2018학년도 수능 대비 ivy 기출문제선별

수학 영역
(가 형)

성명	

수험번호					–			

○ 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정확히 기재하시오.

기출분석은 이걸로 합시다.

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 정답에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

I v y 수 학 연 구 소

수학 영역(가 형)

2018학년 9월 평가원 30번

30. 함수 $f(x)=\ln(e^x+1)+2e^x$에 대하여 이차함수 $g(x)$와 실수 k는 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $h(x)=\lvert g(x)-f(x-k)\rvert$는 $x=k$에서 최솟값 $g(k)$를 갖고, 닫힌 구간 $[k-1, k+1]$에서 최댓값 $2e+\ln\left(\frac{1+e}{\sqrt{2}}\right)$를 갖는다.

$g'\left(k-\frac{1}{2}\right)$의 값을 구하시오. (단, $\frac{5}{2}<e<3$이다.) [4점]

2018학년 9월 평가원 29번

29. 좌표공간에 세 점 $\mathrm{O}(0,0,0)$, $\mathrm{A}(1,0,0)$, $\mathrm{B}(0,0,2)$가 있다. 점 P가 $\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}}=0$, $\lvert\overrightarrow{\mathrm{OP}}\rvert\le 4$를 만족시키며 움직일 때,

$$\lvert\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\rvert=1,\ \overrightarrow{\mathrm{PQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}\ge\frac{\sqrt{3}}{2}$$

을 만족시키는 점 Q에 대하여 $\lvert\overrightarrow{\mathrm{BQ}}\rvert$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 하자. $M+m=a+b\sqrt{5}$일 때, $6(a+b)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수 이다.) [4점]

2018 9월 평가원 21번

21. 수열 $\{a_n\}$이

$$a_1 = -1, a_n = 2 - \frac{1}{2^{n-2}} (n \geq 2)$$

이다. 구간 $[-1, 2)$에서 정의된 함수 $f(x)$가 모든 자연수 n에 대하여

$$f(x) = \sin(2^n \pi x) \,(a_n \leq x \leq a_{n+1})$$

이다. $-1 < \alpha < 0$인 실수 α에 대하여 $\int_{\alpha}^{t} f(x)dx = 0$을 만족시키는 $t(0 < t < 2)$의 값의 개수가 103일 때,
$\log_2(1-(2\pi\alpha))$의 값은?

2018 6월 평가원 30번

실수 a와 함수 $f(x) = \ln(x^4+1) - c$ $(c > 0$인 상수)에 대하여
함수 $g(x)$를

$$g(x) = \int_{a}^{x} f(t)dt$$

라 하자. 함수 $y = g(x)$의 그래프가 x축과 만나는 서로 다른 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든 a의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면 $\alpha_1, \alpha_2,$ • • • α_m(m은 자연수이다.) $a = \alpha_1$일 때, 함수 $g(x)$와 상수 k는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x = 1$에서 극솟값을 갖는다.

(나) $\int_{\alpha_1}^{\alpha_m} g(x)dx = k\alpha_m \int_0^1 |f(x)|dx$

$mk \times e^c$의 값을 구하시오.

2018학년 6월 평가원 29번

29. 좌표평면에서 중심이 O이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 한 점을 A, 중심이 O이고 반지름의 길이가 3인 원 위의 한 점을 B라 할 때, 점 P가 다음 조건을 만족 시킨다.

(가) $\overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OP}} = 3\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OP}}$
(나) $\lvert\overrightarrow{\mathrm{PA}}\rvert^2 + \lvert\overrightarrow{\mathrm{PB}}\rvert = 20$

$\overrightarrow{\mathrm{PA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PB}}$의 최솟값은 m이고 이때 $\lvert\overrightarrow{\mathrm{OP}}\rvert = \mathrm{k}$이다.
$m+k^2$의 값을 구하시오.

