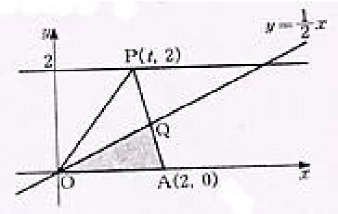
미적분I 평가원 기출문제 선별

급하면 **진한 문항 번호**라도

정답은 전부 주관식

951126이과문과

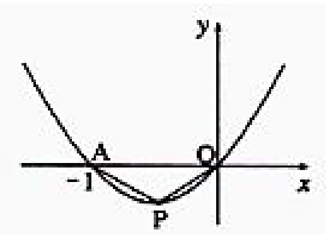
좌표평면 위에 두 점 O(0, 0), A(2, 0)과 직선 $y=2$ 위를 움직이는 점 P(t, 2)가 있다.



선분 AP와 직선 $y=\frac{1}{2}x$가 만나는 점을 Q라 하자. 삼각형 QOA의 넓이가 삼각형 POA의 넓이의 $\frac{1}{3}$일 때 t 의 값을 t_1, $\frac{1}{2}$일 때 t의 값을 $t_2, \cdots$, $\frac{n}{n+2}$일 때 t의 값을 t_n이라 하면 $\lim_{n\to\infty} t_n$의 값은?

971109이과문과

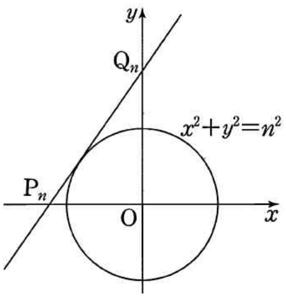
포물선 $y=x(x+1)$ 위에 점 A$(-1, 0)$이 있다.



점 P가 점 A에서 포물선을 따라 원점 O로 한없이 가까이 갈 때, 각 APO의 크기의 극한값은?

110909이과문과

좌표평면에서 자연수 n에 대하여 기울기가 n이고 y절편이 양수인 직선이 원 $x^2+y^2=n^2$에 접할 때, 이 직선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 P_n, Q_n이라 하자.

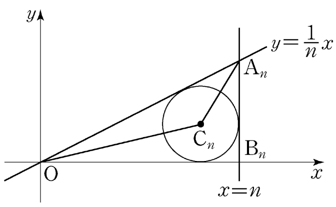


$l_n=\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}$이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{l_n}{2n^2}$의 값은?

111114문과

좌표평면에서 자연수 n에 대하여 두 직선 $y=\frac{1}{n}x$와 $x=n$이 만나는 점을 A_n,

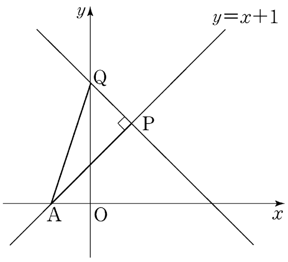
직선 $x=n$과 x축이 만나는 점을 B_n이라 하자. 삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{O}\mathrm{B}_n$에 내접하는 원의 중심을 C_n이라 하고, 삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{O}\mathrm{C}_n$의 넓이를 S_n이라 하자.



$\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{n}$의 값은?

121112문과

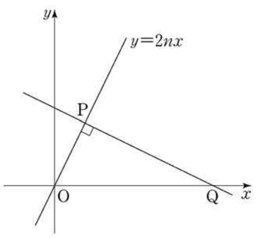
그림과 같이 직선 $y=x+1$ 위에 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$과 $\mathrm{P}(t,\ t+1)$이 있다.



점 P를 지나고 직선 $y=x+1$에 수직인 직선이 y축과 만나는 점을 Q라 할 때, $\lim_{t\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{AQ}}^2}{\overline{\mathrm{AP}}^2}$의 값은?

160610이과

다음 그림과 같이 자연수 n에 대하여 직선 $y=2nx$ 위의 점 $\mathrm{P}(n,\ 2n^2)$을 지나고
이 직선과 수직인 직선이 x축과 만나는 점을 Q라 하자.

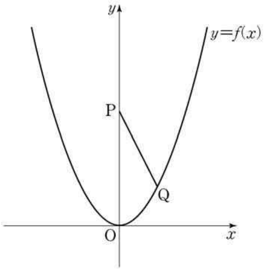


선분 OQ의 길이를 l_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{l_n}{n^3}$의 값은? (단, O는 원점이다.)

161114문과

자연수 n에 대하여 좌표가 $(0,\ 2n+1)$인 점을 P라 하고,

함수 $f(x)=nx^2$의 그래프 위의 점 중 y좌표가 1이고 제 1사분면에 있는 점을 Q라 하자.



