세 전구 A, B, C의 저항은 각각 실수비를 이룹니다

전구 C의 저항을 k라 하면, 저항 A는 ak, B는 bk 이런 식으로 놓을 수 있다는 것이죠

k는 0이 아니니까 그냥 나눠버리고 저항 A, B, C를 각각 a, b, 1로 두고 계산해도 되겠네요

스위치를 닫기 전 회로에 흐르던 전류를 I_1라 합시다

그러면 전구 B의 소비전력은 $I_1^2 \cdot b$입니다

자, 이제 스위치를 닫아봅니다

전체 저항 곱하기 직렬 부분에 흐르는 전류의 값은 건전지를 교체하지 않는이상

스위치의 개폐와 관계없이 일정합니다

직렬인 부분에 흐르는 전류 I_2를 포함한 관계식을 세워보면

$$(a+b) \cdot I_1 = (a+\frac{b}{b+1}) \cdot I_2$$

$$I_2 = \frac{(a+b)(b+1)}{ab+a+b} \cdot I_1$$

이제 병렬인 부분에 흐르는 전류를 다시 나타내보면,

전구 B에는 직렬인 부분에 흐르는 전류의 $\frac{1}{b+1}$배와 같으므로

$$I_b = \frac{(a+b)}{ab+a+b} \cdot I_1$$

전구 C에는 직렬인 부분에 흐르는 전류의 $\frac{b}{b+1}$배와 같으므로

$$I_c = \frac{b(a+b)}{ab+a+b} \cdot I_1$$

$P = I^2R$로부터 저항 B, C의 소비전력을 각각 계산하면,

$$P_b = \frac{(a+b)^2}{(ab+a+b)^2} \cdot I_1^2 \cdot b, \quad P_c = \frac{(a+b)^2}{(ab+a+b)^2} \cdot I_1^2 \cdot b^2$$

스위치를 닫으면 두 저항 B, C에 흐르는 소비전압의 합이 감소한다는 가설이므로

$$b \cdot I_1^2 > P_b + P_c = \frac{(a+b)^2}{(ab+a+b)^2} \cdot I_1^2 \cdot b + \frac{(a+b)^2}{(ab+a+b)^2} \cdot I_1^2 \cdot b^2$$

양변 $b \cdot I_1^2$로 나눠버리면

$$1 > \frac{(a+b)^2}{(ab+a+b)^2} + \frac{(a+b)^2}{(ab+a+b)^2} \cdot b = \frac{(b+1)(a+b)^2}{(ab+a+b)^2}$$

양변 $(ab+a+b)^2$를 곱하고, $(ab+a+b)^2 = [a(b+1)+b]^2$로 바꿉니다

$$[a(b+1)+b]^2 > (b+1)(a+b)^2$$

$$a^2(b+1)^2 + b^2 + 2ab(b+1) > (b+1)(a+b)^2$$

양변 $(b+1)$로 나눠요

$$a^2(b+1) + \frac{b^2}{(b+1)} + 2ab > (a+b)^2$$

$$a^2b + a^2 + \frac{b^2}{(b+1)} + 2ab > a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^2 + \frac{b}{(b+1)} > b$$

$$a^2(b+1) + b > b(b+1)$$

$$a^2b + a^2 + b > b^2 + b$$

$$a^2b + a^2 > b^2$$

$$a^2(b+1) > b^2$$

임의의 양수 a, b에 대하여 항상 성립하는 부등식은 아닌 것 같군요

가령 $a = 1, b = 3$이라고 놓으면 부등호의 방향이 반대가 되어야 하죠

따라서 스위치의 개폐에 따른 두 저항 A, B의 소비전력 합의 변화는 ‘알 수 없다’가

정답일 것 같습니다