



수학 영역

올바른 기출분석법
-이과편-

안녕하세요.

신SUN 입니다.

이번 칼럼도 수험생분들에게 조금이라도 도움을 드리겠다는 일념으로 열심히 써보겠습니다.

오늘은 누구나 다 푸는 기출문제,
정말 제대로 풀고, 분석 및 정리하는 방법을 알려드리려고 합니다.

두루뭉실한 얘기 말고
좀 더 현실적인, 허나 어렵지 않은 방법으로 말입니다.

이 방법은 정말 누구나 다 쓰실 수 있고,
특히나 중위권 학생들에게 더 좋은 방법일 것 같아요.

혹시 본인이 기출문제를 지금 풀어보고 있는데
어떻게 풀어야할지 모르겠거나 혹은 생각없이 풀고있거나,
누군가의 강의로만 기출을 분석하려고 하시는 분들이 있다면

한 번 끝까지 읽어보세요.

누구나 하는 기출문제 분석. 어떻게 해야 되는 걸까요?

대부분의 학생들은, 실제로 기출문제를 푸는 것이 중요하다는 것은
알지만

대체 , 어떻게 해야하는 지 방법을 알지 못해
대부분 인강으로 그 학습을 대체합니다.

인강을 듣기 전 미리 문제를 풀어보고, 선생님이 해주시는 풀이와
내 풀이를 비교하고
다시 한 번 스스로 풀어보는 것을 반복하는 것이지요

이 과정에서 보통 학생들은 ‘풀이방법’을 배워서 문제를 다시 풀
다.

대체 왜 이 개념이 쓰이는 것인지, 이 과정의 논리구조가 왜 이렇게
흘러가는 지 이유를 제대로 알지 못한 채,

그냥 알려주는 대로 푸는 것이지요.

보통 이런식으로 최소 2회 정도 복습을 하는 경우가 많은데,

대부분 학생들이 이제 ‘어느정도 기출문제는 풀 수있다’ 의 상태가
되고,
이 때, 본인이 ‘기출문제를 올바르게 풀고 활용했다’ 라고 착각하게
되지요.

그리고, 고난도n제 문제를 풀면서 탈탈 털리고
아 왜 나는 기출을 여러번 보고 선생님이 알려주신 대로 복습도 했
는데

왜 새로운 문제를 볼 때 하나도 안 풀리지?
모의고사 보면 항상 이 번호의 문제는 왜 못 풀겠지?
뭐가 문제였던거야?

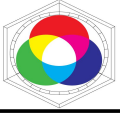
멘붕 상태에 빠지게 됩니다.

안타깝게도 그 친구들은 기출을 그냥 풀기만 한 겁니다.
그 훌륭한 문제들을 그냥 다른 문제집 풀듯이 풀기만 한거예요.

빨리 2~3회독 해야하니까요.
옆사람들 다 하니까요.

그렇다면, 대체 어떻게 기출문제를 분석하는 건지,
그 방법에 대해 자세히 알려드릴게요

우선 기출분석이란 무엇이고
대체 어떻게 하는 것인지에 대해 얘기드리기 전에,



기출문제를 풀 때 좀 더 성의있게,
올바르게 푸는 방법부터 알려드리겠습니다.

핵심은 무의식으로, 이 전에 풀었던 문제들의 경험으로 푸는 것이 아니라
어떠한 개념을 사용해야 할지 생각하면서 풀자는 것입니다.

2가지 원칙을 갖고 문제를 바라보고
3단계로 나눠서 문제를 풀기 입니다

1. 기출문제를 제대로 푸는 방법

1) 문제를 풀기 전, 두 가지 대원칙을 갖고 문제를 대한다.

원칙 1.

본격적으로 풀기 전 펜을 내려놓고,
대략 30초정도 동안 문제의 조건과,
구하라는 것을 보고 배운 개념‘만’을 활용해
어떤식으로 문제의 논리흐름이 진행될지 생각해보기

- ‘누군가의 풀이방법’을 외워서가 아닌, ’교과개념‘ 혹은 기출에서 정리한 도구를 이용해서 문제를 푸는 습관을 갖는다
- 만약 아예 감도 못 잡겠다면, 그 문제의 단원의 개념을 한 번 읽고 온다.

