

2

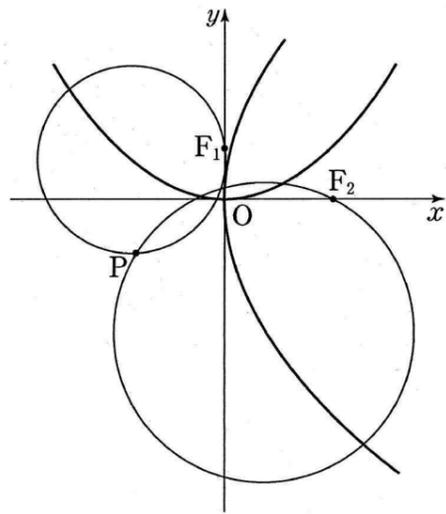
수학 영역(가형)

2015학년 6월 평가원 28번

3. 좌표평면에서 포물선 $C_1 : x^2 = 4y$ 의 초점을 F_1 , 포물선 $C_2 : y^2 = 8x$ 의 초점을 F_2 라 하자. 점 P 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 중심이 C_1 위에 있고 점 F_1 을 지나는 원과 중심이 C_2 위에 있고 점 F_2 를 지나는 원의 교점이다.
 (나) 제 3사분면에 있는 점이다.

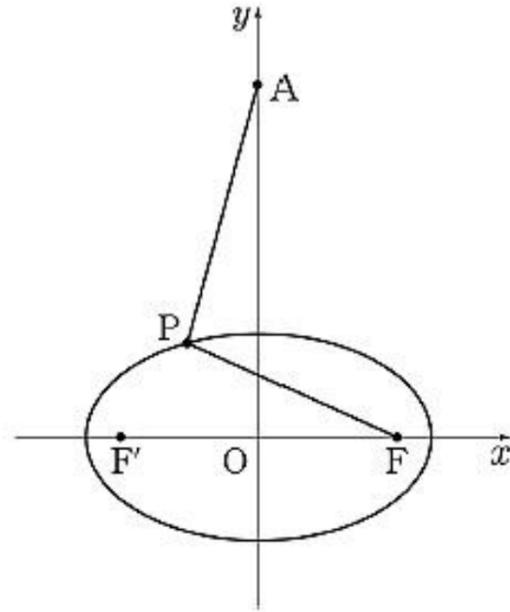
원점 O 에 대하여 \overline{OP}^2 의 최댓값을 구하시오.



2014학년도 수능 27번

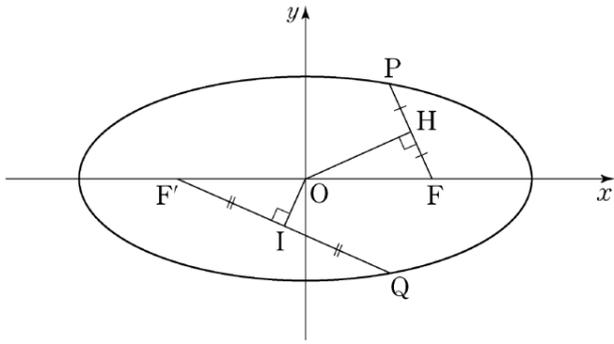
4. 그림과 같이 y 축 위의 점 $A(0, a)$ 와 두 점 F, F' 을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 위를 움직이는 점 P 가 있다. $\overline{AP} - \overline{FP}$ 의 최솟값이 1일 때, a^2 의 값을 구하시오.

[4점][2014학년도 수능]



2013학년도 6월 평가원 27번

5. 두 점 $F(5, 0)$, $F'(-5, 0)$ 을 초점으로 하는 타원 위의 서로 다른 두 점 P, Q 에 대하여 원점 O 에서 선분 PF 와 선분 QF' 에 내린 수선의 발을 각각 H 와 I 라 하자. 점 H 와 점 I 가 각각 선분 PF 와 선분 QF' 의 중점이고, $\overline{OH} \times \overline{OI} = 10$ 일 때, 이 타원의 장축의 길이를 l 이라 하자. l^2 의 값을 구하시오 (단, $\overline{OH} \neq \overline{OI}$)



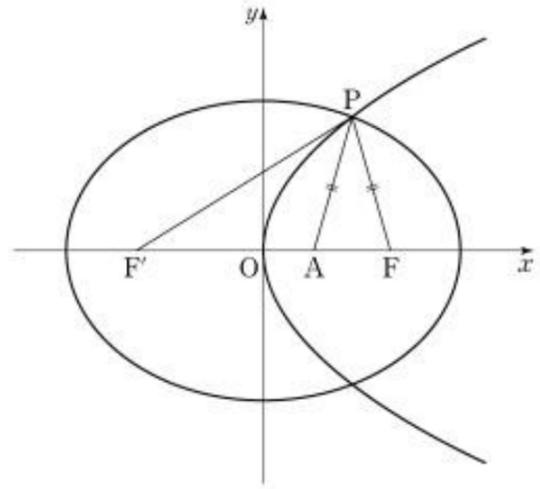
2018학년도 9월 평가원 27번

6. 좌표평면에서 초점이 $A(a, 0)$ ($a > 0$)이고 꼭짓점이 원점인 포물선과 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > a$)인 타원의 교점 중 제 1사분면 위의 점을 P 라 하자.

$$\overline{AF} = 2, \overline{PA} = \overline{PF}, \overline{FF'} = \overline{PF'}$$

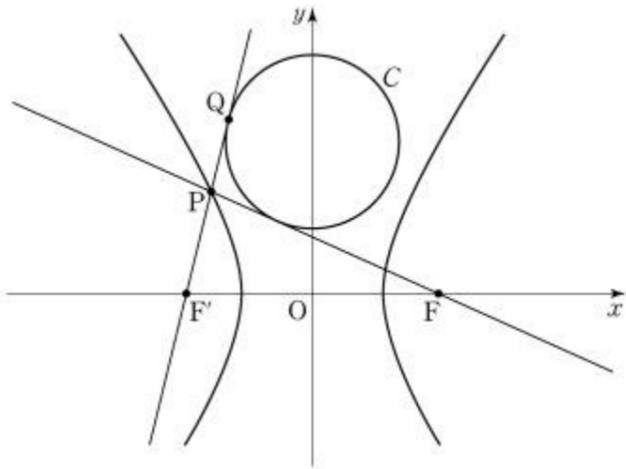
일 때, 타원의 장축의 길이는 $p + q\sqrt{7}$ 이다.

$p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오.(단, p, q 는 유리수이다.)



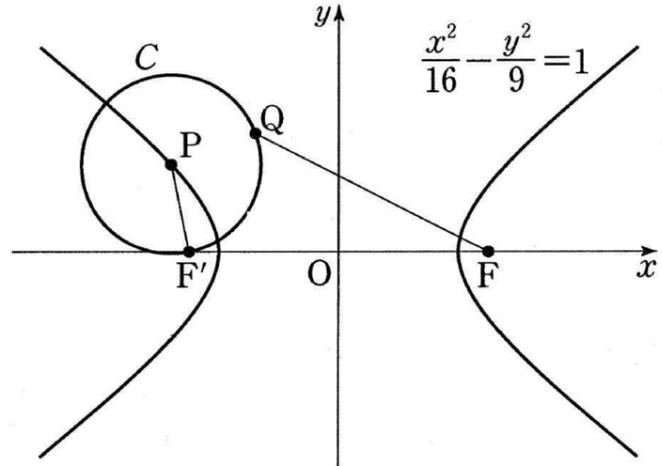
2018학년도 대수능 27번

7. 그림과 같이 두 초점이 F, F' 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{17} = 1$ 위의 점 P 에 대하여 직선 FP 과 직선 $F'P$ 에 동시에 접하고 중심이 y 축 위에 있는 원 C 가 있다. 직선 $F'P$ 과 원 C 의 접점 Q 에 대하여 $\overline{F'Q} = 5\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{FP}^2 + \overline{F'P}^2$ 의 값을 구하시오. (단, $\overline{F'P} < \overline{FP}$)



2017학년도 6월 평가원 18번

8. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점을 F, F' 이라 하고, 이 쌍곡선 위의 점 P 를 중심으로 하고 선분 PF' 을 반지름으로 하는 원 C 라 하자. 원 C 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 선분 FQ 의 길이의 최댓값이 14일 때, 원 C 의 넓이는? (단, $\overline{PF'} < \overline{PF}$)



- ① 7π ② 8π ③ 9π ④ 10π ⑤ 11π

2016학년도 9월 평가원 19번

9. 두 초점이 F, F' 인 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 위의 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

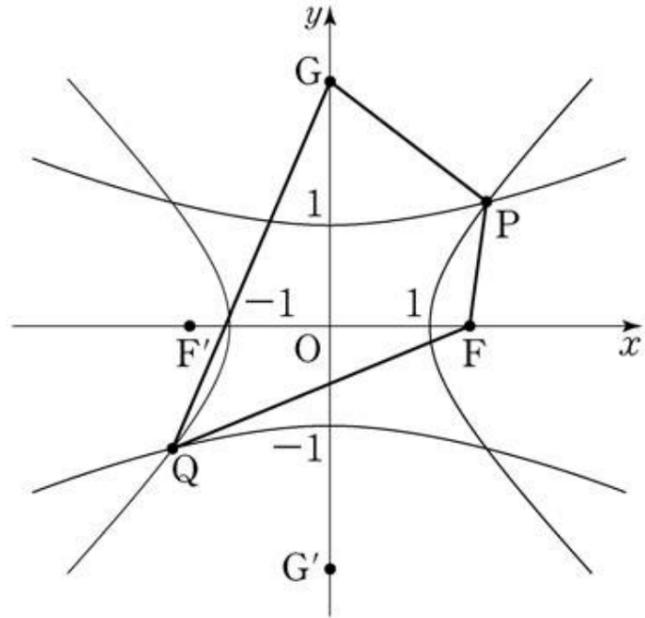
- (가) 점 P 는 제 1사분면에 있다.
- (나) 삼각형 $PF'F$ 가 이등변삼각형이다.

