지의 거리는? [3점]

- ① 4    ②  $\frac{9}{2}$     ③ 5    ④  $\frac{11}{2}$     ⑤ 6

13. 연립방정식

$$\begin{cases} x+y+z+\omega^2 = 16 \\ x+y+z+\omega = 10 \end{cases}$$

을 만족시키는 음이 아닌 정수  $x, y, z, \omega$ 의 모든 순서쌍  $(x, y, z, \omega)$ 의 개수는? [3점]

- ① 36    ② 48    ③ 60    ④ 72    ⑤ 84

14.  $\int_1^e (x+1)\ln x \, dx$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{4}(e^2+1)$     ②  $\frac{1}{4}(e^2+3)$     ③  $\frac{1}{4}(e^2+5)$   
 ④  $\frac{1}{4}(e^2+7)$     ⑤  $\frac{1}{4}(e^2+9)$

# 6

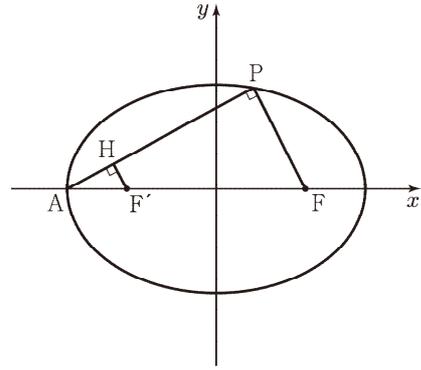
## 수학 영역(가형)

15. 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던져서 나오는 눈의 수를 각각  $a, b$ 라 하자. 두 수  $a, b$ 가 부등식  $a > b$  또는  $a + b \geq 10$ 을 만족시킬 확률은? [4점]

- ①  $\frac{19}{36}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{17}{36}$     ④  $\frac{4}{9}$     ⑤  $\frac{5}{12}$

16. 그림과 같이 두 초점이 F, F'인 타원  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 이 있다.

점 A(-5, 0)과 타원 위의 점 P를 이은 선분에 내린 두 초점 F, F'의 수선의 발이 각각 P, H일 때,  $\overline{PH} = k$ 이다.  $k^2$ 의 값은? [4점]

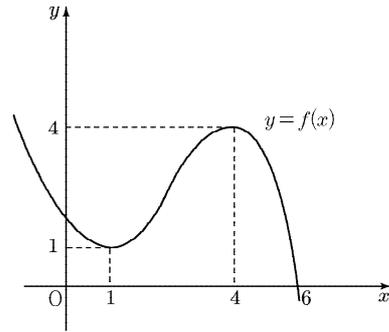


- ① 12    ② 14    ③ 16    ④ 18    ⑤ 20

17. 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 수의 곱이 짝수이면 한 개의 동전을 2번 던지고, 나온 눈의 수의 곱이 홀수이면 한 개의 동전을 4번 던진다. 이 시행에서 동전의 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같을 때, 동전을 4번 던졌을 확률은? [4점]

- ①  $\frac{1}{10}$     ②  $\frac{1}{5}$     ③  $\frac{3}{10}$     ④  $\frac{2}{5}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

18. 미분가능한 함수  $f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.



$x=1$ 부터  $x=4$ 까지 곡선  $y=f(x)$ 의 길이가 5일 때,  $f(x)$ 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t (t \geq 0)$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = f(t), \quad y = f(f(t))$$

이다. 시각  $t=1$ 부터  $t=6$ 까지 점 P가 움직인 거리가 12일 때,  $x=0$ 부터  $x=1$ 까지 곡선  $f(x)$ 의 길이는? (단,  $f'(1)=f'(4)=0$ 이다.) [4점]

- ① 1    ②  $\frac{4}{3}$     ③  $\frac{5}{3}$     ④ 2    ⑤  $\frac{7}{3}$

19. 다음은 10 이하의 자연수  $a, b$ 에 대하여  $\left(x^a + \frac{2}{x^b}\right)^{10}$ 의 전개식의 상수항이 최댓값을 가질 때,  $x^{10}$ 의 계수를 구하는 과정이다.

$\left(x^a + \frac{2}{x^b}\right)^{10}$ 의 전개식의 일반항은

$$\boxed{\text{가}}$$
  $\times {}_{10}C_r x^{(a+b)r-10b}$ 

이다.

따라서  $r = \frac{10b}{a+b}$ 인 자연수이면 전개식의 상수항이 존재한다.

$\left(x^a + \frac{2}{x^b}\right)^{10}$ 의 전개식의 상수항을  $p_r = \boxed{\text{가}}$   $\times {}_{10}C_r$ 라 할 때,  $p_r$ 과  $p_{r-1}$  사이의 관계를 나타내면

$$p_r = p_{r-1} \times \boxed{\text{나}} \quad (r \geq 1)$$

이다. 이를 이용하여  $1 \leq k \leq 9$ 인 자연수  $k$ 에 대하여  $p_{k-1} < p_k, p_k > p_{k+1}$ 을 동시에 만족시키는  $k$ 의 값을 구하면

⋮  
(중략)  
⋮

따라서  $k=3$ 일 때,  $p_k$ 는 최댓값을 갖는다.  
 $p_k$ 가 최댓값을 가질 때,  $a = [ \quad ], b = [ \quad ]$ 이므로  
이때의  $\left(x^a + \frac{2}{x^b}\right)^{10}$ 의 전개식에서  $x^{10}$ 의 계수는  $\boxed{\text{다}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(r), g(r)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를  $\alpha$ 라 할 때,  $\frac{\alpha}{f(2)g(4)}$ 의 값은? [4점]

- ① 15    ② 30    ③ 60    ④ 120    ⑤ 240

20. 실수 전체 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 와  $x > 0$ 에서 정의된 미분가능한 함수  $g(x), h(x)$ 가 임의의 양수  $t$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식  $f(x)=t$ 는 두 실근  $g(t), h(t)$ 를 갖는다.  
(단,  $g(t) < h(t)$ 이다.)