원칙2. 본인만의 해설지를 만든다고 생각하자

-교과개념을 활용해서 각 풀이과정에 배운 개념을 활용해서
단 하나의 논리비약 없는 풀이를 만드려고 해야한다.

2) 문제를 본격적으로 풀 때는, 3가지 단계로 나눠서 문제를 대한다.

(이 건 큰 틀에서 3가지 단계로 나눈 것이다. 조건이 하나이거나, 따로 수학적 표현으로 바뀌어야 할 필요가 없다면 안 해도 된다.)

1.문제의 조건들이 갖는 의미가 무엇인지 해석하고 그 것을 수학적 인 기호나 표현으로 바꿔서 쓰기

- 문제의 조건을 감상하면 안됩니다. 배운 교과개념 혹은 기출에서 정리한 도구를 이용해서 내가 실제로 쓸 수 있는 수학적 표현이나

기호로 바꿔야 합니다.

2. 만약 조건이 2개 이상이라면, 그 조건을 해석한 결과들(혹은 조건과 구하라는 것)의 연결고리를 찾고, 배운 개념을 활용해서 논리적으로 풀어나가기

(고난이도 문제에서 활용)

- 어려운 문제일수록 각 조건들의 모습이 새롭고 낯선 것이 당연하다. 먼저 기출들을 풀면서 기본적인 조건 해석능력을 키워야 한다.
- 함수문제라면 해석해놓은 표현을 이용해서 그래프를 추론 및 관찰해보려고 한다.

3. 최대한 떠올린 개념의 내용 , 원리를 이용해서 끊임없이 문제와대화하며 풀어보기

- 평가원 문제, 특히 수능은 주어진 조건부터 구하라는 값들까지 모두 설계되어 있다.
- 각 조건들마다 주어진 이유가 있을 것이며, 그 논리가 필연적으로 연결되어 있을 것이다.

절 대 잊지말고 기억하세요.

그럼 이제 문제를 보면서 확인해볼까요?

작년 6월 20번 문제입니다.

20. 양수 a 와 실수 b 에 대하여 함수 $f(x) = ae^{3x} + be^x$ 이
다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

(가) $x_1 < \ln \frac{2}{3} < x_2$ 를 만족시키는 모든 실수 x_1, x_2 에

대하여 $f''(x_1)f''(x_2) < 0$ 이다.

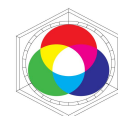
(나) 구간 $[k, \infty)$ 에서 함수 $f(x)$ 의 역함수가 존재하도록 하는 실수 k 의 최솟값을 m 이라 할 때,

$f(2m) = -\frac{80}{9}$ 이다.

① -15 ② -12 ③ -9 ④ -6 ⑤ -3

우선 문제를 풀기 전 대원칙을 잊지말고 해봅시다.

본격적으로 풀기 전 펜을 내려놓고, 대략 30초정도 동안
문제의 조건과 , 구하라는 것을 보고 배운 개념‘만’을 활용해 어떤식으로 문제의 논리흐름이 진행될지 생각해보기



=음 $f(x)$ 는 어려운 함수가 아니네. a , b 를 다음 두 조건 이용해서 구하면 끝이겠다.

미지수가 두 개니까 식 2개만들면 되겠네

(가) 조건은 $x=\ln(2/3)$ 의 좌 우에서 이계도함수 부호가 바뀌는 것이므로 변곡점이겠네 굳

(나) 역함수가 존재한다 라는 건 그 구간에서 증가 또는 감소한다는 말이잖아!

그럼 내가 쓸 수 있는 건 $f'(x) \geq 0$ or $f'(x) \leq 0$ 이 것이겠군!=

너무 이상적으로 생각한거 아니냐구요?

맞아요.

처음엔 저렇게 다 생각 못하시는게 당연해요.

교과개념은 당연히 잘 알고 있어야 하며

기출문제를 풀면서 나름 도구가 정리가 되어야 하는 부분이니깐요.

올바르게 기출 풀고 정리하다보면 저런 이상적인 수준의 생각까지 하실 수 있을거예요.

확신해요.

우선 이 과정을 하나도 하지 못하시는 분들은,

당장 교과서 or 개념서의 개념을

좀 더 보고 학습하라고 말씀 드리고 싶어요.