삼각형 $PF'F$ 의 넓이를 a 라 할 때, 모든 a 의 값의 곱은?

- ① $3\sqrt{77}$ ② $6\sqrt{21}$ ③ $9\sqrt{10}$ ④ $21\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{105}$

2016학년도 6월 평가원 19번

10. 그림과 같이 초점이 각각 F, F' 과 G, G' 이고 주축의 길이가 2, 중심이 원점 O 인 두 쌍곡선이 제1사분면에서 만나는 점을 P , 제3사분면에서 만나는 점을 Q 라 하자. $\overline{PG} \times \overline{QG} = 8$, $\overline{PF} \times \overline{QF} = 4$ 일 때, 사각형 $PGQF$ 의 둘레의 길이는? (단, 점 F 의 x 좌표와 점 G 의 y 좌표는 양수이다.)



- ① $6+2\sqrt{2}$ ② $6+2\sqrt{3}$ ③ 10
- ④ $6+2\sqrt{5}$ ⑤ $6+2\sqrt{6}$

6

수학 영역(가형)

2017학년도 대수능 19번

11. 두 양수 k, p 에 대하여 점 $A(-k, 0)$ 에서 포물선 $y^2 = 4px$ 에 그은 두 접선이 y 축과 만나는 두 점을 각각 F, F' , 포물선과 만나는 두 점을 각각 P, Q 라 할 때, $\angle PAQ = \frac{\pi}{3}$ 이다. 두 점 F, F' 을 초점으로 하고 두 점 P, Q 를 지나는 타원의 장축의 길이가 $4\sqrt{3} + 12$ 일 때, $k+p$ 의 값은?

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

2017학년도 대수능 28번

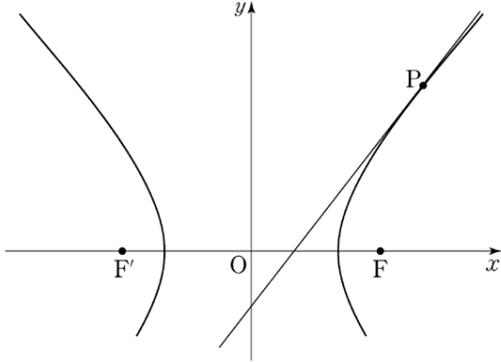
12. 점근선의 방정식이 $y = \pm \frac{4}{3}x$ 이고 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 쌍곡선 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{PF'} = 30,$
 $16 \leq \overline{PF} \leq 20$ 이다.
 (나) x 좌표가 양수인 꼭짓점 A 에 대하여 선분 AF 의 길이는 자연수이다.

이 쌍곡선의 주축의 길이를 구하시오.

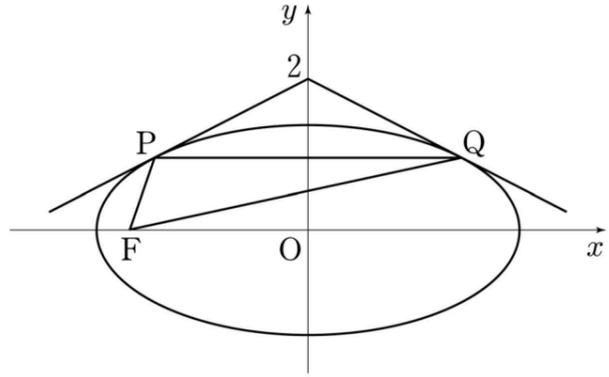
2014학년도 9월 평가원 26번

13. 그림과 같이 두 초점이 $F(3, 0)$, $F'(-3, 0)$ 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 $P(4, k)$ 에서의 접선과 x 축과의 교점이 선분 $F'F$ 를 2 : 1로 내분할 때, k^2 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)



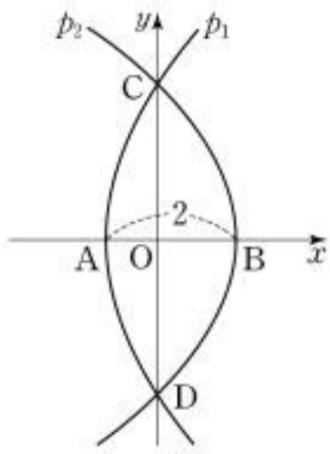
2012학년도 6월 평가원 28번

14. 점 $(0, 2)$ 에서 타원 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 P, Q라 하고, 타원의 두 초점 중 하나를 F라 할 때, 삼각형 PFQ의 둘레의 길이는 $a\sqrt{2} + b$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.)



2011수능 14번

15. 그림과 같이 좌표평면에서 x 축 위의 두 점 A, B 에 대하여 꼭짓점이 A 인 포물선 p_1 과 꼭짓점이 B 인 포물선 p_2 가 다음 조건을 만족시킨다. 이때, 삼각형 ABC 의 넓이는?

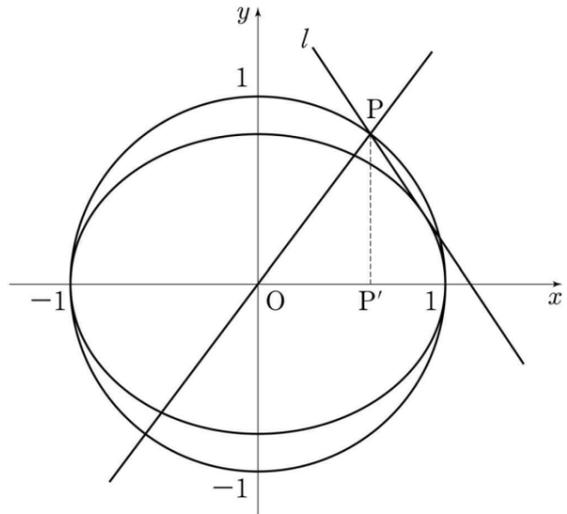


- (가) p_1 의 초점은 B 이고, p_2 의 초점은 원점 O 이다.
- (나) p_1 과 p_2 는 y 축 위의 두 점 C, D 에서 만난다.
- (다) $\overline{AB} = 2$

- ① $4(\sqrt{2}-1)$
- ② $3(\sqrt{3}-1)$
- ③ $2(\sqrt{5}-1)$
- ④ $\sqrt{3}+1$
- ⑤ $\sqrt{5}+1$

2014학년도 5월 예비시행 17번

16. 그림과 같이 좌표평면에서 원점 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 P' 이라 하자. 점 P' 을 초점으로 하고, x 축 위에 있는 원의 지름을 장축으로 하는 타원에 대하여 점 P 에서 타원에 그은 접선 l 의 기울기가 $-\frac{3}{2}$ 일 때, 직선 OP 의 기울기는?



- ① $\frac{7}{6}$
- ② $\frac{5}{4}$
- ③ $\frac{4}{3}$
- ④ $\frac{17}{12}$
- ⑤ $\frac{3}{2}$

2014학년도 6월 평가원 29번

17. 좌표평면에서 포물선 $y^2 = 16x$ 위의 점 A 에 대하여 점 B 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 A 가 원점이면 점 B 도 원점이다.
- (나) 점 A 가 원점이 아니면 점 B 는 점 A , 원점 그리고 점 A 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심이다.

점 A 가 포물선 $y^2 = 16x$ 위를 움직일 때 점 B 가 나타내는 곡선을 C 라 하자. 점 $(3, 0)$ 을 지나는 직선이 곡선 C 와 두 점 P, Q 에서 만나고 $\overline{PQ} = 20$ 일 때, 두 점 P, Q 의 x 좌표의 값의 합을 구하시오.

