빈칸문제 공략하기

Top1. 일반화가 된다면?

핵심

-> 모르는 증명 문제가 나온다 하더라도, 빈칸 전후의 흐름을 파악해서 풀 수 있다. ★★

-> n에 대한 식이 나와서 문제가 잘 이해되지 않는 다면, $n=1,2,3,\cdots$ 대입해서 문제를 이해해본다.

-> a_n을 구하라고 하는 자체가 일반화가 된다는 뜻이므로, $n=1,2,3,\cdots$ 대입해서 규칙을 찾아낸다. ★

-> 등호 전 후는 상황이 같다. ★

1. 2017 나형 9월 18번 평가원

1부터 n까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 n장의 카드가 있다. 이 카드 중에서 임의로 서로 다른 4장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드 4장에 적힌 수 중 가장 큰 수를 확률변수 X라 하자. 다음은 $\mathrm{E}(X)$를 구하는 과정이다. (단, $n \leq 4$)

> 자연수 $k(4 \leq k \leq n)$에 대하여 확률변수 X의 값이 k일 확률은 1부터 $k-1$까지의 자연수가 적혀 있는 카드 중에서 서로 다른 3장의 카드와 k가 적혀 있는 카드를 선택하는 경우의 수를 전체 경우의 수로 나누는 것이므로
>
> $$\mathrm{P}(X=k)=\frac{\boxed{\text{(가)}}}{{}_n\mathrm{C}_r}$$
>
> 이다. 자연수 $r(1 \leq r \leq k)$에 대하여
>
> $${}_k\mathrm{C}_r=\frac{k}{r}\times{}_{k-1}\mathrm{C}_{r-1}$$
>
> 이므로
>
> $$k\times\boxed{\text{(가)}}=4\times\boxed{\text{(나)}}$$
>
> 이다. 그러므로
>
> $$\begin{aligned}\mathrm{E}(X)&=\sum_{k=4}^{n}\{k\times\mathrm{P}(X=k)\}\\&=\frac{1}{{}_n\mathrm{C}_4}\sum_{k=4}^{n}\left(k\times\boxed{\text{(가)}}\right)\\&=\frac{4}{{}_n\mathrm{C}_4}\sum_{k=4}^{n}\boxed{\text{(나)}}\end{aligned}$$
>
> 이다.
>
> $$\sum_{k=4}^{n}\boxed{\text{(나)}}={}_{n+1}\mathrm{C}_5$$
>
> 이므로
>
> $$\mathrm{E}(X)=(n+1)\times\boxed{\text{(다)}}$$
>
> 이다.

위에서 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k),\ g(k)$라 하고, (다)에 알맞은 수를 a라 할 때, $a\times f(6)\times g(5)$의 값은? (4점)

① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

2. 2018 수학가형 9월 20번

다음은 n명의 사람이 각자 세 상자 A, B, C 중 2개의 상자를 선택하여 각 상자에 공을 하나씩 넣을 때, 세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우의 수를 구하는 과정이다. (단, n은 6의 배수인 자연수이고 공은 구별하지 않는다.)

> 세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우는 '(i) 세 상자에 공이 들어가는 모든 경우'에서 '(ii) 세 상자에 모두 같은 개수의 공이 들어가는 경우'와 '(iii) 세 상자 중 두 상자에만 같은 개수의 공이 들어가는 경우'를 제외하면 된다.
>
> (i)의 경우:
>
> n명의 사람이 세 상자 중 공을 넣을 두 상자를 선택하는 경우의 수는 n명의 사람이 각자 공을 넣지 않을 한 상자를 선택하는 경우의 수와 같다. 따라서 세 상자에서 중복을 허락하여 n개의 상자를 선택하는 경우의 수인 $\boxed{(가)}$이다.
>
> (ii)의 경우:
>
> 각 상자에 $\frac{2n}{3}$개의 공이 들어가는 경우뿐이므로 경우의 수는 1이다.
>
> (iii)의 경우:
>
> 두 상자 A, B에 같은 개수의 공이 들어가면 상자 C에는 최대 n개의 공을 넣을 수 있으므로 두 상자 A, B에는 각각 $\frac{n}{2}$개보다 작은 개수의 공이 들어갈 수 없다. 따라서 두 상자 A, B에 같은 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 $\boxed{(나)}$이다. 그러므로 세 상자 중 두 상자에만 같은 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 ${}_3C_2\times(\boxed{(나)}\ -1)$이다.
>
> 따라서 세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 (다) 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n), h(n)$이라 할 때, $\frac{f(30)}{g(30)}+h(30)$의 값은? [4점]

① 481 ② 490 ③ 501 ④ 511 ⑤ 521