

제 2 교시

수학 영역(나형)

수학II

2018학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 21번

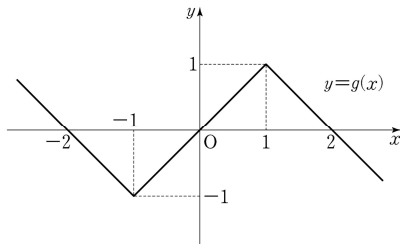
1. 실수 a, b, c 와 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+a & (x < -1) \\ bx & (-1 \leq x < 1) \\ x+c & (x \geq 1) \end{cases},$$

$$g(x) = |x+1| - |x-1| - x$$

에 대하여, 합성함수 $g \circ f$ 는 실수 전체의 집합에서 정의된 역함수를 갖는다. $a+b+2c$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2



2018학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 29번

2. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 수열 $\{b_n\}$ 은

$$b_1 = a_1$$

이고, 2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} b_{n-1} + a_n & (n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ b_{n-1} - a_n & (n \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다. $b_{10} = a_{10}$ 일 때, $\frac{b_8}{b_{10}} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

2014학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 29번

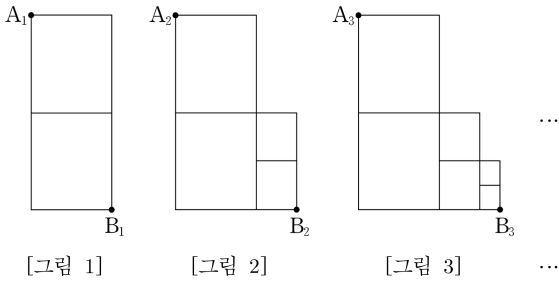
3. 그림과 같이 직사각형에서 세로를 각각 이등분하는 점 2개를 연결하는 선분을 그린 그림을 [그림 1]이라 하자.

[그림 1]을 $\frac{1}{2}$ 만큼 축소시킨 도형을 [그림 1]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림 2]라 하자.

이와 같이 3 이상의 자연수 k 에 하여 [그림 1]을 $\frac{1}{2^{k-1}}$ 만큼 축소시킨 도형을 [그림 $k-1$]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림 k]라 하자.

자연수 n 에 대하여 [그림 n]에서 왼쪽 맨 위 꼭짓점을 A_n , 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 B_n 이라 할 때, 점 A_n 에서 점 B_n 까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를 a_n 이라 하자.

a_7 의 값을 구하시오. [4점]



2014학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 30번

4. 자연수 n 에 대하여 부등식 $4^k - (2^n + 4^n)2^k + 8^n \leq 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 k 의 합을 a_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{20} \frac{1}{a_n} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

개수 세기

2018학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 21번

5. 함수

$$f(x) = \frac{k}{x-11} + 6 \quad (k \geq 36)$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k 의 개수는? [4점]

$|f(x)| \leq y \leq -x + 5$ 인 두 자연수 x, y 의 모든 순서쌍 (x, y) 의 개수는 2 이상 4 이하이다.

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

2017학년도 대학수학능력시험 21번

6. 좌표평면에서 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x+10 & (x < 10) \\ (x-10)^2 & (x \geq 10) \end{cases}$$

과 자연수 n 에 대하여 점 $(n, f(n))$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원 O_n 이 있다. x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점 중에서 원 O_n 의 내부에 있고 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 아랫부분에 있는 모든 점의 개수를 A_n , 원 O_n 의 내부에 있고 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 윗부분에 있는 모든 점의 개수를

B_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{20} (A_n - B_n)$ 의 값은? [4점]

- ① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

2017학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 30번

7. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 영역

$$\left\{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq n, 0 \leq y \leq \frac{\sqrt{x+3}}{2} \right\}$$

에 포함되는 정사각형 중에서 다음 조건을 만족시키는 모든 정사각형의 개수를 $f(n)$ 이라 하자.

- (가) 각 꼭짓점의 x 좌표, y 좌표가 모두 정수이다.
 (나) 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 이하이다.

예를 들어, $f(14) = 15$ 이다. $f(n) \leq 400$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최댓값을 구하시오. [4점]

2017학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 30번

8. 다음 조건을 만족시키는 20 이하의 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

$\log_2(na - a^2)$ 과 $\log_2(nb - b^2)$ 은 같은 자연수이고
 $0 < b - a \leq \frac{n}{2}$ 인 두 실수 a, b 가 존재한다.

