

오르비스 옵티무스 난만한

수능, 평가원

1. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \log_6 n - [\log_6 n]$ 이라 할 때, 집합 $A = \{f(n) | 1 \leq n \leq 150\}$ 의 원소의 개수는?

2. 양수 a 에 대하여 $f(a) = [\log_6 a], g(a) = \log_6 a - [\log_6 a]$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㄱ. $f(2010) = 4$
- ㄴ. $g(3) + g(7) = g(21)$
- ㄷ. $g(6^n a) = g(a)$ (단, n 은 정수)
- ㄹ. $f(ab) = f(a) + f(b)$ 이면 $g(ab) = g(a) + g(b)$

3. 6보다 작은 자연수 n 에 대하여 $\left(\frac{n}{6}\right)^{10}$ 이 6진법 소수 넷째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타날 때, n 의 값은?
(단, $\log_2 = 0.30, \log_3 = 0.48$)

4. $1 \leq \log_5 n < 3$ 인 자연수 n 에 대하여 $\log_3 n$ 이 정수가 되도록 하는 n 의 개수는?

5. 36보다 작은 두 자연수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 $\log_6 a - [\log_6 a] + \log_6 b - [\log_6 b] = 1$ 이 되는 순서쌍 (a, b) 의 개수는 ?

6. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = [\log_6 n]$
 $g(n) = \log_6 n - [\log_6 n]$ 이라 할 때, $f(n) - g(n)$ 의 최소값이 $\log_6\left(\frac{b}{a}\right)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

7. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = [\log_2 n]$ 이라 할 때,
 $g(x) = (-1)^x$ 이라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㄱ. $g \circ f(100) = 1$
- ㄴ. $g \circ f(n) = -1$ 이면 $g \circ f(8n) = 1$ 이다.
- ㄷ. $g \circ f(n_1) = 1, g \circ f(n_2) = 1$ 이면
 $g \circ f(n_1 n_2) = 1$

8. 세 자리의 자연수 n 에 대하여 $\log_6 n - [\log_6 n]$ 이 최대가 되는 n 의 값을 구하시오.

9. 자연수 k 에 대하여 집합 A_k 를
 $A_k = \{l | l \text{은 자연수, } [\log_4 l] = [\log_6 k]\}$ 라 할 때,
<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㄱ. $A_6 = A_{33}$
- ㄴ. $n(A_{333}) = 16 \times n(A_{11})$
- ㄷ. $A_p \cap A_q \neq \emptyset$ 이면 $A_p = A_q$ 이다.

오르비스 옵티무스 난만한

10. $f(n) = \log_9 n - [\log_9 n]$ 라 할 때,
 $f(a^3)$ 과 $f(b^5)$ 이 모두 0이 되도록 하는 양의 실수
 a, b ($1 < a < 9, 1 < b < 9$)에 대하여 ab 의 최댓값이 $9^{\frac{q}{p}}$
 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수
 이다.)

11. 자연수 n 에 대하여
 $f(n) = [\log_7 n], g(n) = \log_7 n - [\log_7 n]$ 이라 할 때,
 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㄱ. $f(n) = g(n)$ 이기 위한 필요충분조건은 $n = 1$ 이다.
- ㄴ. $7^{f(50)} \times 7^{g(50)} \leq 50$
- ㄷ. $f(7n)g(7n) = f(n)g(n) + g(n)$

교육청

12. 양수 x 에 대하여 $f(x) = \log_7 x - [\log_7 x]$ 이고
 $7 \leq a < 343, 7 \leq b < 343$ 인 자연수일 때, <보기>에서 옳은
 것을 모두 고른 것은?

- ㄱ. $f(ab) = f(b)$ 이면 $f(a) = 0$
- ㄴ. $f(a^2) = f(a)$ 를 만족시키는 a 는 2개 이다.
- ㄷ. $f(ab) = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는 10개 이다.
- ㄹ. $f(a) = 0$ 이면 $\frac{1}{a}$ 은 유한소수다.

13. $\log_6 x = 5.65, \log_6 y = -1.35$ 를 만족시키는 두 양수
 x, y 를
 $x = a \times 6^m$ (m 은 정수, $1 \leq a < 6$)
 $y = b \times 6^n$ (n 은 정수, $1 \leq b < 6$)
 으로 나타낼 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㄱ. $\frac{x}{y}$ 의 값은 자연수이다.
- ㄴ. $m+n=4$
- ㄷ. $ab < 6$

14. $f(x) = \log_6 x - [\log_6 x]$ 라 할 때, $6 < a < 36$ 인 실수 a 에
 대하여 $\{f(a)\}^2 + \left\{f\left(\frac{1}{a}\right)\right\}^2$ 이 최솟값을 가질 때의 a 값은?

15. 양수 a 에 대하여
 $f(a) = [\log_6 a], g(a) = \log_6 a - [\log_6 a]$
 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㄱ. $f(a^2) = 2f(a)$
- ㄴ. $f(a^2) + g(a^2) = 2f(a) + 2g(a)$
- ㄷ. $g(a) + g(b) = 1$ 이면 a 와 $\frac{1}{b}$ 의 배열이 같다.
- ㄹ. $g(a) + g(b) = 1$ 이면 ab 는 정수이다.

