제 2 교시

2018학년도 대학수학능력시험 모의평가 2회 문제지

수학 영역(나 형)

성명	

수험번호										

○ 자신이 선택한 유형('가'형 / '나'형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

별과 바다와 하늘의 이름으로도 그대를 꿈꾼다.

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 유형('가'형 / '나'형), 답을 정확히 표기하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

Epsilon

2017년 11월 4일 시행

Epsilon 모의고사 2회 (나형)

출제위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon

16학번 : 김동균, 김민지, 송세령, 안성준, 이준희

17학번 : 김국연, 김도훈, 김동규, 김정빈, 문혁준,
박승용, 석진우, 조영호, 최수영

편집위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon 편집위원회

16학번 : 김동균, 송세령

17학번 : 김정빈. 석진우

제 2 교시

Epsilon

수학 영역(나 형)

성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1. $3\times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

2. 두 집합

$A=\{1, 2, 3\}$, $B=\{2, 4\}$

에 대하여 집합 $A-B$의 모든 원소의 합은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

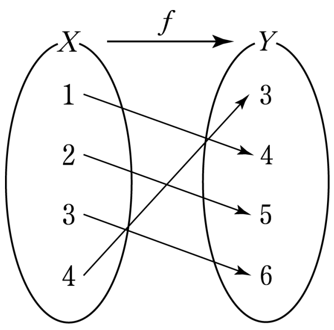
3. $\lim_{n\to\infty}\frac{2\times 7^{n+2}-4^n}{7^{n+1}+4^n}$ 의 값은? [2점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

4. 함수 $f(x)=2x^2+7x$에 대하여 $f'(-1)$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

5. 그림은 함수 $f: X \to Y$를 나타낸 것이다.



$f(4)+f^{-1}(5)$의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

6. 두 사건 A와 B는 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A \cup B)=\frac{5}{6}, \quad \mathrm{P}(A^C)=\frac{7}{12}$$

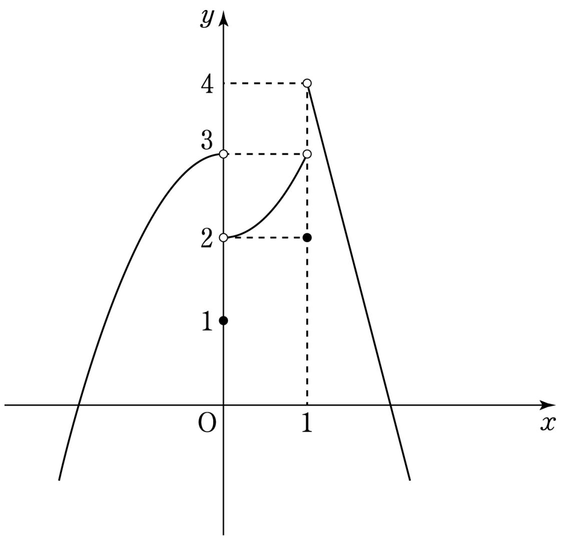
일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? (단, A^C는 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

7. 1부터 7까지의 자연수 중 서로 다른 두 홀수를 선택하는 경우의 수는? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

8. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to 0-} f(x) + \lim_{x\to 1+} f(x)$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9. 실수 x에 대한 두 조건

$p : ax > 7,\ q : x - a > 0$

에 대하여 p가 q이기 위한 필요조건이 되도록 하는 자연수 a의 최솟값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 어느 학급 학생 30명을 대상으로 축구와 농구에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 축구와 농구 중 하나를 선택하였고, 각 학생이 선택한 종목별 인원수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	축구	농구	합계
1학년	4	6	10
2학년	11	9	20
합계	15	15	30

이 조사에 참여한 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 농구를 선택한 학생일 때, 이 학생이 2학년일 확률은? [3점]

① $\frac{4}{15}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

11. 한 개의 주사위를 3번 던질 때, 5 이상의 눈이 적어도 한 번 나올 확률은? [3점]

① $\frac{91}{216}$ ② $\frac{19}{27}$ ③ $\frac{7}{8}$ ④ $\frac{26}{27}$ ⑤ $\frac{215}{216}$

12. 함수 $y=\frac{2}{x+3}+k$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동하였더니 함수 $y=\frac{2}{x-a}+1$의 그래프와 일치하였다. 두 상수 a, k의 합 $a+k$의 값은? [3점]