2018학년 6월 평가원 21번

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수$f(x)$에 대하여

$$F(x) = \ln|f(x)|$$

라 하고, 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$에 대하여

$$G(x) = \ln|g(x)\sin x|$$

라 하자.

$$\lim_{x\to1}(x-1)F'(x)=3,\ \lim_{x\to0}\frac{F'(x)}{G'(x)}=\frac{1}{4}$$

일 때, $f(3)+g(3)$의 값은?

2018학년 6월 평가원 20번

20. 양수 a와 실수 b에 대하여 함수 $f(x)=ae^{3x}+be^{x}$이다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$의 값은?

(가) $x_1 < \ln\frac{2}{3} < x_2$를 만족시키는 모든 실수 x_1, x_2에 대하여

$f''(x_1)f''(x_2) < 0$이다.

(나) 구간 $[k, \infty)$에서 함수 $f(x)$의 역함수가 존재하도록 하는 실수 k의 최솟값을 m이라 할때,

$f(2m)=-\frac{80}{9}$ 이다.

2017 수능 30번

30. $x>a$에서 정의된 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 사차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x>a$인 모든 실수 x에 대하여 $(x-a)f(x)=g(x)$이다.

(나) 서로 다른 두 실수 α, β에 대하여 함수 $f(x)$는 $x=\alpha$와 $x=\beta$에서 동일한 극댓값 M을 갖는다.

(다) 함수 $f(x)$가 극대 또는 극소가 되는 x의 개수는 함수 $g(x)$가 극대 또는 극소가 되는 x의 개수보다 많다.

$\beta-\alpha=6\sqrt{3}$ 일 때, M의 최솟값을 구하시오.

2017 수능 29번

29. 한 모서리의 길이가 4인 정사면체ABCD에서 삼각형ABC의 무게중심을 O, 선분AD의 중점을 P라 하자. 정사면체 ABCD의 한 면 BCD위의 점 Q에 대하여 두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$와 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$가 서로 수직일 때, $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|$의 최댓값은 $\dfrac{q}{p}$이다.
$p+q$의 값을 구하시오. (단, p와q는 서로소인 자연수이다.)

2017수능 21번

21. 닫힌구간 $[0,1]$에서 증가하는 연속함수 $f(x)$가

$$\int_0^1 f(x)dx=2,\ \int_0^1 |f(x)|dx=2\sqrt{2}$$

를 만족 시킨다.

함수 $F(x)=\int_0^x |f(t)|dt\ (0 \le x \le 1)$일 때,

$\int_0^1 f(x)F(x)dx$의 값은?

2017 수능 20번

20. 함수 $f(x)=e^{-x}\int_{0}^{x}\sin(t^2)dt$에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

ㄱ. $f(\sqrt{\pi})>0$

ㄴ. $f'(a)>0$을 만족시키는 a가 열린구간 $(0,\ \sqrt{\pi})$에 적어도 하나 존재한다.

ㄷ. $f'(b)=0$을 만족시키는 b가 열린구간 $(0,\ \sqrt{\pi})$에 적어도 하나 존재한다.

2017 9월 평가원 30번

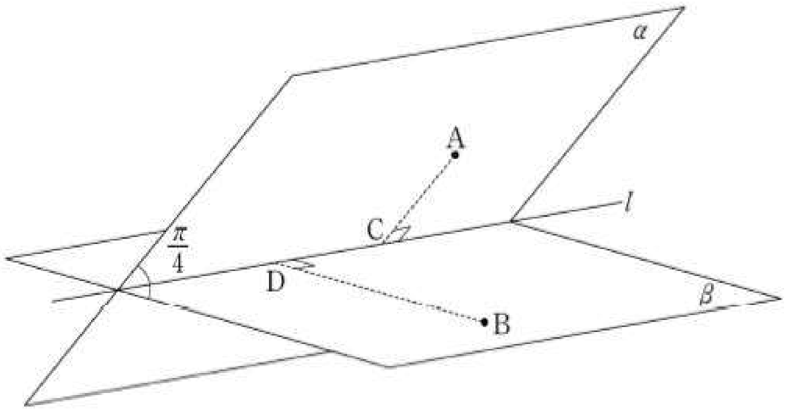
30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 함수

$$g(x)=|2\sin(x+2|x|)+1|$$

에 대하여 함수 $h(x)=f(g(x))$는 실수 전체의 집합에서 이계도함수 $h''(x)$를 갖고, $h''(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다. $f'(3)$의 값을 구하시오. [4점]

