



2012학년도 경찰대학 제1차시험(수리영역)

※ 총 4쪽 25문항입니다. 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ 일 때, $(x+y+z)^{12}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

2. 다음 두 조건을 만족시키는 집합 A , B 의 순서쌍 (A, B) 의 개수는?

(가) A 와 B 는 집합 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 의 부분집합이다.
(나) $A - B = \{1, 3, 5\}$

- ① 17 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 31

3. x 에 대한 일차방정식 $a(ax-1)-(x+1)=0$ 이 근을 갖지 않을 때, $x^2 - (4a-1)x - 5a + 1 = 0$ 의 두 근 α , β 에 대해 $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

4. 7개의 숫자 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7 중 서로 다른 4개를 사용하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 25의 배수가 되는 경우의 수는?

- ① 48 ② 52 ③ 56 ④ 60 ⑤ 64

5. 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x-x^2) - f(0)}{x} = \frac{1}{3}$$

일 때, $f'(0)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

6. 실수 x , y 에 대하여 $\left(\frac{1+i}{1-\sqrt{3}i}\right)^{13} = x+yi$ 가 성립할 때, $|x|+|y|$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)?

- ① $\frac{1}{2^8}$ ② $\frac{1}{2^7}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2^7}$
④ $\frac{\sqrt{3}}{2^6}$ ⑤ $\frac{1+\sqrt{3}}{2^6}$

7. 방정식 $\sqrt{15}x^{\log_{15}x} = x^2$ 의 모든 실근의 곱은?

- ① 15 ② 15^2 ③ 30 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\sqrt{15}$

8. 역행렬이 존재하는 행렬 A 에 대하여 $f(X)=X+X^{-1}$ 이라 하자. 행렬 A 가

$$A^2+A+E=O$$

을 만족할 때, $f(A)f(A^2)f(A^{2^2})\cdots f(A^{2^{13}})$ 의 값은? (단, E 는 단위행렬, O 는 영행렬이다.)

- ① E ② $-E$ ③ O ④ A ⑤ $A-A^{-1}$

9. 열린구간 $(0, 2)$ 에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$$f(x)=\begin{cases} 4x-3 & (0\leq x<1) \\ ax^2+bx & (1\leq x<2) \end{cases} \quad (\text{단, } a, b \text{는 상수})$$

일 때, $\lim_{n\rightarrow\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^nf\left(\frac{2k}{n}\right)$ 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ 6

10. 곡선 $f(x)=-x^3-x^2+x+1$ 과 x 축으로 둘러싸인 영역 $A=\{(x, y)|-1\leq x\leq 1, 0\leq y\leq f(x)\}$ 에서 $3x+4y$ 의 최대값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

11. x 에 대한 이차방정식 $ax^2-bx+3c=0$ 이 다음 두 조건을 만족시킬 때, $a+2b+3c$ 의 값은?

- (가) a, b, c 는 한 자리의 자연수이다.
(나) 두 근 α, β 에 대하여 $1<\alpha<2, 5<\beta<6$ 이다.

- ① 16 ② 24 ③ 32 ④ 40 ⑤ 48

12. 이산확률변수 X 는 1, 2, 3, ..., 90의 값을 가질 때, 확률변수 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x)=a\cos^2(x^\circ) \quad (\text{단, } a \text{는 상수})$$

이다. 이때, 확률 $P(30\leq X\leq 60)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{31}{89}$ ③ $\frac{31}{90}$ ④ $\frac{62}{89}$ ⑤ $\frac{31}{45}$

13. 점 A_n 의 좌표가 $\left(\left(\frac{3}{4}\right)^n \cos \frac{n\pi}{3}, \left(\frac{3}{4}\right)^n \sin \frac{n\pi}{3}\right)$ 일 때,
 $\sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n A_{n+1}}$ 의 값은?

- ① $\frac{3\sqrt{13}}{4}$ ② $\sqrt{13}$ ③ $\frac{5\sqrt{13}}{4}$
 ④ $\frac{3\sqrt{13}}{2}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{13}}{4}$

14. 수열 $\{a_n\}$ 을
 $a_{n+1} = n(-1)^n - 3a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$
 으로 정의한다. $a_1 = a_{2012} + 2$ 일 때, $\sum_{n=1}^{2011} a_n$ 의 값은?
 ① 501 ② 351 ③ 251 ④ -251 ⑤ -501

15. 경찰대학 체력측정에서 참가자의 약 94 % (오차의 한계 0.5 %)가 정해진 기준을 만족시켰다고 한다. 이때, 가능한 참가자 수의 최솟값은?
 ① 12 ② 13 ③ 16 ④ 18 ⑤ 25

16. 두 수 2^n 과 5^n 의 최고 자릿수가 a 로 같아지도록 하는 자연수 n 과 a 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