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

13. 두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+1)}{ax+b}=a\ (a>0)$일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

14. 확률변수 X는 평균이 m, 표준편차가 2인 정규분포를 따르고 다음 등식을 만족시킨다.

$$\mathrm{P}(|X-m|\le 4)=2\mathrm{P}(m\le X\le 2-m)$$

오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 $\mathrm{P}(X\ge 2)$의 값을 구한 것은? (단, $m<1$) [4점]

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.1587 ② 0.1498 ③ 0.0919 ④ 0.0668 ⑤ 0.0228

15. 첫째항이 -4이고 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$과 $S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$가 다음 조건을 만족시킬 때, a_5의 값은? [4점]

> (가) $S_n=0$을 만족시키는 자연수 n이 존재한다.
> (나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_n \neq 0$이다.

① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

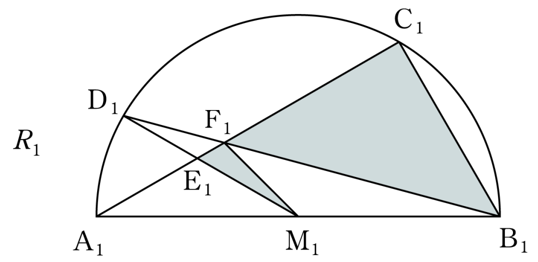
16. 첫째항이 -3인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

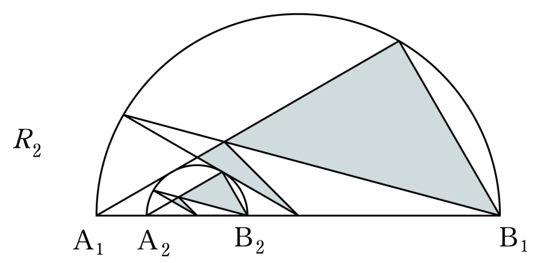
$$a_{n+1}=(-1)^n a_n+n$$

을 만족시킬 때, $a_{29}+a_{32}$의 값은? [4점]

① 22 ② 23 ③ 24 ④ 25 ⑤ 26

17. 그림과 같이 길이가 4인 선분 $\mathrm{A_1B_1}$을 지름으로 하는 반원 O_1이 있다. 반원 O_1 위의 두 점 $\mathrm{C_1}$, $\mathrm{D_1}$을 $\angle \mathrm{A_1B_1C_1}=60^\circ$, $\angle \mathrm{A_1B_1D_1}=15^\circ$이 되도록 잡는다. 선분 $\mathrm{A_1B_1}$의 중점을 $\mathrm{M_1}$이라 할 때, 선분 $\mathrm{A_1C_1}$과 선분 $\mathrm{M_1D_1}$이 만나는 점을 $\mathrm{E_1}$, 선분 $\mathrm{A_1C_1}$과 선분 $\mathrm{B_1D_1}$이 만나는 점을 $\mathrm{F_1}$이라 하자. 삼각형 $\mathrm{B_1C_1F_1}$의 내부와 삼각형 $\mathrm{M_1E_1F_1}$의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 지름이 선분 $\mathrm{A_1B_1}$ 위에 있고, 삼각형 $\mathrm{A_1M_1E_1}$에 내접하는 반원 O_2를 그린다. 반원 O_2의 지름의 양 끝점을 점 $\mathrm{A_1}$에 가까운 순서대로 각각 $\mathrm{A_2}$, $\mathrm{B_2}$라 하자.
반원 O_2의 내부에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 삼각형 $\mathrm{B_2C_2F_2}$와 삼각형 $\mathrm{M_2E_2F_2}$를 그리고 삼각형 $\mathrm{B_2C_2F_2}$의 내부와 삼각형 $\mathrm{M_2E_2F_2}$의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]





⋮

① $\dfrac{16\sqrt{3}+24}{45}$ ② $\dfrac{16\sqrt{3}-24}{45}$ ③ $\dfrac{32\sqrt{3}+48}{45}$
④ $\dfrac{32\sqrt{3}-48}{45}$ ⑤ $\dfrac{16\sqrt{3}+24}{15}$

18. 삼차함수 $f(x)$에 대하여 t에 관한 방정식
$f(x)\times t^2-f(x)\times t+1=0$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(x)$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $0<f(x)<4$일 때, $g(x)=0$이다.
ㄴ. $f(\alpha)=4$를 만족시키는 실수 α에 대하여 함수 $g(x)$는 $x=\alpha$에서 불연속이다.
ㄷ. 함수 $f(x)=x^2(x+3)$이면 함수 $g(x)$가 불연속인 x의 개수는 4이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 다음은 x에 대한 다항식 $(3x+1)^{30}$의 전개식에서 x^n의 계수를 a_n이라 할 때, a_n이 최댓값을 갖도록 하는 자연수 n $(1 \le n \le 30)$의 값을 구하는 과정이다.