2014학년도 6월 평가원 30번

18. 좌표평면에서 곡선 $y = x^2 + x$ 위의 두 점 A, B 의 x 좌표를 각각 s, t ($0 < s < t$)라 하자. 양수 k 에 대하여 두 직선 OA, OB 와 곡선 $y = x^2 + x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 k 가 되도록 하는 점 (s, t) 가 나타내는 곡선을 C 라 하자. 곡선 C 위의 점 중에서 점 $(1, 0)$ 과의 거리가 최소인 점의 x 좌표가 $\frac{2}{3}$ 일 때, $k = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

2014학년도 9월 평가원 21번

19. 자연수 n 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 를 매개변수 t 로 나타내면

$$\begin{cases} x=e^t \\ y=(2t^2+nt+n)e^t \end{cases}$$

이고, $x \geq e^{-\frac{n}{2}}$ 일 때 함수 $y=f(x)$ 는 $x=a_n$ 에서 최솟값 b_n 을

갖는다. $\frac{b_3}{a_3} + \frac{b_4}{a_4} + \frac{b_5}{a_5} + \frac{b_6}{a_6}$ 의 값은?

- ① $\frac{23}{2}$ ② 12 ③ $\frac{25}{2}$ ④ 13 ⑤ $\frac{27}{2}$

2018학년도 6월 평가원 18번

20. 좌표평면에서 점 P는 시각 $t=0$ 일 때 $(0, -1)$ 에서 출발하여
시각 t 에서의 속도가

$$\vec{v} = (2t, 2\pi \sin 2\pi t)$$

이고, 점 Q는 시각 $t=0$ 일 때 출발하여 시각 t 에서의 위치가

$$Q(4 \sin 2\pi t, |\cos 2\pi t|)$$

이다. 출발한 후 두 점 P, Q가 만나는 횟수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2018학년도 대수능 16번

21. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($0 < t < \pi$)에서의 위치 $P(x, y)$ 가

$$x = \sqrt{3} \sin t, \quad y = 2\cos t - 5$$

이다. 시각 $t = \alpha$ ($0 < \alpha < \pi$)에서 점 P의 속도 \vec{v} 와 \overrightarrow{OP} 가 서로 평행 할 때, $\cos \alpha$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

2017학년도 6월 평가원 29번

22. 양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(t)$ 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 1$)에서의 위치 (x, y) 가

$$\begin{cases} x = 2\ln t \\ y = f(t) \end{cases}$$

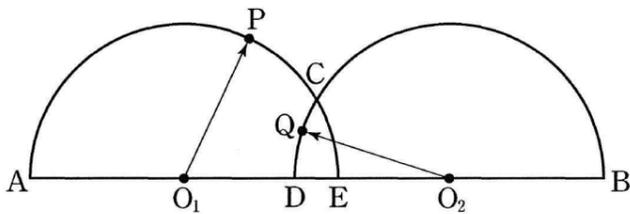
이다. 점 P가 점 $(0, f(1))$ 로부터 움직인 거리가 s 가 될 때

시각 t 는 $t = \frac{s + \sqrt{s^2 + 4}}{2}$ 이고, $t = 2$ 일 때 점 P의 속도는

$(1, \frac{3}{4})$ 이다. 시각 $t = 2$ 일 때, 점 P의 가속도를 $(-\frac{1}{2}, a)$ 라 할 때, $60a$ 의 값을 구하시오.

2017학년도 6월 평가원 28번

23. 그림과 같이 선분 AB 위에 $\overline{AE} = \overline{DB} = 2$ 인 두 점 D, E가 있다. 두 선분 AE, DB를 각각 지름으로 하는 두 반원의 호 AE, DB가 만나는 점을 C라 하고, 선분 AB 위에 $\overline{O_1A} = \overline{O_2B} = 1$ 인 두 점을 O_1, O_2 라 하자. 호 AC 위를 움직이는 점 P와 호 DC 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{O_1P} + \overrightarrow{O_2Q}|$ 의 최솟값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, 선분 AB의 길이는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $1 < \overline{O_1O_2} < 2$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



2013학년도 대수능 26번

24. 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하자. 점 P가 선분 AH 위를 움직일 때, $|\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}|$ 의 최댓값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

2017학년도 대수능 16번

25. 좌표공간에서 원점에 대한 세 점 A, B, C의 위치벡터를 차례로 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 라 할 때, 이들 벡터 사이의 내적을 표로 나타내면 다음과 같다.

\cdot	\vec{a}	\vec{b}	\vec{c}
\vec{a}	2	1	$-\sqrt{2}$
\vec{b}	1	2	0
\vec{c}	$-\sqrt{2}$	0	2

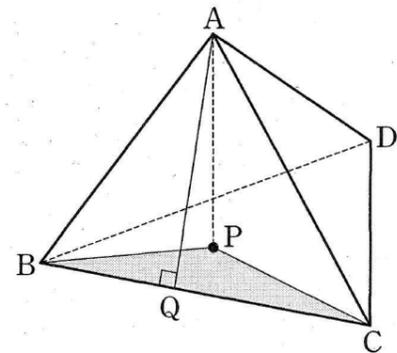
예를 들어 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ 이다. 세 점 A, B, C에 대하여 두 점 사이의 거리의 대소 관계로 옳은 것은?

- ① $\overline{AB} < \overline{AC} < \overline{BC}$
- ② $\overline{AB} < \overline{BC} < \overline{AC}$
- ③ $\overline{AC} < \overline{AB} < \overline{BC}$
- ④ $\overline{BC} < \overline{AB} < \overline{AC}$
- ⑤ $\overline{BC} < \overline{AC} < \overline{AB}$

2016학년도 9월 평가원 26번

26. 그림과 같이 $\overline{AB}=9, \overline{BC}=12, \cos(\angle ABC) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 인 사면체 ABCD에 대하여 점 A의 평면 BCD 위로의 정사영을 P라 하고 점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 Q라 하자. $\cos(\angle AQP) = \frac{\sqrt{3}}{6}$ 일 때, 삼각형 BCP의 넓이는 k 이다. k^2 의 값을 구하시오.

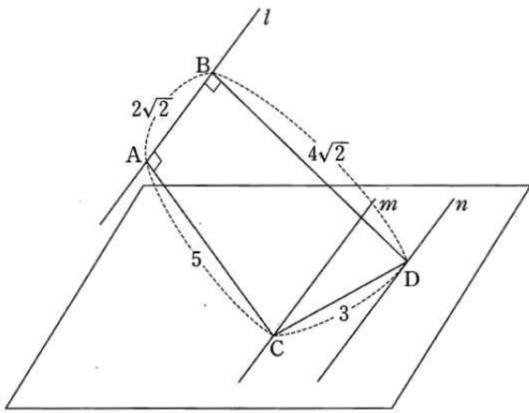
[4점][2015년 9월]



2011학년도 9월 평가원 25번

27. 같은 평면 위에 있지 않고 서로 평행한 세 직선 l, m, n 이 있다. 직선 l 위의 두 점 A, B , 직선 m 위의 점 C , 직선 n 위의 점 D 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{AB} = 2\sqrt{2}, \overline{CD} = 3$
- (나) $\overline{AC} \perp l, \overline{AC} = 5$
- (다) $\overline{BD} \perp l, \overline{BD} = 4\sqrt{2}$



두 직선 m, n 을 포함하는 평면과 세 점 A, C, D 를 포함하는 평면이 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $15\tan^2\theta$ 의 값을 구하시오.

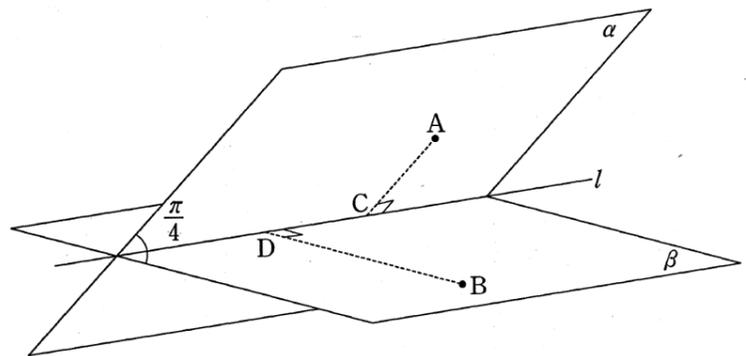
(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

2017학년도 9월 평가원 29번

28. 그림과 같이 직선 l 을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가

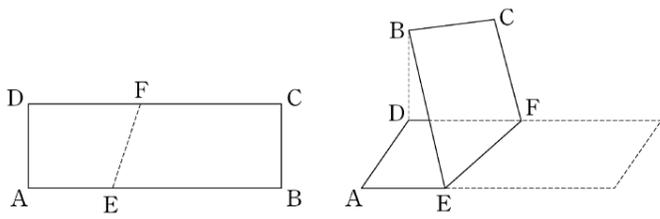
$\frac{\pi}{4}$ 인 두 평면 α 와 β 가 있고, 평면 α 위의 점 A 와 평면 β 위의 점 B 가 있다. 두 점 A, B 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 하자. $\overline{AB} = 2, \overline{AD} = \sqrt{3}$ 이고 직선 AB 와 평면 β 가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$ 일 때, 사면체 $ABCD$ 의 부피는

$a + b\sqrt{2}$ 이다. $36(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]



2013학년도 대수능 28번

29. 그림과 같이 $\overline{AB}=9$, $\overline{AD}=3$ 인 직사각형 ABCD 모양의 종이가 있다. 선분 AB 위의 점 E와 선분 DC 위의 점 F를 연결하는 선을 접는 선으로 하여, 점 B의 평면 Aefd 위로의 정사영이 점 D가 되도록 종이를 접었다. $\overline{AE}=3$ 일 때, 두 평면 Aefd와 EFCB가 이루는 각의 크기가 θ 이다. $60\cos\theta$ 의 값을 구하시오.(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고, 종이의 두께는 고려하지 않는다.)