점 $\mathrm{R}(0,\ 1)$에 대하여 삼각형 PRQ의 넓이를 S_n, 선분 PQ의 길이를 l_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{S_n^2}{l_n}$의 값은?

150621문과

최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1)=0$
(나) $\lim_{x\to n}\frac{f(x)}{g(x)}=(n-1)(n-2)$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ 4)$

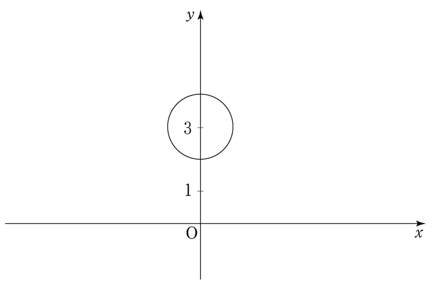
이 때, $g(5)$의 값은?

060615이과
두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $\lim_{x\to 0} f(x)$와 $\lim_{x\to 0} g(x)$가 모두 존재하지 않으면 $\lim_{x\to 0}\{f(x)+g(x)\}$도 존재하지 않는다.
ㄴ. $y=f(x)$가 $x=0$에서 연속이면 $y=|f(x)|$도 $x=0$에서 연속이다.
ㄷ. $y=|f(x)|$가 $x=0$에서 연속이면 $y=f(x)$도 $x=0$에서 연속이다.

071109이과
좌표평면에서 중심이 $(0,\ 3)$이고 반지름의 길이가 1인 원을 C라 하자.
양수 r에 대하여 $f(r)$를 반지름의 길이가 r인 원 중에서,
원 C와 한 점에서 만나고 동시에 x축에 접하는 원의 개수라 하자.



<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $f(2)=3$
ㄴ. $\lim_{r\to 1+} f(r)=f(1)$
ㄷ. 구간 $(0,\ 4)$에서 함수 $f(r)$의 불연속점은 2개이다.

101108이과

실수 a에 대하여 집합 $\{x|ax^2+2(a-2)x-(a-2)=0,\ x\text{는 실수}\}$의 원소의 개수를 $f(a)$라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

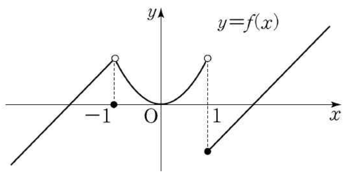
ㄱ. $\lim_{a\to 0} f(a)=f(0)$

ㄴ. $\lim_{a\to c+} f(a)\neq \lim_{a\to c-} f(a)$인 실수 c는 2개이다.

ㄷ. 함수 $f(a)$가 불연속인 점은 3개이다.

111108이과

함수 $f(x)=\begin{cases} x+2 & (x<-1) \\ 0 & (x=-1) \\ x^2 & (-1<x<1) \\ x-2 & (x\geq 1) \end{cases}$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



< 보 기 >

ㄱ. $\lim_{x\to 1+}\{f(x)+f(-x)\}=0$

ㄴ. 함수 $f(x)-|f(x)|$가 불연속인 점은 1개다.

ㄷ. 함수 $f(x)f(x-a)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되는 상수 a는 없다.

060620이과

실수에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$는 다음 두 조건을 만족한다.

(가) 임의의 실수 x, y에 대하여 $f(x-y)=f(x)-f(y)+xy(x-y)$
(나) $f'(0)=8$

함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극댓값을 갖고 $x=b$에서 극솟값을 가질 때, a^2+b^2의 값을 구하시오.

070609이과

세 다항함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $f(0)=0$이면 $f'(0)=0$이다.

ㄴ. 모든 실수 x에 대하여 $g(x)=g(-x)$이면 $g'(0)=0$이다.

ㄷ. 모든 실수 x에 대하여 $|h(2x)-h(x)|\le x^2$이면 $h'(0)=0$이다.

070623이과

다항함수 $f(x)$는 모든 실수 x, y에 대하여 $f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy-1$을 만족시킨다.

$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f'(x)}{x^2-1}=14$일 때, $f'(0)$의 값을 구하시오.

080609이과

함수 $f(x)$에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $\lim_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=0$이면 $\lim_{x\to1}f(x)=f(1)$이다.

ㄴ. $\lim_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=0$이면 $\lim_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(1-h)}{2h}=0$이다.

ㄷ. $f(x)=|x-1|$일 때, $\lim_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(1-h)}{2h}=0$이다.