(그렇다고 다 제쳐두고 개념!개념! 하라는 것이 아니라

부족하다고 느껴지는 단원의 공부를 하면서 문제를 푸시라는거죠)

이 작업이 왜 중요하냐면,

대부분은 수능 보러 가셔도 무턱대고

문제 보고 습관적, 기계적으로 펜들고 뭐라도 써보고 시작해요.

막 이리저리 쓰다가 막혀버리면

으잉? 하고 1차 멘붕이 오면서

“음 이따 다시 풀어봐야지” 하고 뒤로 넘기는 순간,

시간은 시간대로 쓰고, 불안해지고,

심하면 멘탈까지 나간상태로 뒤에 문제들을 풀어야 되는거죠.

그래서 수능장에서도, 우선 30초동안 고민해보고

잘 모르겠다 싶으면 과감히 넘겨서 나중에 다시 건드려 보는게 좋아요!

이건 9월 이후에 ‘수능장에서 도움되는 여러가지 방법’

이라는 칼럼에서 다시 써보도록 하구요

그럼 본격적으로 **문제를 단계적으로 보면서** 풀어보죠

1.문제의 조건들이 갖는 의미가 무엇인지 해석하고 그 것을 수학적 인 기호나 표현으로 바꿔서 쓰기

=(가) 조건을 보니까 $x=\ln(2/3)$ 좌/우에서 이계도함수 부호가 바뀌니까 변곡점이라고 해석

또한 덧붙이면, $f(x)$ 는 모든 x 에 대해 두 번, 세 번 계속 미분가능 하니까 이계도함수가 연속이지.

따라서 사잇값정리에 의해 $f'(\ln(2/3))=0$ 이겠구만

식 하나 만들었다.

(나) 조건을 보면 역함수가 존재한다 라는 말이 있는데 이 것은, 주어진 구간안에서 증가 또는 감소한다 라는 얘기이고 주어진 구간에서 $f'(x) \geq 0$ or ≤ 0 라고 해석할 수 있지.

그렇다면, $x \geq k$ 인 범위에선 $f' \geq 0$ 이거나 $f' \leq 0$ 이 되어야 하는구나! =

2. 만약 조건이 2개 이상이라면, 그 조건을 해석한 결과들(혹은 조건과 구하라는 것)의 연결고리를 찾고, 배운 개념을 활용해서 논리적으로 풀어나가기

조건을 해석한 내용을 바탕으로 논리적으로 끌고가 보겠습니다.

=이제 $f'(\ln(2/3))=0$ 통해서 나온 하나의 식과

나 조건을 풀어서 만들어낸 또 다른 식을 가지고 a, b 결정하면 되겠다.

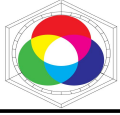
자 그럼, 해석한 대로 $f(x)$ 를 미분해서 부호를 확인하면 되겠다.

$f'(x)=ae^x(3e^{2x}-4)$ 이다.

아, $x=1/2\ln(4/3)$ 에서 $f'=0$ 이 되고, 좌/우에서 부호가 바뀌네!

$a > 0$ 이고, $e^x > 0$ 이므로

그럼 $x \geq 1/2\ln(4/3)$ 인 구간에서 $f' \geq 0$ 이고, 그러므로 $f(x)$ 가 증가



하고 역함수가 존재하겠구만!

따라서, k 가 될 수 있는 최솟값 m 은 $1/2\ln(4/3)$ 이 되겠구만!

m 을 구했으니 $f(2m)=-80/9$ 통해서 또 하나의 식을 만들 수 있겠구만.

a, b 에 대한 두 식을 만들어 냈으니, 답 구할 수 있겠다!

어떠신가요? 이해가 되시나요?

일부러 이상적으로 해야하는 생각들을 거의 다 적어보았습니다.

기출 문제를 풀 때의 대 원칙 중 2번 째,
본인만의 해설지를 만들라 라고 말씀드렸죠.

문제를 다 풀고, 해설지와 비교하며 본인이 빠트린 논리가 있다면
따로 적어두고 암기하셔야 합니다.