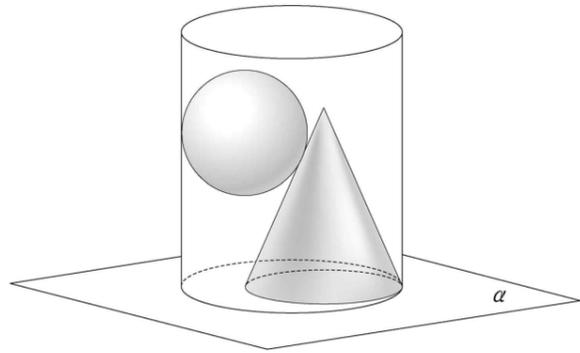


2012학년도 대수능 29번

30. 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 7인 원기둥과 밑면의 반지름의 길이가 5이고 높이가 12인 원뿔이 평면 α 위에 놓여 있고, 원뿔의 밑면의 둘레가 원기둥의 밑면의 둘레에 내접한다. 평면 α 와 만나는 원기둥의 밑면의 중심을 O, 원뿔의 꼭짓점을 A라 하자. 중심이 B이고 반지름의 길이가 4인 구 S가 다음 조건을 만족시킨다.

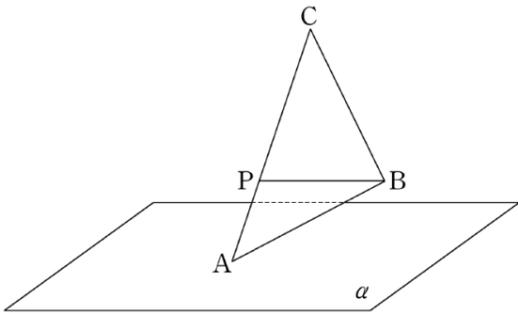
- (가) 구 S는 원기둥과 원뿔에 모두 접한다.
- (나) 두 점 A, B의 평면 α 위로의 정사영이 각각 A', B' 일 때, $\angle A'OB' = 180^\circ$ 이다.

직선 AB와 평면 α 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan \theta = p$ 이다. $100p$ 의 값을 구하시오.
(단, 원뿔의 밑면의 중심과 점 A'은 일치한다.)



2012학년도 9월 평가원 29번

31. 그림과 같이 평면 α 위에 점 A 가 있고, α 로부터의 거리가 각각 1, 3인 두 점 B, C 가 있다. 선분 AC 를 1:2로 내분하는 점 P 에 대하여 $\overline{BP}=4$ 이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 9일 때, 삼각형 ABC 의 평면 α 위로의 정사영의 넓이를 S 라 하자. S^2 의 값을 구하시오.

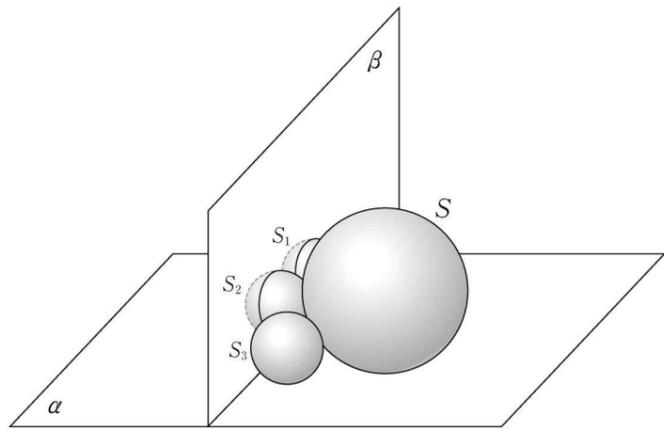


2015학년도 9월 평가원 29번

그림과 같이 평면 α 위에 놓여 있는 서로 다른 네 구 S, S_1, S_2, S_3 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) S 의 반지름의 길이는 3이고, S_1, S_2, S_3 의 반지름의 길이는 1이다.
- (나) S_1, S_2, S_3 은 모두 S 에 접한다.
- (다) S_1 은 S_2 와 접하고, S_2 는 S_3 과 접한다.

S_1, S_2, S_3 의 중심을 각각 O_1, O_2, O_3 이라 하자. 두 점 O_1, O_2 를 지나고 평면 α 에 수직인 평면을 β , 두 점 O_2, O_3 을 지나고 평면 α 에 수직인 평면이 S_3 과 만나서 생기는 단면을 D 라 하자. 단면 D 의 평면 β 위로의 정사영의 넓이를 $\frac{q}{p}\pi$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

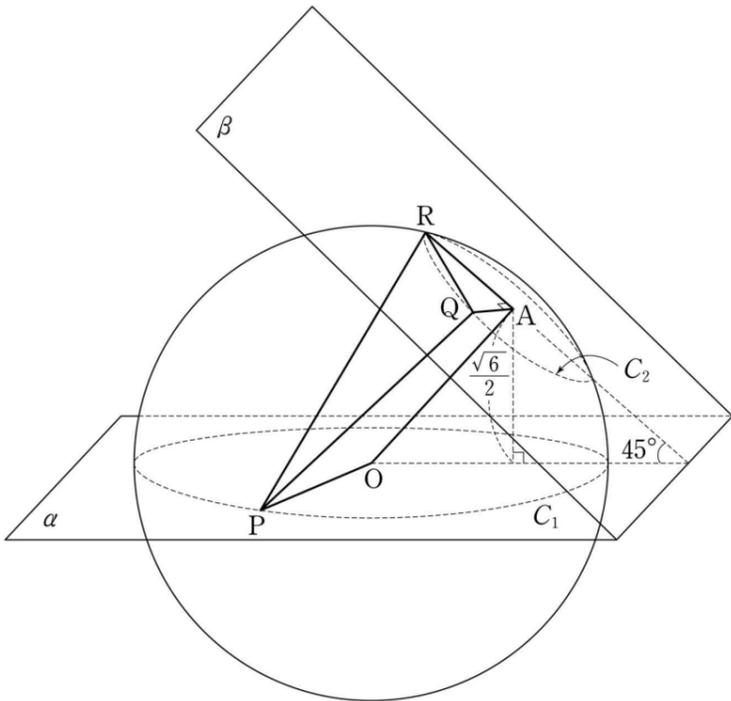


2014학년도 5월 예비시험 30번

32. 반지름의 길이가 2 인 구의 중심 O 를 지나는 평면을 α 라 하고, 평면 α 와 이루는 각이 45° 인 평면을 β 라 하자. 평면 α 와 구가 만나서 생기는 원을 C_1 , 평면 β 와 구가 만나서 생기는 원을 C_2 라 하자. 원 C_2 의 중심 A 와 평면 α 사이의 거리가 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 일 때, 그림과 같이 다음 조건을 만족하도록 원 C_1 위에 점 P , 원 C_2 위에 두 점 Q, R 를 잡는다.

- | |
|---|
| (가) $\angle QAR = 90^\circ$
(나) 직선 OP 와 직선 AQ 는 서로 평행이다. |
|---|

평면 PQR 와 평면 $AQPO$ 가 이루는 각을 θ 라 할 때,
 $\cos^2 \theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



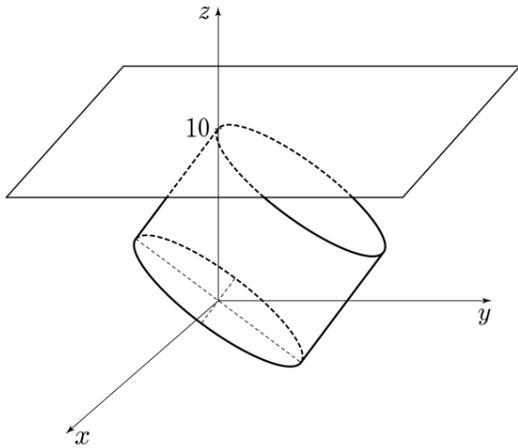
2013학년도 9월 평가원 14번

33. 좌표공간에 있는 원기둥이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 높이는 8이다.
- (나) 한 밑면의 중심은 원점이고 다른 밑면은 평면 $z=10$ 과 오직 한 점 $(0, 0, 10)$ 에서 만난다.