2017 9월 평가원 29번

29. 그림과 같이 직선 l을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$인 두 평면 α와 β가 있고, 평면 α위의 점 A와 평면 β위의 점 B가 있다. 두 점 A, B에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2$, $\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{3}$이고 직선 AB와 평면 β가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$일 때, 사면체 ABCD의 부피는 $a+b\sqrt{2}$이다. $36(a+b)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.) [4점]



2017 9월 평가원 21번

21. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 양의 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)' = x^2 e^{-x}$
>
> (나) $g(x) = \dfrac{4}{e^4}\displaystyle\int_1^x e^{t^2} f(t)\,dt$

$f(1)=\dfrac{1}{e}$일 때, $f(2)-g(2)$의 값은? [4점]

2017 6월 평가원 30번

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 상수 a $(0<a<2\pi)$와 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)=f(-x)$
(나) $\int_{x}^{x+a} f(t)dt=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

닫힌구간 $\left[0, \frac{a}{2}\right]$에서 두 실수 b, c에 대하여

$$f(x)=b\cos(3x)+c\cos(5x)$$

일 때, $abc=-\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오.(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

2017 6월 평가원 29번

29. 양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(t)$에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 1)$에서의 위치 (x, y)가

$$\begin{cases} x=2\ln t \\ y=f(t) \end{cases}$$

이다. 점 P가 점 $(0, f(1))$로부터 움직인 거리가 s가 될 때 시각 t는 $t=\frac{s+\sqrt{s^2+4}}{2}$이고, $t=2$일 때 점 P의 속도는 $(1, \frac{3}{4})$이다. 시각 $t=2$일 때 점 P의 가속도를 $(-\frac{1}{2}, a)$라 할 때, $60a$의 값을 구하시오. [4점]

2017 6월 평가원 21번

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수$f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) \neq 1$
(나) $f(x)+f(-x)=0$
(다) $f'(x)=\{1+f(x)\}\{1+f(-x)\}$

보기에서 옳은 것만 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \neq 1$이다.
ㄴ. 함수 $f(x)$는 어떤 열린구간에서 감소한다.
ㄷ. 곡선 $y=f(x)$는 세 개의 변곡점을 갖는다.

2016 수능 30번

30. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \leq b$일 때, $f(x)=a(x-b)^2+c$이다. (단, a, b, c는 상수이다.)
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=\int_0^x \sqrt{4-2f(t)}\,dt$이다.

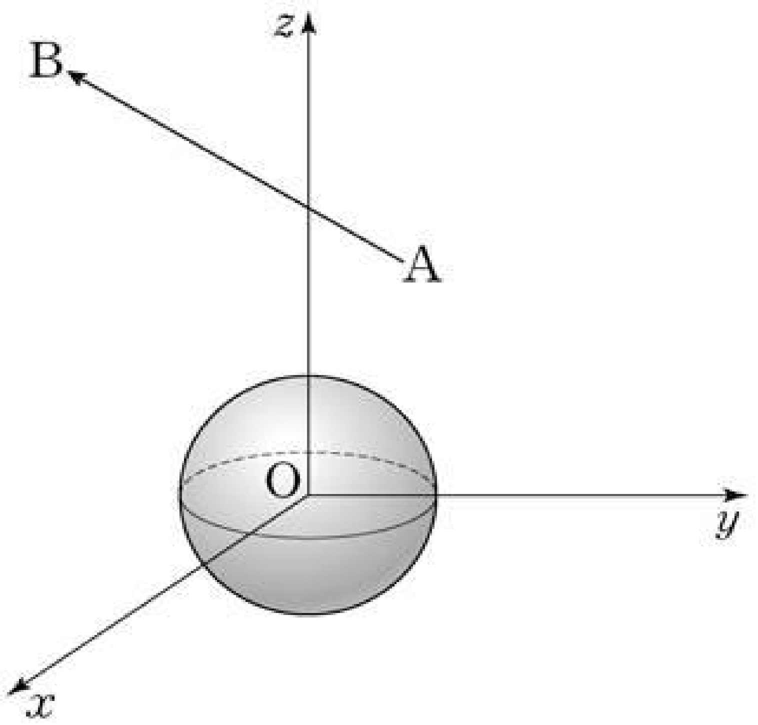
$\int_0^6 f(x)dx=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. [4점]