090607이과

삼차함수 $f(x)=x(x-1)(ax+1)$의 그래프 위의 점 $\mathrm{P}(1,\ 0)$을 접점으로 하는 접선을 l이라 하자.
직선 l에 수직이고 점 P를 지나는 직선이 곡선 $y=f(x)$와 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 a의 값의 범위는?

100924이과

다음 조건을 만족시키는 모든 사차함수 $y=f(x)$의 그래프가 항상 지나는 점들의 y좌표의 합을 구하시오.

(가) $f(x)$의 최고차항의 계수는 1이다.
(나) 곡선 $y=f(x)$가 점 $(2,\ f(2))$에서 직선 $y=2$에 접한다.
(다) $f'(0)=0$

140518이과

$x>0$에서 함수 $f(x)$가 미분가능하고 $2x \le f(x) \le 3x$이다. $f(1)=2$이고 $f(2)=6$일 때, $f'(1)+f'(2)$의 값은?

050610이과

이차함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 한 점 $(a,\ f(a))$에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 하자.
$h(x)=f(x)-g(x)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $h(x_1)=h(x_2)$를 만족시키는 서로 다른 두 실수 x_1, x_2가 존재한다.
ㄴ. $h(x)$는 $x=a$에서 극소이다.
ㄷ. 부등식 $|h(x)|<\frac{1}{100}$의 해는 항상 존재한다.

100624이과

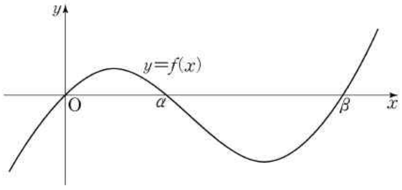
사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 극값을 갖는다.
(나) 함수 $\|f(x)-f(1)\|$은 오직 $x=a$ $(a>2)$에서만 미분이 불가능하다.

이 때, $\frac{f'(5)}{f'(3)}$의 값을 구하시오.

110615이과

다음은 삼차함수 $f(x)=x(x-\alpha)(x-\beta)$ $(0<\alpha<\beta)$를 나타낸 것이다.



두 실수 a, b에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=f(a)+(b-a)f'(x)$라고 하자. $a<0$, $\alpha<b<\beta$일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. x에 대한 방정식 $g(x)=f(a)$는 실근을 갖는다.

ㄴ. $g(b)>f(a)$

ㄷ. $g(a)>f(b)$

110916이과

함수 $f(x)=-3x^4+4(a-1)x^3+6ax^2$ $(a>0)$과 실수 t에 대하여, $x \le t$에서 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 하자.
함수 $g(t)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 a의 최댓값은?

111124이과

최고차항의 계수가 1이고, $f(0)=3$, $f'(3)<0$인 사차함수 $f(x)$가 있다.
실수 t에 대하여 집합 S를 $S=\{a|$함수 $|f(x)-t|$가 $x=a$에서 미분 가능하지 않다.$\}$라 하고,
집합 S의 원소의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=3$과 $t=19$에서만 불연속일 때, $f(-2)$의 값을 구하시오.

130621이과

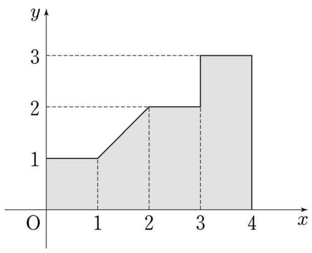
함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-1$과 실수 m에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x) \geq mx) \\ mx & (f(x) < mx) \end{cases}$라 하자.

$g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, m의 값은?

140521문과

좌표평면 위에 다음 그림과 같이 어두운 부분을 내부로 하는 도형이 있다.

이 도형과 네 점 $(0,\ 0)$, $(t,\ 0)$, $(t,\ t)$, $(0,\ t)$를 꼭짓점으로 하는 정사각형이 겹치는 부분의 넓이를 $f(t)$라 하자.



열린구간 $(0,\ 4)$에서 함수 $f(t)$가 미분가능하지 않은 모든 t의 값의 합은?

140616이과

실수 t에 대하여 곡선 $y=x^3$ 위의 점 $(t,\ t^3)$과 직선 $y=x+6$ 사이의 거리를 $g(t)$라 하자.
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. 함수 $g(t)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
ㄴ. 함수 $g(t)$는 0이 아닌 극솟값을 갖는다.
ㄷ. 함수 $g(t)$는 $t=2$에서 미분가능하다.

140921문과

사차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 $f'(x)=(x+1)(x^2+ax+b)$이다.
함수 $y=f(x)$가 구간 $(-\infty,\ 0)$에서 감소하고 구간 $(2,\ \infty)$에서 증가하도록 하는 실수 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$에 대하여, a^2+b^2의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M+m$의 값은?