이 원기둥의 한 밑면의 평면 $z=10$ 위로의 정사영의 넓이는?

- ① $\frac{139}{5}\pi$ ② $\frac{144}{5}\pi$ ③ $\frac{149}{5}\pi$ ④ $\frac{154}{5}\pi$ ⑤ $\frac{159}{5}\pi$



2014학년도 9월 평가원 19번

34. 좌표공간에서 y 축을 포함하는 평면 α 에 대하여 xy 평면 위의 원 $C_1 : (x-10)^2 + y^2 = 3$ 의 평면 α 위로의 정사영의 넓이와 yz 평면 위의 원 $C_2 : y^2 + (z-10)^2 = 1$ 의 평면 α 위로의 정사영의 넓이가 S 로 같을 때, S 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{10}}{6}\pi$
- ② $\frac{\sqrt{10}}{5}\pi$
- ③ $\frac{7\sqrt{10}}{30}\pi$
- ④ $\frac{4\sqrt{10}}{15}\pi$
- ⑤ $\frac{3\sqrt{10}}{10}\pi$

2018학년도 9월 평가원 17번

35. 좌표공간에 구 $S: x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$ 과 xy 평면 위의 원 $C: x^2 + y^2 = 4$ 가 있다. 구 S 와 점 P 에서 접하고 원 C 위의 두 점 Q, R 를 포함하는 평면이 xy 평면과 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 이다. 점 P 의 z 좌표가 1보다 클 때, 선분 QR 의 길이는?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

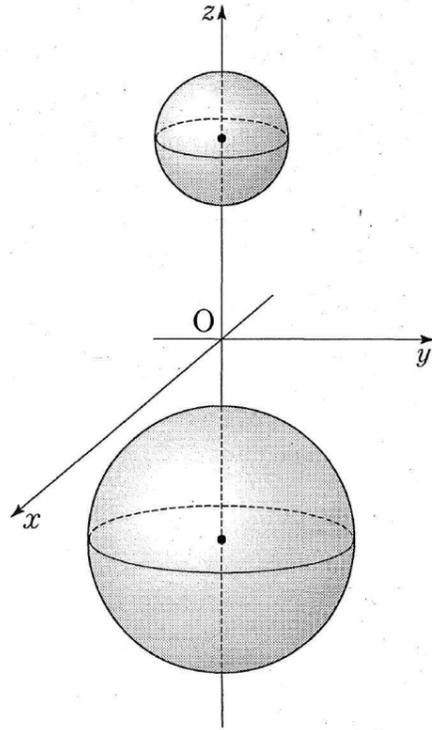
2016학년도 9월 평가원 29번

36. 좌표공간에 두개의 구

$$S_1: x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1, S_2: x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 4$$

가 있다. 점 $P\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{6}, 0\right)$ 을 포함하고 S_1 과 S_2 에 동시에 접하는 평면을 α 라 하자. 점 $Q(k, -\sqrt{3}, 2)$ 가 평면 α 위의 점일 때 $120k$ 의 값을 구하시오.

[4점][2015년 9월]



2013학년도 9월 평가원 29번

37. 좌표공간에서 네 점 A_0, A_1, A_2, A_3 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \overrightarrow{A_0A_2} = \overrightarrow{A_1A_3} = 2$$

$$(나) \frac{1}{2} \overrightarrow{A_0A_3} \cdot \left(\overrightarrow{A_0A_k} - \frac{1}{2} \overrightarrow{A_0A_3} \right) = \cos \frac{3-k}{3} \pi \quad (k = 1, 2, 3)$$

$\overrightarrow{A_1A_2}$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M^2 의 값을 구하시오.

2012수능 21번

38. 좌표공간에서 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 ABC의 넓이는 6이다.

(나) 삼각형 ABC의 yz 평면 위로의 정사영의 넓이는 3이다.

삼각형 ABC의 평면 $x - 2y + 2z = 1$ 위로의 정사영의 넓이의 최댓값은?

- ① $2\sqrt{6}+1$ ② $2\sqrt{2}+3$ ③ $3\sqrt{5}-1$
 ④ $2\sqrt{5}+1$ ⑤ $3\sqrt{6}-2$

2017학년도 대수능 29번

39. 한 모서리 길이가 4인 정사면체 ABCD에서 삼각형 ABC의 무게중심을 O, 선분 AD의 중점을 P라 하자. 정사면체 ABCD의 한 면 BCD 위의 점 Q에 대하여 두 벡터 \overrightarrow{OQ} 와 \overrightarrow{OP} 가 서로 수직일 때, $|\overrightarrow{PQ}|$ 의 최댓값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

2018학년도 6월 평가원 29번

40. 좌표평면에서 중심이 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 한 점을 A , 중심이 O 이고 반지름의 길이가 3인 원 위의 한 점을 B 라 할 때, 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 3\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$$

$$(나) |\overrightarrow{PA}|^2 + |\overrightarrow{PB}|^2 = 20$$

$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 의 최솟값은 m 이고 이 때 $|\overrightarrow{OP}| = k$ 이다. $m+k^2$ 의 값을 구하시오.

2018학년도 9월 평가원 29번

41. 좌표공간에 세 점 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(0, 0, 2)$ 가 있다. 점 P 가 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 0$, $|\overrightarrow{OP}| \leq 4$ 를 만족시키며 움직일 때,

$$|\overrightarrow{PQ}| = 1, \overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{OA} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

을 만족시키는 점 Q 에 대하여 $|\overrightarrow{BQ}|$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 하자. $M+m = a+b\sqrt{5}$ 일 때, $6(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.)

2018학년도 대수능 20번

42. 좌표공간에 한 직선 위에 있지 않은 세 점 A, B, C가 있다. 다음 조건을 만족시키는 평면 α 에 대하여 각 점 A, B, C와 평면 α 사이의 거리 중에서 가장 작은 값을 $d(\alpha)$ 라 하자.

- (가) 평면 α 는 선분 AC와 만나고, 선분 BC와도 만난다.
- (나) 평면 α 는 선분 AB와 만나지 않는다.

위의 조건을 만족시키는 평면 α 중에서 $d(\alpha)$ 가 최대가 되는 평면을 β 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보기>
- ㄱ. 평면 β 는 세 점 A, B, C를 지나는 평면과 수직이다.
 - ㄴ. 평면 β 는 선분 AC의 중점 또는 선분 BC의 중점을 지난다.
 - ㄷ. 세 점이 A(2, 3, 0), B(0, 1, 0), C(2, -1, 0)일 때, $d(\beta)$ 는 점 B와 평면 β 사이의 거리와 같다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2018학년도 대수능 29번

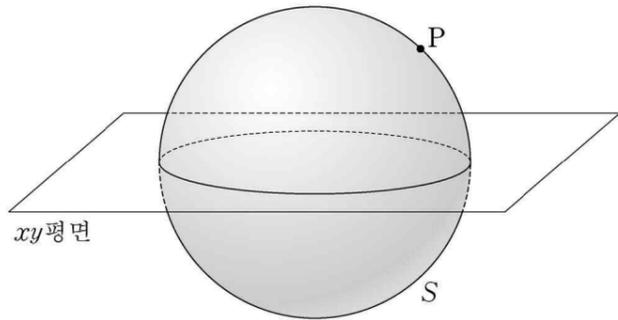
43. 좌표공간에 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 이 평면 $x + 2z - 5 = 0$ 과 만나서 생기는 원 C가 있다. 원 C 위의 점 중 y좌표가 최소인 점을 P라 하고, 점 P에서 xy평면에 내린 수선의 발을 Q라 하자. 원 C 위를 움직이는 점 X에 대하여 $|\overline{PX} + \overline{QX}|^2$ 의 최댓값을 $a + b\sqrt{30}$ 이다. $10(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a와 b는 유리수이다.)

2015학년도 대수능 29번

44. 좌표공간에 구 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 50$ 과 점 $P(0, 5, 5)$ 가 있다.
 다음 조건을 만족시키는 모든 원 C 에 대하여 C 의 xy 평면
 위로의 정사영의 넓이의 최댓값을 $\frac{q}{p}\pi$ 라 하자. $p+q$ 의 값을
 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점][2015학년도 수능]

- (가) 원 C 는 점 P 를 지나는 평면과 구 S 가 만나서 생긴다.
 (나) 원 C 의 반지름의 길이는 1이다.