2016 수능 29번

29. 좌표공간의 두 점 $A(2, \sqrt{2}, \sqrt{3})$, $B(1, -\sqrt{2}, 2\sqrt{3})$에 대하여 점 P는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $|\overrightarrow{AP}| = 1$
>
> (나) $\overrightarrow{AP}$와 $\overrightarrow{AB}$가 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{6}$이다.

중심이 원점이고, 반지름의 길이가 1인 구 위의 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$의 최댓값은 $a + b\sqrt{33}$이다. $16(a^2+b^2)$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 유리수 이다.) [4점]



2016 수능 21번

21. $0 < t < 41$인 실수 t에 대하여 곡선 $y = x^3 + 2x^2 - 15x + 5$와 직선 $y = t$가 만나는 세 점 중에서 x좌표가 가장 큰 점의 좌표를 $(f(t), t)$, x좌표가 가장 작은 점의 좌표를 $(g(t), t)$라 하자. $h(t) = t \times \{f(t) - g(t)\}$라 할 때, $h'(5)$의 값은? [4점]

2016 9월 평가원 30번

30. 양수 a와 두 실수 b, c에 대하여 함수 $f(x)=(ax^2+bx+c)e^x$은 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(x)$는 $x=-\sqrt{3}$과 $x=\sqrt{3}$에서 극값을 갖는다.
>
> (나) $0 \le x_1 < x_2$인 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여
>
> $$f(x_1)-f(x_1)+x_2-x_1 \ge 0 \text{이다.}$$

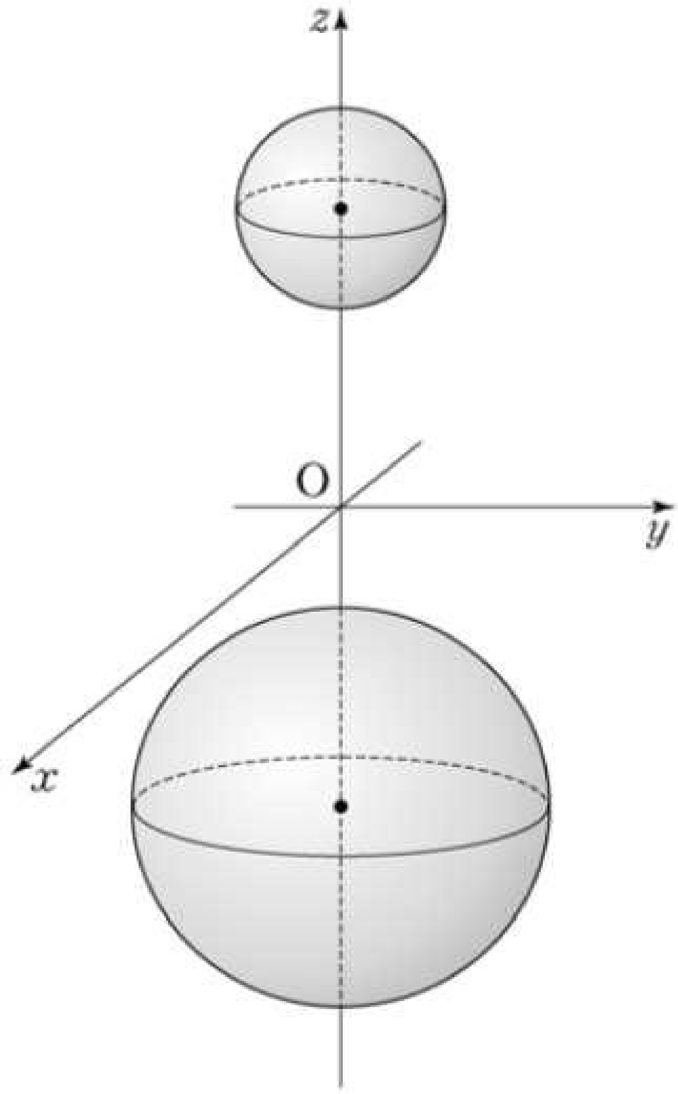
세 수 a, b, c의 곱 abc의 최댓값을 $\dfrac{k}{e^3}$라 할 때 $60k$의 값을 구하시오. [4점]