2016학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 30번

9. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수가 300 이상이 되도록 하는 가장 작은 자연수 k 의 값을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(2) \times f(3) \times f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $a < n^k$ 이면 $b \leq \log_n a$ 이다.
 (나) $a \geq n^k$ 이면 $b \leq -(a - n^k)^2 + k^2$ 이다.

2015학년도 대학수학능력시험 30번

10. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 삼각형 OAB 의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(1) + f(2) + f(3)$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]

- (가) 점 A 의 좌표는 $(-2, 3^n)$ 이다.
 (나) 점 B 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, a 와 b 는 자연수이고 $b \leq \log_2 a$ 를 만족시킨다.
 (다) 삼각형 OAB 의 넓이는 50 이하이다.

확률과 통계

2018학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 28번

11. 두 이산확률변수 X 와 Y 가 가지는 값이 각각 1부터 5까지의 자연수이고

$$P(Y=k) = \frac{1}{2}P(X=k) + \frac{1}{10} \quad (k=1, 2, 3, 4, 5)$$

이다. $E(X) = 4$ 일 때, $E(Y) = a$ 이다. $8a$ 의 값을 구하시오. [4점]

2017학년도 대학수학능력시험 29번

12. 확률변수 X 는 평균이 m , 표준편차가 5인 정규분포를 따르고, 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(10) > f(20)$$

$$(나) f(4) < f(22)$$

m 이 자연수일 때,

$P(17 \leq X \leq 18) = a$ 이다. $1000a$ 의

값을 오른쪽 표준정규분포표를

이용하여 구하시오. [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.6	0.226
0.8	0.288
1.0	0.341
1.2	0.385
1.4	0.419

미적분

2018학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 20번

13. 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=-x+t$ 의 교점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(x)=x^3$ 이면 함수 $g(t)$ 는 상수함수이다.
 ㄴ. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여, $g(1)=2$ 이면 $g(t)=3$ 인 t 가 존재한다.
 ㄷ. 함수 $g(t)$ 가 상수함수이면, 삼차함수 $f(x)$ 의 극값은 존재하지 않는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2018학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 29번

14. 두 삼차함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x)g(x) = (x-1)^2(x-2)^2(x-3)^2$$

을 만족시킨다. $g(x)$ 의 최고차항의 계수가 3이고, $g(x)$ 가 $x=2$ 에서 극댓값을 가질 때, $f'(0) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

2018학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 30번

15. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ x & (x > 0) \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} x(2-x) & (|x-1| \leq 1) \\ 0 & (|x-1| > 1) \end{cases}$$

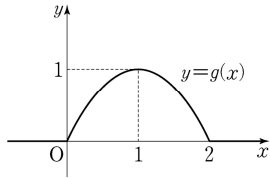
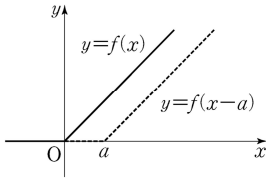
이다. 양의 실수 k, a, b ($a < b < 2$)에 대하여, 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = k\{f(x) - f(x-a) - f(x-b) + f(x-2)\}$$

라 정의하자. 모든 실수 x 에 대하여 $0 \leq h(x) \leq g(x)$ 일 때,

$\int_0^2 \{g(x) - h(x)\} dx$ 의 값이 최소가 되게 하는 k, a, b 에 대하여

$60(k+a+b)$ 의 값을 구하시오. [4점]



2018학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 30번

16. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(\alpha) = g(\alpha)$ 이고 $f'(\alpha) = g'(\alpha) = -16$ 인 실수 α 가 존재한다.

(나) $f'(\beta) = g'(\beta) = 16$ 인 실수 β 가 존재한다.

$g(\beta+1) - f(\beta+1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

2017학년도 대학수학능력시험 20번

17. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극댓값, $x=k$ 에서 극솟값을 가진다. (단, k 는 상수이다.)