151121문과

다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)$의 최솟값은?

(가) $f(x)$의 최고차항의 계수는 1이다.
(나) $f(0)=f'(0)$
(다) $x \ge -1$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \ge f'(x)$이다.

160621문과

자연수 n에 대하여 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$의 극댓값을 a_n이라 하자.

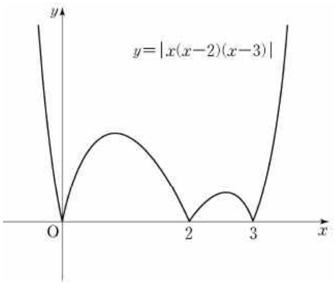
(가) $f(n)=0$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $(x+n)f(x) \ge 0$이다.

a_n이 자연수가 되도록 하는 n의 최솟값은?

170921문과

다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 모든 사차함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은?

(가) 방정식 $f(x)=0$의 실근은 0, 2, 3뿐이다. (나) 실수 x에 대하여 $f(x)$와 $\lvert x(x-2)(x-3)\rvert$ 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 할 때, 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.



171130문과

실수 k에 대하여 함수 $f(x)=x^3-3x^2+6x+k$의 역함수를 $g(x)$라 하자.
방정식 $4f'(x)+12x-18=(f'\circ g)(x)$가 닫힌구간 $[0,\ 1]$에서 실근을 갖기 위한 k의 최솟값을 m, 최댓값을 M이라 할 때, m^2+M^2의 값을 구하시오.

930616이과문과

곡선 $y=x^3$ 위의 점 $(a,\ a^3)$에서의 접선과 y축과의 교점을 $(0,\ g(a))$라 할 때,

$\lim_{a\to\infty}\frac{g(a)-g\left(\sqrt{a^2+a}\right)}{a^2}$의 값은? (단, $a>0$이다.)

051124이과

x에 대한 삼차방정식 $\frac{1}{3}x^3-x=k$가 서로 다른 세 실근 α, β, γ를 가진다.

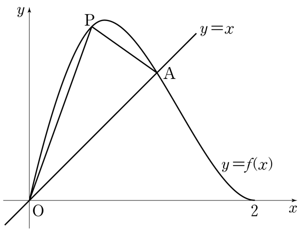
실수 k에 대하여 $|\alpha|+|\beta|+|\gamma|$의 최솟값을 m이라 할 때, m^2의 값을 구하시오.

080620이과

양수 a에 대하여 점 $(a,\ 0)$에서 곡선 $y=3x^3$에 그은 접선과 점 $(0,\ a)$에서 곡선 $y=3x^3$에 그은 접선이 서로 평행할 때, $90a$의 값을 구하시오.

130919문과

닫힌구간 $[0,\ 2]$에서 정의된 함수 $f(x)=ax(x-2)^2$ $\left(a>\frac{1}{2}\right)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=x$의 교점 중 원점 O가 아닌 점을 A라 하자.



점 P가 원점으로부터 점 A까지 곡선 $y=f(x)$ 위를 움직일 때,
삼각형 OAP의 넓이가 최대가 되는 점 P의 x좌표가 $\frac{1}{2}$이다. 상수 a의 값은?

110911문과

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 있다. 2 이상인 자연수 n에 대하여 닫힌구간 $[0,\ 1]$을 n등분한 각 분점 (양 끝점도 포함)을 차례대로 $0=x_0,\ x_1,\ x_2,\cdots,\ x_{n-1},\ x_n=1$이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

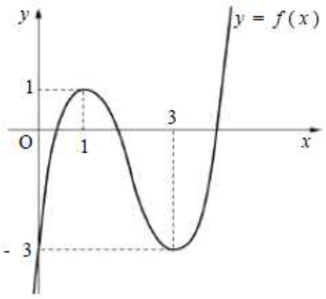
ㄱ. $n=2m$ (m은 자연수)이면 $\sum_{k=0}^{m-1}\frac{f(x_{2k})}{m}\le\sum_{k=0}^{n-1}\frac{f(x_k)}{n}$이다.

ㄴ. $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n}\left\{\frac{f(x_{k-1})+f(x_k)}{2}\right\}=\int_0^1 f(x)dx$

ㄷ. $\sum_{k=0}^{n-1}\frac{f(x_k)}{n}\le\int_0^1 f(x)dx\le\sum_{k=1}^{n}\frac{f(x_k)}{n}$

031116이과문과

그림과 같이 삼차함수 $y=f(x)$가 극댓값 $f(1)=1$과 극솟값 $f(3)=-3$을 가지며, $f(0)=-3$이다.