2016 9월 평가원 29번

29. 좌표 공간에 두 개의 구

$$S_1 : x^2+y^2+(z-3)^2=1$$
$$S_2 : x^2+y^2+(z+3)^2=4$$

가 있다. 점 $\mathrm{P}\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{\sqrt{3}}{6}, 0\right)$을 포함하고 S_1과 S_2에 동시에 접하는 평면을 α라 하자. 점 $\mathrm{Q}(\mathrm{k}, -\sqrt{3}, 2)$가 평면 α위의 점 일 때, $120k$의 값을 구하시오. [4점]



2016 9월 평가원 21번

21. 함수 $f(x)$를

$$f(x)\begin{cases}|\sin x|-\sin x\,(-\frac{7}{2}\pi\le x<0)\\ \sin-|\sin x|\quad(0\le x<\frac{7}{2}\pi)\end{cases}$$

라 하자. 닫힌구간 $\left[-\frac{7}{2}\pi,\frac{7}{2}\pi\right]$에 속하는 모든 실수 x에 대하여 $\int_a^x f(t)dt\ge 0$이 되도록 하는 실수 a의 최솟값을 α, 최댓값을 β라 할 때, $\beta-\alpha$의 값은? (단, $-\frac{7}{2}\pi\le a\le\frac{7}{2}\pi$) [4점]

2016 6월 평가원 30번

30. 정의역이 $\{x|0\le x\le 8\}$이고 다음 조건을 만족시키는 모든 연속함수 $f(x)$에 대하여 $\int_0^8 f(x)dx$의 최댓값은 $p+\frac{q}{\ln 2}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p,q는 자연수이고, $\ln 2$는 무리수이다.)

(가) $f(0)=1$이고, $f(8)\le 100$이다.

(나) $0\le k\le 7$인 각각의 정수 k에 대하여

$f(k+t)=f(k)\ (0<t\le 1)$

또는

$f(k+t)=2^t f(k)\ (0<t\le 1)$

이다.

(다) 열린구간 $(0,8)$에서 함수 $f(x)$가 미분가능하지 않은 점의 개수는 2이다.

2016 6월 평가원 21번

21. 2이상의 자연수 n에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=e^{x+1}\{x^2+(n-2)x-n+3\}+ax$$

가 역함수를 갖도록 하는 실수 a의 최댓값을 $g(n)$이라 하자. $1 \le g(n) \le 8$을 만족시키는 모든 n의 값의 합은?