이 방식대로 문제를 풀다보면 어느새 빠트리는 논리는 점점 줄어들
며 보다 완벽한 풀이를 할 수 있게끔 되실 겁니다.

그리고 가장 중요한 것은 교과개념 혹은 기출문제를 통해 정리한 도
구(실전개념)을 떠올릴 수 있느냐 입니다.

만약(가) 조건을 해석 못하고 쏴아서 별별 떠셨다면
지금 개념 보셔야 합니다

이 타이밍에 여러분에게 과제 하나 드릴게요.

제가 정말 좋아하는 기출문제 중 하나인데, 논리구조가 정말 잘 설
계되어 있는 문제입니다.

안내해드린 과정대로 문제를 풀고 ,
본인만의 해설지를 만들어보세요.

풀이는 다음 칼럼에 써보도록 하겠습니다.
16학년도 B형 30번 문제입니다.

30. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \leq b$ 일 때, $f(x) = a(x-b)^2 + c$ 이다. (단, a, b, c 는 상수이다.)

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = \int_0^x \sqrt{4-2f(t)} dt$ 이다.

$\int_0^6 f(x) dx = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

자, ‘기출문제를 푼다’ 라고 했을 때
이런 과정으로 풀면 되는거구요.

이제는, 문제를 풀고 난 뒤에 어떤 생각을 가져야
진짜 분석이 되는건 지 알려드리겠습니다.

2. 학생 기준으로 생각한, 현실적인 기출분석법

기출분석 이라 함은 무엇인지 결론부터 얘기해보자면 간단합니다.

1) 해설지나 인강을 참고하여, 내가 막혔던 부분에서 왜 이 개념이 쓰이고 문제를 이렇게 풀어야만 하는지 **수학적 근거와 이유를 꼭 확인한다.**

-문제 밑에 꼭 따로 적어두고 ‘풀이방법’ 이 아닌, 수학적 근거와 이유를 암기한다.

그래야, 내가 추 후에 비슷한 문제를 풀 때에 스스로 생각해서 문제를 풀 수 있게 된다.

2) 각 단위별 문제풀이의 도구(실전개념)와 본인만의 유형별 일관된 접근방법을 정리한다.

-교과서 혹은 개념서에선 강조되지 않지만, 수능에서 많이 쓰이는 실전개념은 꼭 따로 암기해야 한다.

-예를들어, 이면각과 관련된 문제를 푼다면

ㄱ) 삼수선의 정의를 활용한 정의

ㄴ) 법선벡터의 활용

ㄷ) 정사영을 직접 시켜서 각을 구함

으로 나누고, 각 풀이법을 쓸 상황들을 정리하는 것입니다.

이 부분은 기출문제를 풀고 정리하다 보면 자연스레 정리가 되는 부분입니다.

(요새는 인강으로 많이 해주시죠!)



아까 푼 문제를 다시 봅시다.

20. 양수 a 와 실수 b 에 대하여 함수 $f(x) = ae^{3x} + be^x$ 이
다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

(가) $x_1 < \ln \frac{2}{3} < x_2$ 를 만족시키는 모든 실수 x_1, x_2 에
대하여 $f''(x_1)f''(x_2) < 0$ 이다.
(나) 구간 $[k, \infty)$ 에서 함수 $f(x)$ 의 역함수가 존재하도록
하는 실수 k 의 최솟값을 m 이라 할 때,
 $f(2m) = -\frac{80}{9}$ 이다.

- ① -15 ② -12 ③ -9 ④ -6 ⑤ -3

1) 해설지나 인강을 참고하여, 내가 막혔던 부분에서 왜 이 개념이 쓰이고 문제를 이렇게 풀어야만 하는지 수학적 근거와 이유를 꼭 확인한다.

위 내용에 따라 정리해보면,

(가) 조건에서 $f(x)$ 의 이계도함수가 연속이므로 '사잇값정리'에 의해서 $x = \ln 2/3$ 에서 $f' = 0$ 임을 알 수 있겠구나.

이계도함수의 부호변화는 변곡점을 생각해야 한다는 점 다시 확인!

2) 각 단원별 문제풀이의 도구(실전개념)와 본인만의 유형별 접근방법을 정리한다.