(나) 1보다 큰 모든 실수 t 에 대하여

$$\int_0^t |f'(x)| dx = f(t) + f(0)$$

이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_0^k f'(x) dx < 0$

ㄴ. $0 < k \leq 1$

ㄷ. 함수 $f(x)$ 의 극솟값은 0이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2017학년도 대학수학능력시험 30번

18. 실수 k 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x + k$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 방정식 $4f'(x) + 12x - 18 = (f' \circ g)(x)$ 가 닫힌 구간 $[0, 1]$ 에서 실근을 갖기 위한 k 의 최솟값을 m , 최댓값을 M 이라 할 때, $m^2 + M^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

2017학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 20번

19. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $x = -2$ 에서 극댓값을 갖는다.
- (나) $f'(-3) = f'(3)$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 도함수 $f'(x)$ 는 $x=0$ 에서 최솟값을 갖는다.
- ㄴ. 방정식 $f(x) = f(2)$ 는 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ㄷ. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선은 점 $(2, f(2))$ 를 지난다.

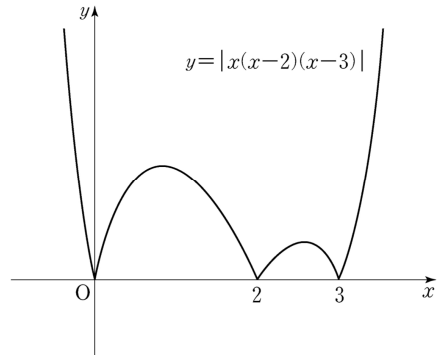
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2017학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 21번

20. 다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 모든 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값은? [4점]

- (가) 방정식 $f(x) = 0$ 의 실근은 0, 2, 3 뿐이다.
- (나) 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 와 $|x(x-2)(x-3)|$ 중 크지 않은 값을 $g(x)$ 라 할 때, 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



2017학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 29번

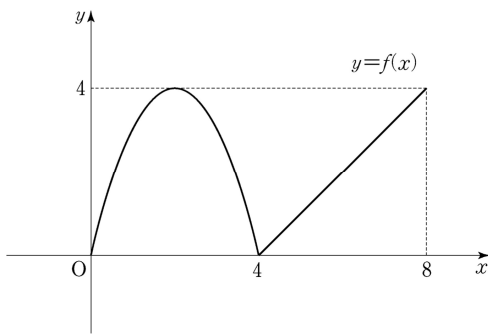
21. 구간 $[0, 8]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -x(x-4) & (0 \leq x < 4) \\ x-4 & (4 \leq x \leq 8) \end{cases}$$

이다. 실수 a ($0 \leq a \leq 4$)에 대하여 $\int_a^{a+4} f(x) dx$ 의 최솟값은

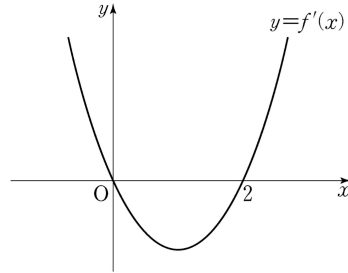
$\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



2017학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 21번

22. 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

- ㄱ. $f(0) < 0$ 이면 $|f(0)| < |f(2)|$ 이다.
- ㄴ. $f(0)f(2) \geq 0$ 이면 함수 $|f(x)|$ 가 $x=a$ 에서 극소인 a 의 값의 개수는 2이다.
- ㄷ. $f(0)+f(2)=0$ 이면 방정식 $|f(x)|=f(0)$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

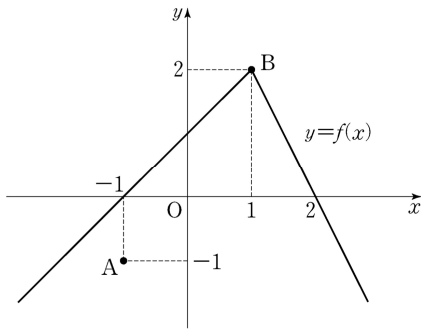
- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2017학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 29번

23. 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 1) \\ -2x+4 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 두 점 $A(-1, -1)$, $B(1, 2)$ 가 있다. 실수 x 에 대하여 점 $(x, f(x))$ 에서 점 A 까지의 거리와 점 B 까지의 거리의 제곱 중 크지 않은 값을 $g(x)$ 라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 모든 a 의 값의 합이 p 일 때, $80p$ 의 값을 구하시오. [4점]



2016학년도 대학수학능력시험 21번

24. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

$\frac{f'(0)}{f(0)}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. Mm 의 값은?