2015학년 수능 30번

30. 함수 $f(x)=e^{x+1}-1$과 자연수 n에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=100|f(x)|-\sum_{k=1}^{n}|f(x^k)|$$

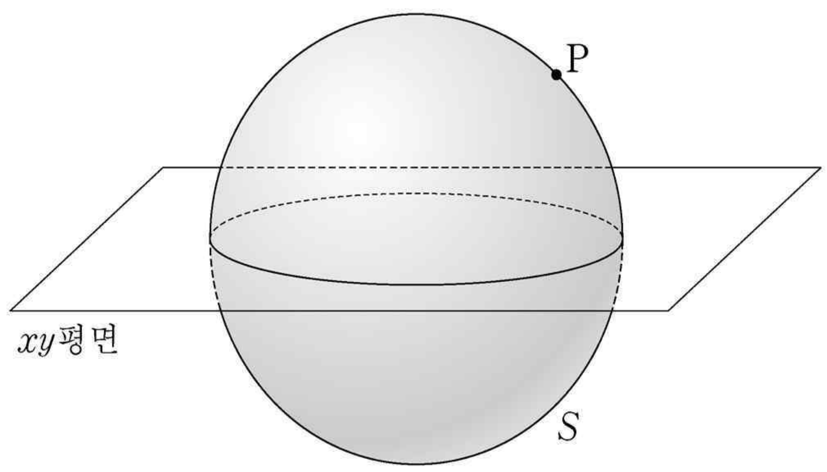
이라 하자. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

2015 수능 29번

29. 좌표공간에 구 $S: x^2+y^2+z^2=50$과 점 $\mathrm{P}(0,5,5)$가 있다. 다음 조건을 만족시키는 모든 원 C에 대하여 C의 xy평면 위로의 정사영의 넓이의 최댓값을 $\frac{q}{p}\pi$라 하자. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

(가) 원 C는 점 P를 지나는 평면과 구 S가 만나서 생긴다.

(나) 원 C의 반지름의 길이는 1이다.



2015 9월 평가원 30번

30. 양의 실수 전체 집합에서 감소하고 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 양의 실수 x에 대하여 $f(x)>0$이다.

(나) 임의의 양의 실수 t에 대하여 세 점 $(0,0)$, $(t, f(t))$, $(t+1, f(t+1))$을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 $\frac{t+1}{t}$이다.

(다) $\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx=2$

$\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}} \frac{f(x)}{x}dx=\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오.(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) 〔4점〕

2015 9월 평가원 29번

29. 그림과 같이 평면

2014학년 수능 30번

30. 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=f(x)e^{-x}$이 다음 조건을 만족시킨다.

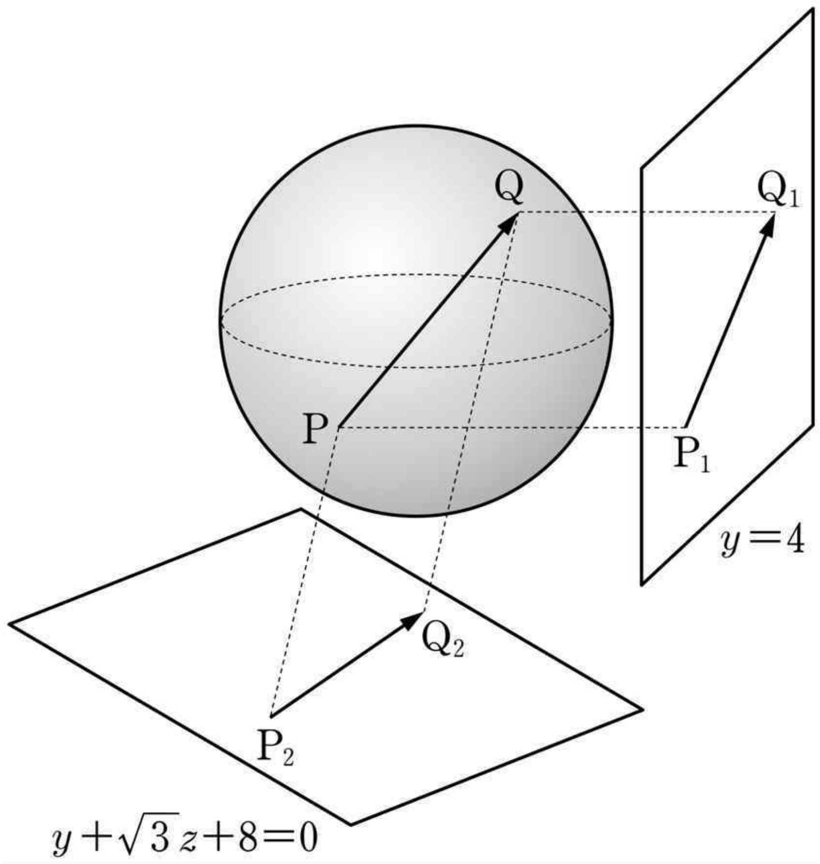
(가) 점 $(1, g(1))$과 점 $(4, g(4))$는 곡선 $y=g(x)$의 변곡점이다.
(나) 점 $(0, k)$에서 곡선 $y=g(x)$에 그은 접선의 개수가 3인 k의 값의 범위는 $-1<k<0$이다.