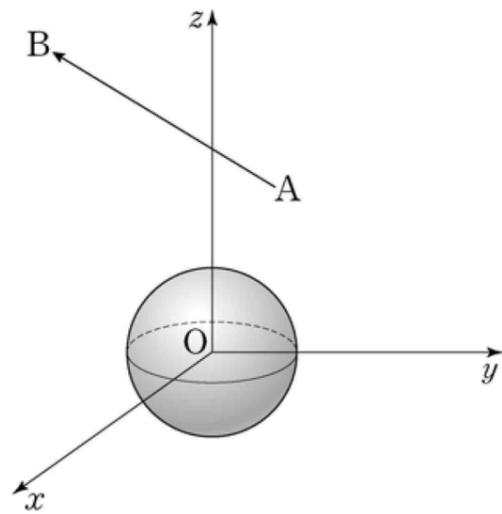


2016학년도 대수능 29번

45. 좌표공간의 두 점 $A(2, \sqrt{2}, \sqrt{3})$, $B(1, -\sqrt{2}, 2\sqrt{3})$ 에
 대하여 점 P 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $|\overrightarrow{AP}| = 1$
 (나) \overrightarrow{AP} 와 \overrightarrow{AB} 가 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{6}$ 이다.

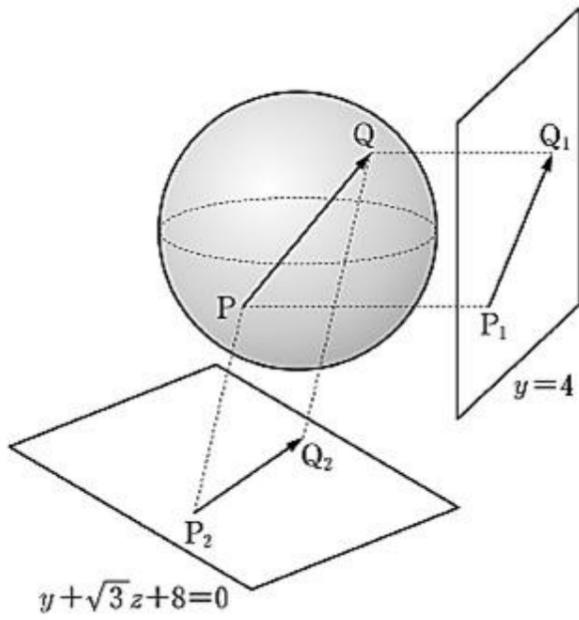
중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 구 위의 점 Q 에 대하여
 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값이 $a+b\sqrt{33}$ 이다. $16(a^2+b^2)$ 의 값을 구하
 시오. (단, a, b 는 유리수이다.)



2014학년도 수능 29번

46. 좌표공간에서 구 $x^2+y^2+z^2=4$ 위를 움직이는 두 점 P, Q 가 있다. 두 점 P, Q 에서 평면 $y=4$ 에 내린 수선의 발을 각각 P_1, Q_1 이라 하고, 평면 $y+\sqrt{3}z+8=0$ 에 내린 수선의 발을 각각 P_2, Q_2 라 하자. $2|\overrightarrow{PQ}|^2 - |\overrightarrow{P_1Q_1}|^2 - |\overrightarrow{P_2Q_2}|^2$ 의 최댓값을 구하시오.

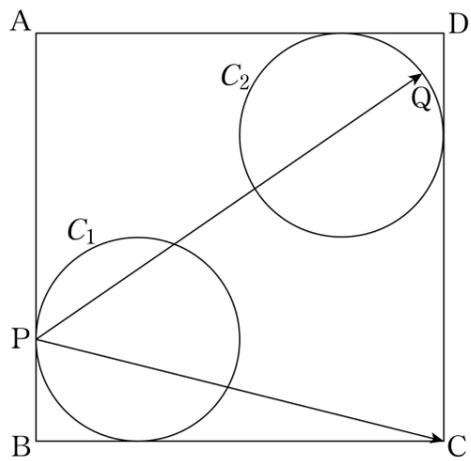
[4점][2014학년도 수능]



2018 10월 교육청 28번

47. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 내부에 선분 AB와 선분 BC에 접하고 반지름의 길이가 1인 원 C_1 과 선분 AD와 선분 CD에 접하고 반지름의 길이가 1인 원 C_2 가 있다. 원 C_1 과 선분 AB의 접점을 P라 하고, 원 C_2 위의 한 점을 Q라 하자.

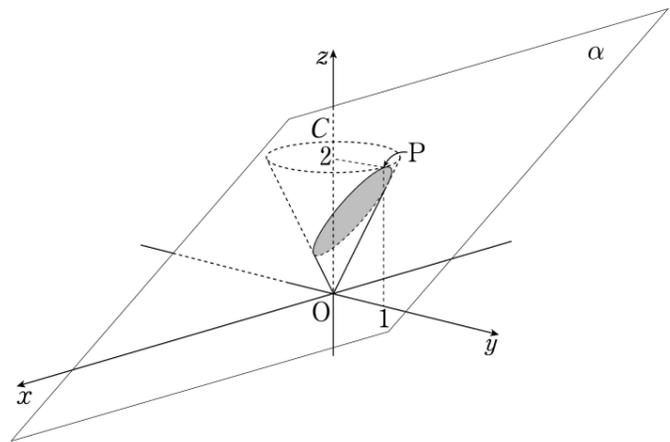
$\vec{PC} \cdot \vec{PQ}$ 의 최댓값을 $a + \sqrt{b}$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]



2018 10월 교육청 29번

48. 좌표공간에 평면 $z=2$ 위의 원 $C: x^2+y^2=1$ 을 밑면으로 하고 꼭짓점이 원점인 원뿔이 있다. 원 C 와 한 점 $P(0, 1, 2)$ 에서만 만나는 평면 α 가 이 원뿔과 만나서 생길 수 있는 도형 중 한 타원을 S 라 하자. 타원 S 의 xy 평면 위로의 정사영은 장축의 길이가 $\frac{5}{4}$ 인 타원이다. 평면 α 와 z 축이 만나서 생기는 좌표가 $(0, 0, k)$ 일 때, $50k$ 의 값을 구하시오.

[4점]



2018 7월 교육청 29번

49. 평면 위에 반지름의 길이가 13인 원 C 가 있다. 원 C 위의 두 점 A, B 에 대하여 $\overline{AB} = 24$ 이고, 이 평면 위의 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $|\overrightarrow{AP}| = 5$
- (나) \overrightarrow{AB} 와 \overrightarrow{AP} 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $5\cos\theta$ 는 자연수이다.

원 C 위의 점 Q 에 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값을 구하시오.

2017 10월 교육청 29번

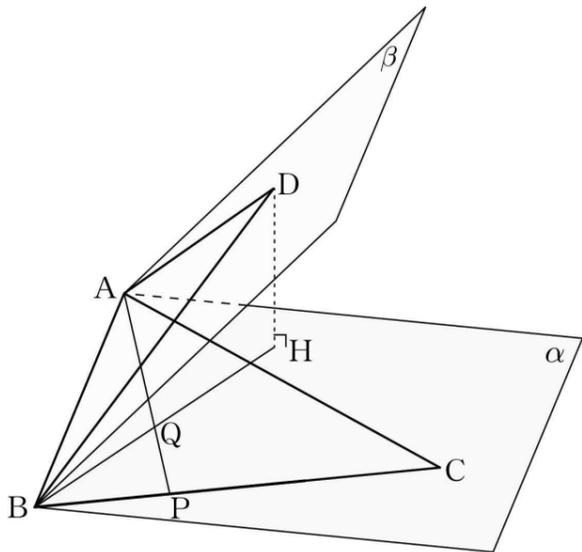
50. 좌표공간에서 두 점 $A(0, 0, 2), B(2, 4, -2)$ 에 대하여 두 점 P, Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} = 0, |\overrightarrow{OP}| = 3$
- (나) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BQ} = 0, |\overrightarrow{BQ}| = 2$

$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값이 $a+b\sqrt{5}$ 일 때, 두 유리수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.)

2017 10월 교육청 27번

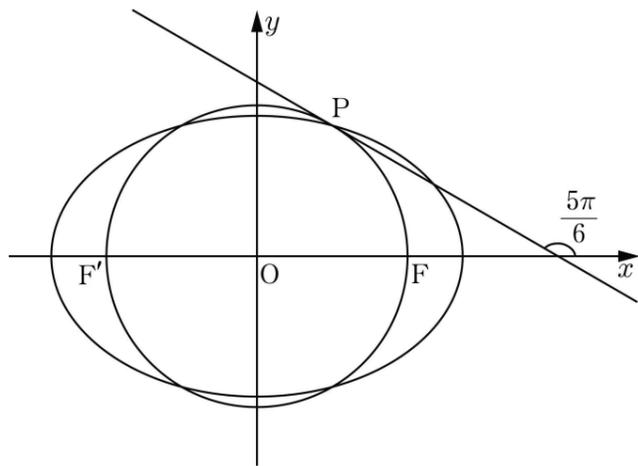
51. 그림과 같이 평면 α 위에 넓이가 27인 삼각형 ABC가 있고, 평면 β 위에 넓이가 35인 삼각형 ABD가 있다. 선분 BC를 1:2로 내분하는 점을 P라 하고 선분 AP를 2:1로 내분하는 점을 Q라 하자. 점 D에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 Q는 선분 BH의 중점이다. 두 평면 α, β 가 이루는 각을 θ 라 할 때, $\cos\theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



2017 10월 교육청 20번

52. 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점 $F(6, 0), F'(-6, 0)$ 에 대하여 선분 $F'F$ 를 지름으로 하는 원이 있다. 타원과 원의 교점 중 제1사분면에 있는 점을 P라 하자. 원 위의 점 P에서의 접선이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $\frac{5\pi}{6}$ 일 때, 타원의 장축의 길이는? (단, a, b 는 $0 < \sqrt{2}b < a$ 인 상수이다.)