[4점]

- (가) 함수 $|f(x)|$ 는 $x = -1$ 에서만 미분가능하지 않다.
 (나) 방정식 $f(x) = 0$ 은 닫힌 구간 $[3, 5]$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{2}{15}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

2016학년도 대학수학능력시험 29번

25. 이차함수 $f(x)$ 가 $f(0)=0$ 이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_0^2 |f(x)| dx = -\int_0^2 f(x) dx = 4$
 (나) $\int_2^3 |f(x)| dx = \int_2^3 f(x) dx$

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

2016학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 21번

26. 실수 t 에 대하여 직선 $x=t$ 가 두 함수

$$y = x^4 - 4x^3 + 10x - 30, \quad y = 2x + 2$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 점 A와 점 B 사이의 거리를 $f(t)$ 라 하자.

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \times \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \leq 0$$

을 만족시키는 모든 실수 t 의 값의 합은? [4점]

- ① -7 ② -3 ③ 1 ④ 5 ⑤ 9

2016학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 21번

27. 자연수 n 에 대하여 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$ 의 극값값을 a_n 이라 하자.

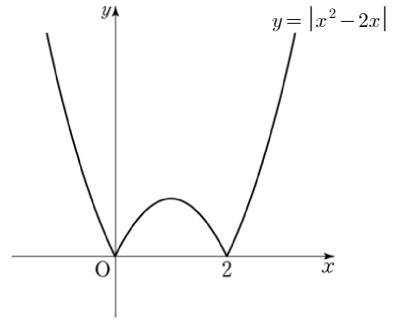
- (가) $f(n) = 0$
- (나) 모든 실수 x 에 대하여 $(x+n)f(x) \geq 0$ 이다.

a_n 이 자연수가 되도록 하는 n 의 최솟값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2016학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 29번

28. 실수 t 에 대하여 직선 $y=t$ 가 곡선 $y=|x^2-2x|$ 와 만나는 점의 개수를 $f(t)$ 라 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(t)$ 에 대하여 함수 $f(t)g(t)$ 가 모든 실수 t 에 대하여 연속일 때, $f(3)+g(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]



2015학년도 대학수학능력시험 21번

29. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2)$ 의 최솟값은? [4점]

- (가) $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 1이다.
- (나) $f(0) = f'(0)$
- (다) $x \geq -1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq f'(x)$ 이다.

- ① 28 ② 33 ③ 38 ④ 43 ⑤ 48

2015학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 21번

30. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

- (가) $f(0) = -3$
- (나) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $6x - 6 \leq f(x) \leq 2x^3 - 2$ 이다.

- ① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

2015학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 21번

31. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1) = 0$
 (나) $\lim_{x \rightarrow n} \frac{f(x)}{g(x)} = (n-1)(n-2) \quad (n=1, 2, 3, 4)$

$g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

2014학년도 대학수학능력시험 21번

32. 좌표평면에서 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 P 라 할 때, 원점에서 점 P 까지의 거리를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $f(x)$ 와 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1) = 2$
 (나) 함수 $g(t)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 21 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

2014학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 21번

33. 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

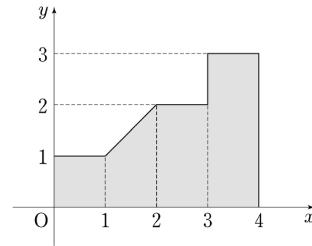
$$f'(x) = (x+1)(x^2 + ax + b)$$

이다. 함수 $y=f(x)$ 가 구간 $(-\infty, 0)$ 에서 감소하고 구간 $(2, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여, $a^2 + b^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M+m$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{43}{8}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{45}{8}$ ⑤ $\frac{23}{4}$

2014학년도 대학수학능력시험 예비 시행 21번

34. 좌표평면 위에 그림과 같이 어두운 부분을 내부로 하는 도형이 있다. 이 도형과 네 점 $(0, 0), (t, 0), (t, t), (0, t)$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형이 겹치는 부분의 넓이를 $f(t)$ 라 하자.



열린 구간 $(0, 4)$ 에서 함수 $f(t)$ 가 미분가능하지 않은 모든 t 의 값의 합은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

2014학년도 대학수학능력시험 예비 시행 30번

35. 그림과 같이 정사각형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C는 y 축 위에 있고, 두 꼭짓점 B, D는 x 축 위에 있다. 변 AB와 변 CD가 각각 삼차함수 $y = x^3 - 5x$ 의 그래프에 접할 때, 정사각형 ABCD의 둘레의 길이를 구하시오. [4점]