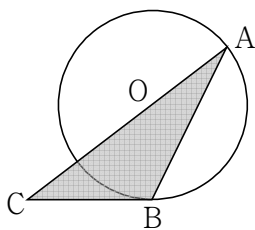
- <보 기> —
- ㄱ. $a \cdot 10^p < 2^n < (a+1) \cdot 10^p$ 인 자연수 p 가 있다.
 ㄴ. $a^2 < 10^r < (a+1)^2$ 인 자연수 r 가 있다.
 ㄷ. a 의 값이 7이 되도록 하는 n 이 있다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 좌표평면에서 $y \geq 4x^2 + 2px - 9$ 가 나타내는 영역을 A 라 하고, A 를 원점에 대하여 대칭이동한 영역을 B 라 할 때, $A \cap B$ 의 넓이는? (단, p 는 상수이다.)
 ① 81 ② 71 ③ 61 ④ 51 ⑤ 41

18. 자연수 n 을 삼진법으로 나타내어 $(a_k a_{k-1} \cdots a_1)_{(3)}$ 이라 할 때, $\sum_{j=1}^k \frac{a_j}{3^j}$ 를 b_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{80} b_n$ 의 값은?
 ① $\frac{81}{4}$ ② $\frac{80}{3}$ ③ 27 ④ 40 ⑤ $\frac{81}{2}$

19. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 3인 원 위의 점 A에 대하여 $\sin(\angle OAB) = \frac{1}{3}$ 이 되도록 원 위에 점 B를 잡는다. 점 B에서의 접선과 선분 AO의 연장선이 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ACB의 넓이는?



- ① $\frac{24}{7}\sqrt{2}$ ② $\frac{26}{7}\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$
 ④ $\frac{30}{7}\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{32}{7}\sqrt{2}$

20. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 10x - 5 = ax + b$ 가 두 양의 실근 α, β 를 갖도록 하는 정수 a 의 최솟값을 p 라 하고, 그때의 $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값을 q 라 하자. p 와 q 의 곱 pq 의 값은?

- ① -9 ② -10 ③ -5 ④ $-\frac{9}{2}$ ⑤ -18

21. $\{(x, y) | y \geq 4x^2 - 2ax + a, y \leq -4x^2 + 3a\}$ 가 공집합이 되지 않도록 하는 실수 a 의 범위는?

- ① $a \leq -16, a \geq 0$ ② $-16 \leq a \leq 0$
 ③ $a \leq -12, a \geq 0$ ④ $-12 \leq a \leq 0$
 ⑤ $a \leq -8, a \geq 0$

22. 각 자릿수의 계승의 합이 자신과 같은 수의 집합을 M 이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (예를 들어, $1! + 2! + 3! = 9$ 는 123과 다르므로 123은 M 의 원소가 아니다.)

<보 기>

- ㄱ. 두 자리의 자연수는 M 의 원소가 될 수 없다.
 ㄴ. M 의 원소인 세 자리 자연수의 각 자릿수는 7보다 작다.
 ㄷ. M 에는 8자리 이상의 자연수가 존재하지 않는다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

23. 1부터 5까지의 자연수가 적힌 5개의 공이 각각 들어 있는 두 상자 A, B가 있다. A, B에서 임의로 각각 4개의 공을 동시에 뽑아 네 자리 자연수 a, b 를 만든다. 이때, a 와 b 를 서로 같은 자리의 수끼리 비교하였을 때, 어느 자리의 수도 서로 같지 않을 확률은?

- ① $\frac{49}{120}$ ② $\frac{17}{40}$ ③ $\frac{53}{120}$ ④ $\frac{11}{24}$ ⑤ $\frac{19}{40}$

24. 곡선 $f(x) = x^4 - 3x^2 + 6x + 1$ 위의 서로 다른 두 점에서 접하는 직선의 방정식은?

- ① $y = 6x - \frac{5}{4}$ ② $y = 3x - \frac{5}{2}$ ③ $y = 6x + \frac{5}{4}$
 ④ $y = 3x + \frac{5}{4}$ ⑤ $y = 3x + \frac{5}{2}$

25. 자연수 n 에 대하여 수직선 위의 점 $A_n(x_n)$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, 모든 a 의 값의 합은?

- (가) $x_1 = 1, x_2 = a$ (단, a 는 자연수)

(나) A_{n+2} 는 선분 A_nA_{n+1} 을 $1-t:t$ 로 내분하는 점이다. (단, $0 < t < 1$)

(다) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 의 값이 정수가 되게 하는 실수 t 의 개수는 11이다.

- ① 45

② 47

③ 49

④ 51

⑤ 53

※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입·표기했는지 확인하십시오.