(나)  $\int_{g(t)}^{h(t)} f(x)dx = t^4$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 모든 양수  $t$ 에 대하여  $h'(t) - g'(t) = 4t^2$ 이다.

ㄴ.  $\lim_{t \rightarrow 0^+} \{h(t) - g(t)\} = 0$

ㄷ. 곡선  $y=f(x)$ 와 직선  $y=3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는 27이다.

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수  $f(x)$ 와 실수  $k$ 에 대하여 미분가능한 함수  $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi x) + x & (x \leq k) \\ f(x) & (x > k) \end{cases}$$

일 때,  $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $g'(n)$ 은 자연수이다.  
 (나)  $\frac{g'(3) - g'(2)}{g'(2) - g'(1)} = 0$

$k$ 가 최소일 때,  $f(k-1)$ 의 값은? [4점]

- ①  $-\frac{25}{12}$       ②  $-\frac{23}{12}$       ③  $-\frac{7}{4}$   
 ④  $-\frac{19}{12}$       ⑤  $-\frac{17}{12}$

단답형

22.  ${}_3H_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 좌표평면 위의 곡선  $y = e^{-2x} + 1$  위의 점  $(0, 2)$ 에서 그은 접선의 방정식을  $y = ax + b$ 라 할 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

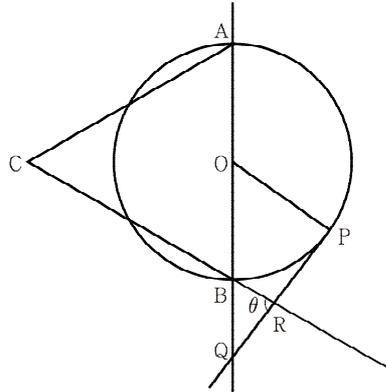
24.  $\int_0^6 \frac{1}{x+2} dx = \ln a$  일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 좌표평면에서 두 직선

$$x-2 = \frac{4-y}{2}, \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3}$$

의 교점의 좌표가  $(a, b)$ 이다.  $10a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 중심이  $O$ 이고 반지름의 길이가 1인 원과 원의 지름의 양 끝점  $A, B$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 한 변으로 하는 정삼각형  $ABC$ 가 있다. 원 위의 점  $P$ 에서의 접선과 직선  $AB$ 가 만나는 점을  $Q$ , 직선  $BC$ 가 만나는 점을  $R$ 라 할 때, 삼각형  $ABC$ 의 넓이는 삼각형  $OPQ$ 의 넓이의 4배이다.  $\angle CRQ = \theta$ 라 할 때,  $\tan \theta = p$ 이다.  $3p^2$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $\angle POQ < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [4점]



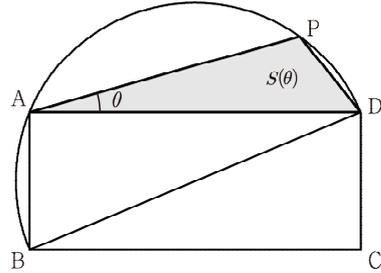
27. 두 집합

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

에 대하여 조건 (가)를 만족시키는 함수  $f: A \rightarrow B$  중에서 임의로 하나를 선택할 때, 조건 (나)를 만족시킬 확률이  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- (가)  $A$ 의 임의의 두 원소  $x_1, x_2$ 에 대하여  $x_1 < x_2$ 이면  $f(x_1) < f(x_2)$ 이다.  
 (나)  $\{f(1), f(2)\} \subset \{1, 3, 4, 5\}$

28. 그림과 같이  $\overline{AB}=5, \overline{BC}=12$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 선분 BD를 지름으로 하고 점 A를 지나는 반원 위의 점 P를  $\angle PAD=\theta$ 가 되도록 잡자. 삼각형 PAD의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta} = k$ 이다.  $k$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 좌표평면에서 중심이  $O$ 이고 반지름의 길이가 1인 원  $C$ 와 원  $C$ 에 접하는 직선  $l$ 이 있다. 원  $C$  위의 점  $P$ 와 직선  $l$  위의 점  $A$ 에 대하여

$$|\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OP}| = 1$$

을 만족시킨다. 두 벡터  $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{AP}$ 의 내적  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AP}$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M^2 + m^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 와  $f(x)$ 의 역함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $x < 0$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$x \leq f(2g(x)+x) \leq f(x)$$

이다.

(나)  $x < 0$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_{-6}^x \frac{g(t)}{t} dt = f(x) - |f(x)| - x + a$$

이고

$x > 0$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_2^x \frac{g(t)}{t} dt = f(x) - |f(x)| + 2\ln(bx+c) + 4$$

이다. (단,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ 는 상수이다.)

$f'(4abc) = -\frac{q}{p}$ 라 할 때,  $10p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

**2019학년도**

**초성민 & 이정환 6월 모의고사 가형**

**펴낸이 : 초성민, 이정환, 김우현, 송승형,  
최형락, 김한은, 한정규, 민동환,  
스파클러(김경호)**

본 모의평가에 대한 저작권은 초성민연구소에 있으며, 저작권자의 허락 없이 전부 또는 일부를 영리적 목적으로 사용하거나 2차적 저작물 작성 등으로 이용하는 일체의 행위는 정보통신망 이용촉진 및 정보보호, 저작권 관련 법률에 따라 금지되어 있습니다.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.