이 때, $\int_0^3 |f'(x)|dx$의 값은?

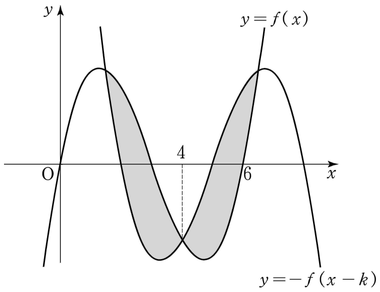
060920이과

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y=f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=f(6)=0$

(나) 함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=-f(x-k)$의 그래프가 서로 다른 세 점 $(\alpha,\ f(\alpha))$, $(\beta,\ f(\beta))$, $(\gamma,\ f(\gamma))$ (단, $\alpha<\beta<\gamma$)에서 만나면 k의 값에 관계없이 $\int_{\alpha}^{\gamma}\{f(x)+f(x-k)\}dx=0$이다.

함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=-f(x-k)$의 그래프가 다음 그림과 같이 서로 다른 세 점에서 만나고 가운데 교점의 x좌표의 값이 4이다.



이 때, $\int_{0}^{k}f(x)dx$의 값을 구하시오.

090911이과

다항함수 $f(x)$가 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $f(0)=0$

(나) $0<x<y<1$인 모든 x, y에 대하여 $0<xf(y)<yf(x)$

세 수 $A=f'(0)$, $B=f(1)$, $C=2\int_{0}^{1}f(x)dx$의 대소 관계는?

111117이과

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(0 \le t \le 5)$에서의 속도 $v(t)$가 $v(t)=\begin{cases} 4t & (0 \le t < 1) \\ -2t+6 & (1 \le t < 3) \\ t-3 & (3 \le t \le 5) \end{cases}$이다.

$0<x<3$인 실수 x에 대하여 점 P가 시각 $t=0$에서 $t=x$까지 움직인 거리, 시각 $t=x$에서 $t=x+2$까지 움직인 거리, 시각 $t=x+2$에서 $t=5$까지 움직인 거리 중에서 최소인 값을 $f(x)$라 할 때,

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $f(1)=2$

ㄴ. $f(2)-f(1)=\int_1^2 v(t)dt$

ㄷ. 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 미분가능하다.

150630이과

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $1 \le f'(x) \le 3$이다.

(나) 모든 정수 n에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프는

점 $(4n,\ 8n)$, 점 $(4n+1,\ 8n+2)$, 점 $(4n+2,\ 8n+5)$, 점 $(4n+3,\ 8n+7)$을 모두 지난다.

(다) 모든 정수 k에 대하여 닫힌구간 $[2k,\ 2k+1]$에서

함수 $y=f(x)$의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의 일부이다.

$\int_3^6 f(x)dx=a$라 할 때, $6a$의 값을 구하시오.

정답

#극한, #기하, #직관

951126이과문과
4

971109이과문과
135°

110909이과문과
$\frac{1}{2}$

111114문과
$\frac{1}{4}$

121112문과
2

160610이과
4

161114문과
$\frac{1}{2}$

#극한, #대수

150621문과
12

#연속

060615이과
ㄴ

071109이과
ㄱㄷ

101108이과
ㄴㄷ

111108이과
ㄱㄴ

#미분, #대수

060620이과
16

070609이과
ㄴㄷ

070623이과
28

080609이과
ㄱㄴㄷ

090607이과
$-1<a<0$ 또는 $0<a<\frac{1}{3}$

100924이과
13

140518이과
5

#미분, #기하, #대수

050610이과
ㄱㄷ

100624이과
12

110615이과
ㄱㄷ

110916이과
1

111124이과
147

130621이과 (=121119이과, 130919문과, 131121이과)
-12

140521문과 (=111117이과)
4

140616이과
ㄱㄴ

140921문과 (=151121문과, 160621문과)
$\frac{11}{2}$

151121문과 (=140921문과, 160621문과)
48

160621문과 (=140921문과, 151121문과)
3

170921문과
$\frac{4}{3}$

171130문과
65

#미분, #기하, #대수, #직관

930616이과문과
3

051124이과
12

080620이과
20

130919문과 (=121119이과, 130621이과, 131121이과)
$\frac{4}{3}$

#적분, #기하, #대수

110911문과
ㄴ

#적분, #기하, #대수, #직관

031116이과문과
8

060920이과
16

090911이과
$B < C < A$

111117이과
ㄱ

150630이과
167