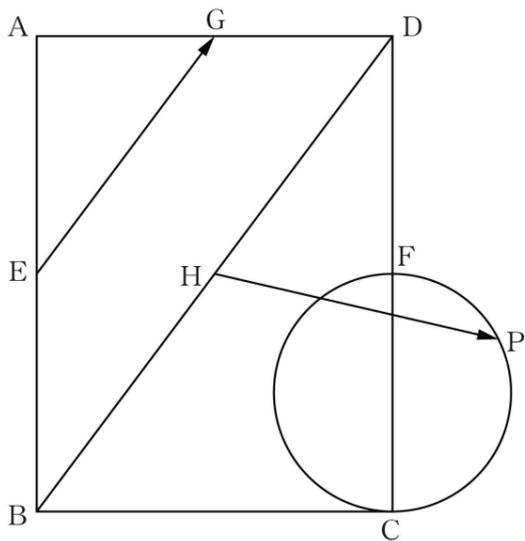
- ① $5+6\sqrt{3}$
- ② $6+6\sqrt{3}$
- ③ $7+6\sqrt{3}$
- ④ $6+7\sqrt{3}$
- ⑤ $7+7\sqrt{3}$



2017 10월 교육청 18번

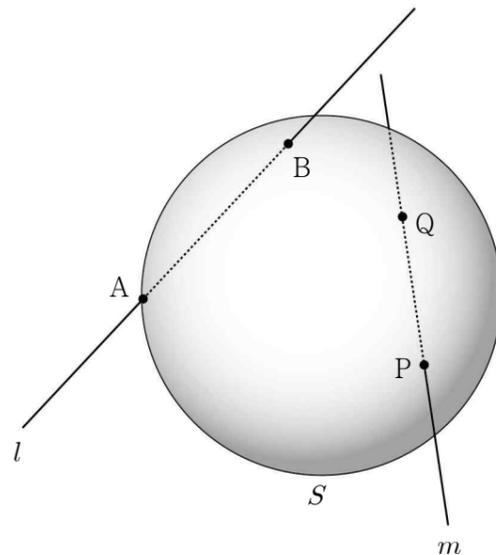
53. $\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=6$ 인 직사각형 ABCD에 대하여 네 선분 AB, CD, DA, BD의 중점을 각각 E, F, G, H라 하자. 선분 CF를 지름으로 하는 원 위의 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{HP}|$ 의 최댓값은?

- ① 8 ② $2+2\sqrt{10}$ ③ $2+2\sqrt{11}$
- ④ $2+4\sqrt{3}$ ⑤ $2+2\sqrt{13}$



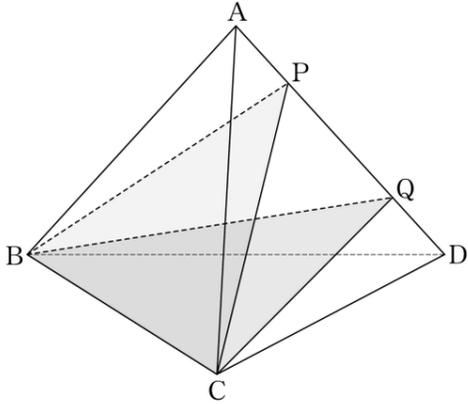
2017 7월 교육청 29번

54. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 구 S와 서로 다른 두 직선 l, m 이 있다. 구 S와 직선 l 이 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B, 구 S와 직선 m 이 만나는 서로 다른 두 점을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 APQ는 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형이고 $\overline{AB}=2\sqrt{2}$, $\angle ABQ = \frac{\pi}{2}$ 일 때 평면 APB와 평면 APQ가 이루는 각의 크기 θ 에 대하여 $100\cos^2\theta$ 의 값을 구하시오.



2016 10월 교육청 26번

55. 한 모서리의 길이가 4인 정사면체 ABCD에서 선분 AD를 1:3으로 내분하는 점을 P, 3:1로 내분하는 점을 Q라 하자. 두 평면 PBC와 QBC가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



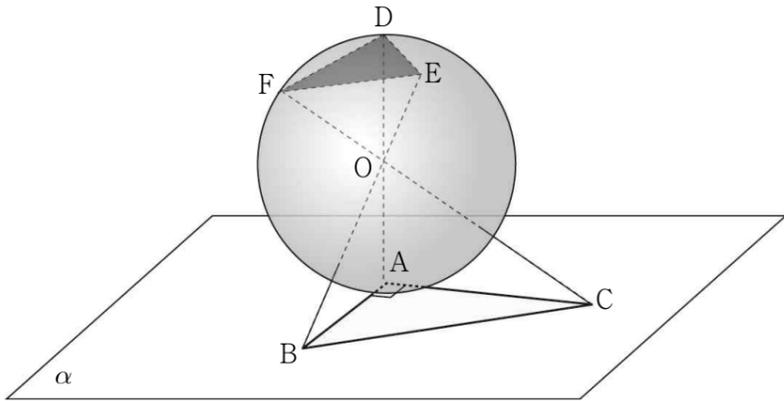
2016 10월 교육청 30번

56. 좌표공간에서 구 $S: x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4$ 와 평면 $x-y+z-6=0$ 이 만나서 생기는 원을 C 라 하자. 구 S 위의 점 $A(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 3)$ 과 원 C 위를 움직이는 점 B 에 대하여 두 벡터 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ 의 내적 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 의 최댓값과 최솟값의 곱을 구하시오. (단, O 는 원점이다.)

2016 7월 교육청 30번

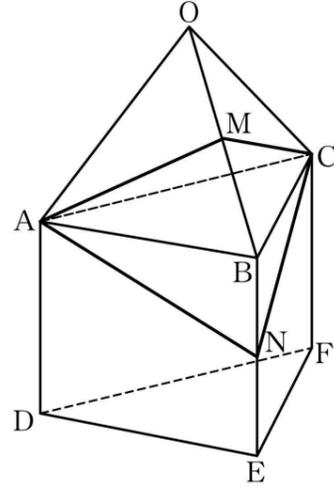
57. 그림과 같이 평면 α 위에 $\angle A = \frac{\pi}{2}$, $\overline{AB} = \overline{AC} = 2\sqrt{3}$ 인

삼각형 ABC가 있다. 중심이 점 O이고 반지름의 길이가 2인 구가 평면 α 와 점 A에서 접한다. 세 직선 OA, OB, OC와 구의 교점 중 평면 α 까지의 거리가 2보다 큰 점을 각각 D, E, F라 하자. 삼각형 DEF의 평면 OBC 위로의 정사영의 넓이를 S 라 할 때, $100S^2$ 의 값을 구하시오.



2015 10월 교육청 21번

58. 그림은 모든 모서리의 길이가 2인 정삼각기둥 ABC-DEF의 밑면 ABC와 모든 모서리의 길이가 2인 정사면체 OABC의 밑면 ABC를 일치시켜 만든 도형을 나타낸 것이다. 두 모서리 OB, BE의 중점을 각각 M, N이라 하고, 두 평면 MCA, NCA가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?



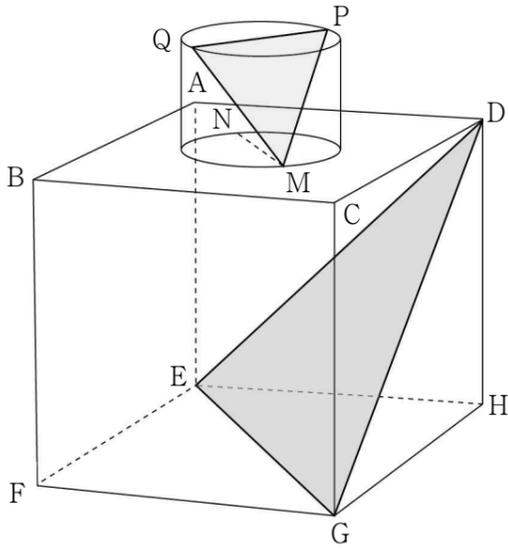
- ① $\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6}$
- ④ $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$

2015 7월 교육청 30번

59. 한 변의 길이가 4인 정육면체 $ABCD - EFGH$ 와 밑면의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 이고 높이가 2인 원기둥이 있다. 그림과 같이 이 원기둥의 밑면이 평면 $ABCD$ 에 포함되고 사각형 $ABCD$ 의 두 대각선의 교점과 원기둥의 밑면의 중심이 일치하도록 하였다. 평면 $ABCD$ 에 포함되어 있는 원기둥의 밑면을 α , 다른 밑면을 β 라 하자.