오르비스 옵티무스 난만한

16. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㄱ. $1 < a < 6$ 일 때, $[\log_6 36a] = 2$
 ㄴ. $[\log_6 x] = 3$ 인 정수 x 의 개수는 5×6^3 이다.
 ㄷ. 자연수 n 에 대하여 $[\log_6 x] = n$ 이면 $[\log_6 x^2] = 2n$ 이다.

17. $f(a) = \log_6 a - [\log_6 a]$ 라 할 때, 보기중 그 값이 $f(a)$ 와 같은 것은?

- ㄱ. $f(36a)$ ㄴ. $f(a^{10})$ ㄷ. $f\left(\frac{6}{a}\right)$

18. $f(a) = \log_6 a - [\log_6 a]$ ($a > 0$)라 할 때,
 $f(a) + f\left(\frac{1}{a}\right)$ 이 가질수 있는 두 값을 α, β 라 한다.
 $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

19. $\log_4 n$ 의 정수 부분과 $\log_5 n$ 의 정수 부분이 같도록 하는 세 자리의 자연수 n 의 최솟값과 최댓값을 a, b 라고 한다.
 $a + b$ 의 값은?

20. 다음 두 조건을 동시에 만족시키는 자연수 x 의 개수를 구하시오

- ㄱ. x 는 두자리 자연수
 ㄴ. $[\log_4 x] = [\log_5 x] + [\log_6 x]$

21. $36 \leq N < 216$ 인 자연수 N 에 대하여
 $[\log_6 2N] = [\log_6 N] + 1$
 이 성립할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㄱ. N^2 은 항상 6진법으로 4자리 수이다
 ㄴ. N^3 은 항상 6진법으로 5자리 수이다
 ㄷ. N^4 은 항상 6진법으로 6자리 수이다

오르비스 옵티무스 난만한

22. 자연수 x, y 에 대하여 $f(a) = [\log_6 a]$ 이라 할때,
 $f(x) = m, f(y) = n$ 이라 하자. $m^2 + n^2 = 4$ 를 만족하는
 x, y 에 대하여 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

2010년 모의고사 기출

3월 교육청

1. 양수 x 에 대하여 $f(x) = \log_6 x - [\log_6 x]$ 라 할 때,
 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㄱ. $f(a) = f\left(\frac{a}{36}\right)$
- ㄴ. $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$
- ㄷ. $x > 1, y > 1, f(x) + f(y) = 0$ 이면
 x, y 는 모두 정수이다.

2. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하
 시오.

- ㄱ. $1 < n < 10$
- ㄴ. $\log \frac{1}{n}$ 의 가수는 $\log n^2$ 의 가수보다 크다.

4월 교육청

3. 다음 조건을 만족시키는 모든 양의실수 x 의 곱을 구하시
 오.

- ㄱ. $[\log x] = [\log 888]$
- ㄴ. $\log x^3 - [\log x^3] = \log \frac{1}{x} - \left[\log \frac{1}{x} \right]$

오르비스 옵티무스 난만한

6월 평가원

1. $\log n$ 의 가수가 $\log \frac{1}{2}$ 의 가수보다 크고 $\log \frac{2}{3}$ 의 가수보다 작은 두 자리 자연수 n 의 개수를 구하시오.

2. $f(x) = \log_6 x - [\log_6 x]$ 이라 할 때,

$f\left(\frac{1}{24}\right) < f(n) < f\left(\frac{1}{12}\right)$ 을 만족하는 두 자리 자연수 n 의 개수를 구하시오.

3. 첫째항이 16이고 공비가 $2^{\frac{1}{10}}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\log a_n$ 의 가수를 b_n 이라 하자.

$$b_1, b_2, \dots, b_{k-1}, b_k, b_{k+1}+1, b_{k+2}+1, b_{k+3}+1, \\ \dots, b_{m-1}+1, b_m+1, b_{m+1}+2$$

이 주어진 순서로 등차수열을 이룰 때, $k+m$ 의 값을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.301$ 로 계산한다.)

4. 첫째항이 16이고 공비가 $2^{\frac{1}{10}}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $b_n = \log_p a_n - [\log_p a_n]$ 이라 하자.

$$b_1, b_2, \dots, b_{k-1}, b_k, b_{k+1}+1$$

이 주어진 순서로 등차수열을 이루게 되는 순서쌍 (p, k) 중, k 값이 같은 순서쌍의 p 값을 모두 더하시오.

(단, $\log 2 = 0.301$ 로 계산하고, p 는 $2 \leq p \leq 10$ 인 자연수)

오르비스 옵티무스 난만한

1. 125
2. all 참
3. 3
4. 3
5. 7
6. 6
7. 참(\neg, \cup)
8. 215
9. all 참
10. 37
11. all 참
12. 참(\neg, \cup)
13. 참(\neg)
14. $6\sqrt{6}$
15. 참(\cup)
16. 참(\neg, \cup)
17. 참(\neg)
18. 1
19. 1124
20. 9
21. 참(\neg)
22. 2100

1. 참(\neg, \cap)
2. 6
3. $10^{\frac{19}{2}}$

1. 16
2. 53
3. 87