> $(3x+1)^{30}$의 전개식에서 x^n의 계수가 a_n이므로
>
> $a_n = \boxed{(가)}$
>
> 이다.
>
> $${}_{30}\mathrm{C}_n = \frac{30!}{n!(30-n)!} = \frac{30 \times 29 \times \cdots \times (31-n)}{n!}$$
>
> 이므로 a_n과 a_{n-1} 사이의 관계를 나타내면
>
> $a_n = a_{n-1} \times \boxed{(나)}$ $(n \ge 2)$
>
> 이다. $2 \le k \le 29$인 자연수 k에 대하여
>
> $a_k > a_{k-1}$, $a_k > a_{k+1}$
>
> 을 동시에 만족시키는 k의 값은 하나이고
>
> 그 값은 $\boxed{(다)}$ 이다.
>
> 따라서 a_n이 최댓값을 가질 때의 n의 값은 $\boxed{(다)}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 p라 할 때, $f(1) \times g(30)+p$의 값은? [4점]

① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} 0 & (f(x) > x) \\ f(x) & (f(x) \le x) \end{cases}$$

라 하자. 모든 실수 t에 대하여 $\lim_{x \to t-} g(x) = \lim_{x \to t+} g(x)$이고 함수 $g(x)$가 $x=6$에서 불연속일 때, $f(3)$의 값은? [4점]

① 20 ② 18 ③ 16 ④ 14 ⑤ 12

21. 좌표평면에서 자연수 k에 대하여 직선 $y=-x+k\sqrt{2}$, x축과 y축으로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되는 원 중에서 다음 조건을 만족시키는 모든 원의 개수를 $f(k)$라 하자. 예를 들어 $f(3)=1$이다. $\sum_{k=3}^{7} f(k)$의 값은? [4점]

(가) 원의 중심의 x좌표와 y좌표는 자연수이다. (나) 원의 반지름의 길이는 자연수이다.

① 75 ② 80 ③ 85 ④ 90 ⑤ 95

단답형

22. ${}_3\mathrm{H}_4$의 값을 구하시오. [3점]

23. $\log_2 16 \times 3^{\log_3 5}$의 값을 구하시오. [3점]

24. $\int_{1}^{2}(5x^4-3x^2+1)\,dx$의 값을 구하시오. [3점]

25. 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	1

$\mathrm{E}(3X+8)$의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 가수의 콘서트 표 예매를 시도한 사람들 중 490명을 추출하여 조사한 결과, 140명이 예매에 성공했다고 한다. 이 결과를 이용하여 구한 이 가수의 콘서트 표 예매를 시도한 사람들 중 예매에 성공한 사람의 비율 p의 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \le p \le b$일 때, $200(b-a)$의 값을 구하시오.
(단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96)=0.475$로 계산한다.) [4점]

27. $1 \le n \le 20$ 인 자연수 n에 대하여 $a_n = a_{21-n}$을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다. $\sum_{n=1}^{5} a_n = 12$, $\sum_{n=1}^{20} a_n = 60$일 때, $\sum_{n=6}^{15} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

28. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 모든 순서쌍 (x, y, z)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $x+y+z=12$ (나) $x \times y > 4$

29. 함수

$$f(x)=\begin{cases} \displaystyle\int_a^x \left(t^2-6at+45\right)dt & (x \geq a) \\ -(x-a)(2x-a-1) & (x < a) \end{cases}$$

가 역함수를 갖도록 하는 정수 a의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, M^2+m^2의 값을 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=af(x)+(a-2)|f(x)|$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 $x=0$에서만 미분가능하지 않고, 모든 실수 x에 대하여 $xg(x) \leq 0$이다. $f(a)=-1$일 때, $f(5)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [4점]