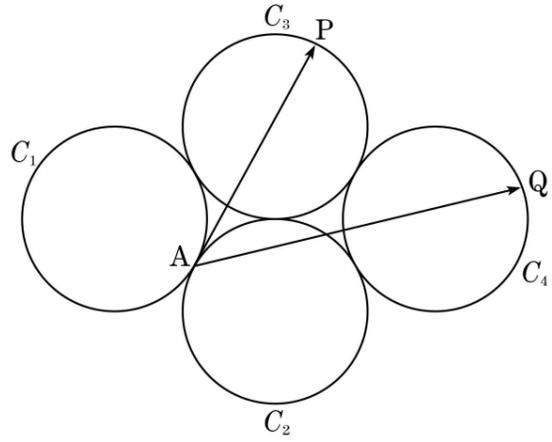
평면 $AEGC$ 가 밑면 α 와 만나서 생기는 선분을 \overline{MN} , 평면 $BFHD$ 가 밑면 β 와 만나서 생기는 선분을 \overline{PQ} 라 할 때, 삼각형 MPQ 의 평면 DEG 위로의 정사영의 넓이는 $\frac{b}{a}\sqrt{3}$ 이다.

$a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)



2014 10월 교육청 21번

60. 그림과 같이 평면 위에 반지름의 길이가 1인 네 개의 원 C_1, C_2, C_3, C_4 가 서로 외접하고 있고, 두 원 C_1, C_2 의 접점을 A 라 하자. 원 C_3 위를 움직이는 점 P 와 원 C_4 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 $|\overline{AP} + \overline{AQ}|$ 의 최댓값은?



- ① $4\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ② 6 ③ $3\sqrt{3} + 1$
- ④ $3\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ⑤ 7

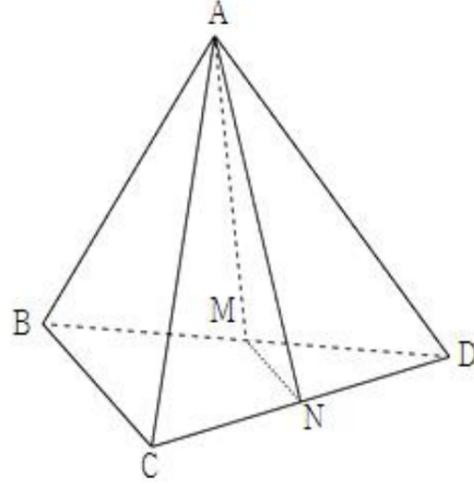
2018 사관학교 15번

61. 평면 α 위에 있는 서로 다른 두 점 A, B와 평면 α 위에 있지 않은 점 P에 대하여
삼각형 PAB는 $\overline{PB}=4$, $\angle PAB = \frac{\pi}{2}$ 인 직각이등변삼각형이고,
평면 PAB와 평면 α 가 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{6}$ 이다. 점 P에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 사면체 PHAB의 부피는? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- ④ $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{6}}{6}$

2017 사관학교 15번

62. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12인 정사면체 ABCD에서 두 모서리 BD, CD의 중점을 각각 M, N이라 하자. 사각형 BCNM의 평면 AMN 위로의 정사영의 넓이는?



- ① $\frac{15\sqrt{11}}{11}$ ② $\frac{18\sqrt{11}}{11}$ ③ $\frac{21\sqrt{11}}{11}$
- ④ $\frac{24\sqrt{11}}{11}$ ⑤ $\frac{27\sqrt{11}}{11}$

2017사관학교 17번

63. 좌표공간에 평행한 두 평면

$\alpha : 2x - y + 2z = 0$, $\beta : 2x - y + 2z = 6$ 위에 각각 점 $A(0, 0, 0)$

$B(2, 0, 1)$ 이 있다. 평면 α 위의 점 P 와 평면 β 위의 점 Q 에 대하여 $\overline{AQ} + \overline{QP} + \overline{PB}$ 의 최솟값은?

- ① 6 ② $\sqrt{37}$ ③ $\sqrt{38}$
- ④ $\sqrt{39}$ ⑤ $2\sqrt{10}$

2017 사관학교 19번

64. 실수 t 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점 P 가 나타내는 도형의 둘레의 길이를 $f(t)$ 라 하자.

- (가) 점 P 는 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ 위의 점이다.
- (나) 점 $A(t+5, 2t+4, 3t-2)$ 에 대하여 $\overline{OP} \cdot \overline{AP} = 0$ 이다.

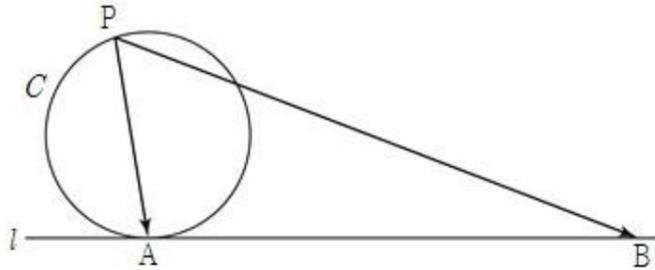
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 0는 원점이다.)

- <보기>
- ㄱ. $f(0) = \frac{20}{3}\pi$
 - ㄴ. $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 10\pi$
 - ㄷ. $f(t)$ 는 $t = -1$ 에서 최솟값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2017 사관학교 28번

65. 그림과 같이 반지름의 길이가 5인 원 C 와 원 C 위의 점 A 에서의 접선 l 이 있다. 원 C 위의 점 P 와 $\overline{AB} = 24$ 를 만족시키는 직선 l 위의 점 B 에 대하여 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 의 최댓값을 구하시오.

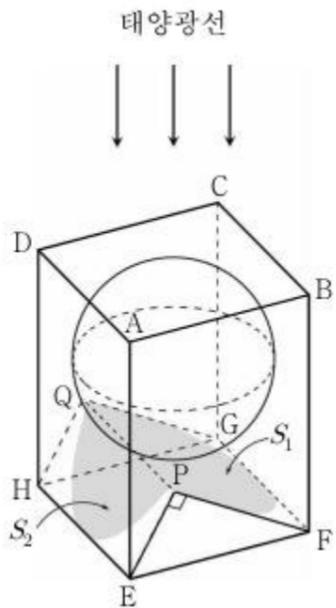


2017 사관학교 30번

66. 좌표공간에 평면 $z=1$ 위의 세 점 $A(1, -1, 1)$, $B(1, 1, 1)$, $C(0, 0, 1)$ 이 있다. 점 $P(2, 3, 2)$ 를 지나고 벡터 $\vec{d} = (a, b, 1)$ 과 평행한 직선이 삼각형 ABC 의 둘레 또는 내부를 지날 때, $|\vec{d} + 3\overline{OA}|^2$ 의 최솟값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, a, b 는 실수이다.)

2016 사관 20번

67. 한 변의 길이가 8인 정사각형을 밑면으로 하고 높이가 $4+4\sqrt{3}$ 인 직육면체 $ABCD-EFGH$ 가 있다. 그림과 같이 이 직육면체의 바닥에 $\angle EPF=90^\circ$ 인 삼각기둥 $EFP-HGQ$ 가 놓여있고 그 위에 구를 삼각기둥과 한 점에서 만나도록 올려놓았더니 이 구가 밑면 $ABCD$ 와 직육면체의 네 옆면에 모두 접하였다. 태양광선이 밑면과 수직인 방향으로 구를 비출 때, 삼각기둥의 두 옆면 $PFGQ, EPQH$ 에 생기는 구의 그림자의 넓이를 각각 $S_1, S_2 (S_1 > S_2)$ 라 하자. $S_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}S_2$ 의 값은?



- ① $\frac{20\sqrt{3}}{3}\pi$ ② $8\sqrt{3}\pi$ ③ $\frac{28\sqrt{3}}{3}\pi$
- ④ $\frac{32\sqrt{3}}{3}\pi$ ⑤ $12\sqrt{3}\pi$

2016 사관 30번

68. 그림과 같이 옆면은 모두 합동인 이등변삼각형이고 밑면은 한 변의 길이가 2인 정사각형인 사각뿔 $O-ABCD$ 에서 $\angle AOB=30^\circ$ 이다. 점 A 에서 출발하여 사각뿔의 옆면을 따라 모서리 OB 위의 한 점과 모서리 OC 위의 한 점을 거쳐 점 D 에 도착하는 최단경로를 l 이라 하자. l 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OP}$ 의 최댓값을 $a\sqrt{3}+b$ 라 할 때, a^2+b^2 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.)