(나) 조건에서 역함수가 존재한다는 말은, 그 구간안에서 증가 또는 감소한다는 것이고 나는 이 때, 함수가 미분가능 하다면 도함수를 이용해서 $f' > 0$ or $f' < 0$ 을 이용할 것이야!

라고 도구를 정리 할 수 있겠죠.

어떤말인지 대충 이해가 갈까요??

평소에 혹시 별 생각없이 기계적으로 문제를 풀고,

맞혔다고 좋아하고 틀렸다고 해설보거나 인강을 보셨나요?

지금부터라도 이 방식으로 기출문제 하나하나 곱씹어보세요.

유형별 접근법에 대한 얘기는 다음 칼럼에서 자세히 얘기해보겠습니다.

아래의 두 문제를 꼭 풀고 다음 칼럼을 봐주세요

22. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 있다. 모든 실수 x 에 대하여 $f(2x) = 2f(x)f'(x)$ 이고,
 $f(a) = 0$, $\int_{2a}^{4a} \frac{f(x)}{x} dx = k$ ($a > 0$, $0 < k < 1$) 일 때,
 $\int_a^{2a} \frac{\{f(x)\}^2}{x^2} dx$ 의 값을 k 로 나타낸 것은?

[3점][2011학년도 수능]

- ① $\frac{k^2}{4}$ ② $\frac{k^2}{2}$ ③ k^2 ④ k ⑤ $2k$

69. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 양의 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족한다.

(가) $\left(\frac{f(x)}{x}\right)' = x^2 e^{-x^2}$
(나) $g(x) = \frac{4}{e^4} \int_1^x e^{t^2} f(t) dt$

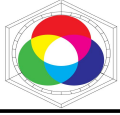
$f(1) = \frac{1}{e}$ 일 때, $f(2) - g(2)$ 의 값은?

[4점][2016년 9월]

- ① $\frac{16}{3e^4}$ ② $\frac{6}{e^4}$ ③ $\frac{20}{3e^4}$ ④ $\frac{22}{3e^4}$ ⑤ $\frac{8}{e^4}$

효율적인 수학 공부방법
(지금까지 얘기한 내용 정리)

우선 가장 효율적인 수학 고득점을 위한 공부방법을 말씀드리자면,



교과개념을 교과서 혹은 개념서로 꼭 정독하시면서

필요한 공식, 원리 등을 이해 더 나아가 암기까지 하시고
여기서부터 교과서 안에 있는 문제들을 풀면서
기본적인 경험치를 쌓으세요

그 이후에, 말씀 드렸던 방법으로
기출을 풀고 분석해보세요 꼭 스스로!!

여기서 주의할 점!!!

제발 문제를 푸는 시기와 개념을 공부하는 시기를

굳이 나눠서 공부하지 마세요.

기출문제를 풀다가

어떤 개념을 써야 할지 헷갈리거나 감이 잘 안 잡힌다면,
해설보고, 아 이거구나 하고 넘어가지 마시고,

다시 한 번 교과개념 살펴보고,
기억 안 났던 개념들 있으면 다시 공부하시고 문제 푸셨으면 좋겠어
요.

이렇게 유기적으로 개념공부와 기출문제 풀이를 같이 하셔야해요.

여기서 끝내시면 안되구요,

기출문제를 풀고, 분석하면서 만든 본인만의 경험치
(풀이방법, 사고과정등)를 가지고

시중에 나와있는 좋은 질의 n제, 자작문제, ebs등 최대한 많은 양의
문제를 푸세요.
(양치기라고도 하죠)

절대, 기출문제로는 1등급 만들기 쉽지 않아요.

안전하게 96점을 맞기위해선,
정말 다양한 콘텐츠 접해보면서 낫설고 새로운 형태의 문제 많이 보
셔야 합니다.

도움이 되셨나요?

부디, 수학공부를 어떻게 해야할지 갈피를 못잡는 분들,
지금 기출문제집 사서 끙끙대시는 분들,
곧 기출문제를 푸실 분들,
기출문제를 생각 없이 푸셨던 분들

모두에게 조금이나마 도움이 될만한 글이었음 좋겠네요.

여러분 모두 열공하세요.

여러분의 수능 날까지 함께 하겠습니다.

질문 및 상담, 현강안내: 신재민의 수학공간 검색