$g(-2)\times g(4)$ 의 값을 구하시오.

2014 수능 29번

29. 좌표공간에서 구 $x^2+y^2+z^2=4$위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 두 점 P, Q에서 평면 $y=4$에 내린 수선의 발을 각각 P_1, Q_1이라 하고, 평면 $y+\sqrt{3}z+8=0$에 내린 수선의 발을 각각 P_2, Q_2라 하자.

$2|\overrightarrow{PQ}|^2+|\overrightarrow{P_1Q_1}|^2+|\overrightarrow{P_2Q_2}|^2$의 최댓값을 구하시오.



2014 수능 21번

21. 연속함수 $y=f(x)$의 그래프가 원점에 대하여 대칭이고 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=\frac{\pi}{2}\int_1^{x+1} f(t)dt$$이다.

$f(1)=1$일 때,

$$\pi^2\int_0^1 xf(x+1)dx$$ 의 값은?

2014 9월 평가원 30번

30. 두 연속함수 $f(x), g(x)$가

$$g(e^x) = \begin{cases} f(x) & (0 \le x < 1) \\ g(e^{x-1}) + 5 & (1 \le x \le 2) \end{cases}$$

를 만족 시키고, $\int_1^{e^2} g(x)dx = 6e^2 + 4$이다.

$\int_1^e f(\ln x)dx = ae + b$일 때, $a^2 + b^2$의 값을 구하시오. [4점]

2014 9월 평가원 21번

21. 자연수 n에 대하여 함수 $y = f(x)$를 매개변수 t로 나타내면

$$\begin{cases} x = e^t \\ y = (2t^2 + nt + n)e^t \end{cases}$$

이고, $x \ge e^{-\frac{n}{2}}$일 때, 함수 $y = f(x)$는 $x = a_n$에서 최솟값 b_n을 갖는다. $\frac{b_3}{a_3} + \frac{b_4}{a_4} + \frac{b_5}{a_5} + \frac{b_6}{a_6}$의 값은?

2014학년 6월 평가원 30번

30. 좌표평면에서 곡선 $y=x^2+x$ 위의 두 점 A, B의 x좌표를 각각 $s, t(0<s<t)$라 하자. 양수 k에 대하여 두 직선 OA, OB와 곡선 $y=x^2+x$로 둘러싸인 부분의 넓이가 k가 되도록 하는 점 (s, t)가 나타내는 곡선을 C라 하자. 곡선 C 위의 점 중에서 점 $(1, 0)$과의 거리가 최소인 점의 x좌표가 $\frac{2}{3}$일 때, $k=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

2013 수능 21번

21. 함수 $f(x)=kx^2e^{-x}(k>0)$과실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$위 의 점$(t, f(t))$에서 x축까지의 거리와 y축까지의 거리 중 크지 않은 값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 한 점에서만 미분가능하지 않도록 하는 k의 최댓값은?