

수리 영역

시간 : 100 분

점수 : 100 점

성명

수험 번호



종로학원 · 종로학평

- 반드시 본인이 선택한 유형('가'형 또는 '나'형)의 문제인지 확인하십시오.
- 문제지와 답안지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- OMR 답안지에 성명, 수험 번호, 응시 유형 및 선택 과목, 답 등을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 사항'에 따라 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점(2, 3, 4점)을 참고하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.
- 이 문제지에는 아래의 예와 같이 국립국어연구원의 '한글 맞춤법'에 의한 사이시옷 표기법을 사용하였습니다. 예) 최솟값(중전 표기 : 최소값)

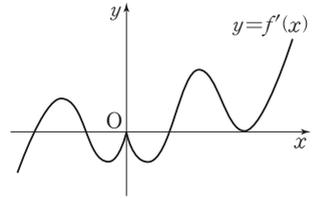
1. $\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{50}-\sqrt{32})$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$
- ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

2. 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ b & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^2 = O$ 가 성립할 때, ab 의 값은? (단, O 는 영행렬이다.) [2점]

- ① -8 ② -4 ③ 0
- ④ 4 ⑤ 8

3. 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 에 대하여 $y=f'(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같다고 한다. 곡선 $y=f(x)$ 에서 극점은 모두 몇 개인가? [2점]



- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

4. 무한수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - \frac{3^{n+1}}{3^n+1}) = 3$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

5. 삼차방정식 $x^3 - 3x^2 - 24x - 18 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때,
 $\frac{1}{x-\alpha} + \frac{1}{x-\beta} + \frac{1}{x-\gamma} = 0$ 의 모든 근들의 합은? [3점]
- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

7. $f(x) = 2x^2$ 일 때, 다음 중 $(f \circ f \circ f)(x)$ 와 같은 것은? [3점]
- ① 2^3x^4 ② 2^4x^5 ③ 2^4x^8
 ④ 2^7x^8 ⑤ 2^7x^{10}

6. 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $x \neq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) < g(x)$ 이면
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) < \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ 이다.

ㄴ. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 각각 $x=1$ 에서 연속이면 함수 $y = \frac{f(x)}{g(x)}$
 는 $x=1$ 에서 연속이다.

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x), \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{f(x)}$ 가 수렴하면 $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ 도 수렴한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

8. <보기>에서 $x=0$ 에서 미분가능한 함수를 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(x) = x|x|$
 ㄴ. $g(x) = |x(x-1)|$
 ㄷ. $h(x) = x^2(|x|+1)$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

9. 두 함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$, $g(x)=x^3+bx^2+ax$ 가 모두 증가함수일 때, 좌표평면에서 점 (a, b) 가 존재하는 영역의 넓이는? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
- ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

10. $f(n)=\lfloor \log n \rfloor$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?
(단, $\lfloor x \rfloor$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이고, $\log 2=0.3010$ 이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $\sum_{n=1}^{30} \{f(2^{n+1}) - f(2^n)\} = 9$
 ㄴ. $\{f(2^{n+1}) - f(2^n) \mid n=1, 2, 3, \dots\} = \{0, 1\}$
 ㄷ. 집합 $\{n \mid f(2^{n+1}) - f(2^n) = 0, n=1, 2, 3, \dots, 30\}$ 의 원소의 개수는 21개이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 직선 $y=x-1$ 위의 점 (a, b) 에서 포물선 $y=x^2$ 에 두 개의 접선을 그어 그 접점을 각각 $P(a, a^2)$, $Q(\beta, \beta^2)$ 이라 하자. 이때 \overline{PQ} 의 중점 M 이 그리는 도형의 방정식은? [4점]

- ① $y=x+1$
- ② $y=2x+1$
- ③ $y=x^2+x+1$
- ④ $y=2x^2-x+1$
- ⑤ $y=2x^2+x+1$

12. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 집합 A_k 를

$$A_k = \{x \mid a_k x^2 + 2a_{k+1}x + a_{k+2} = 0\} \quad (k=1, 2, 3, \dots)$$

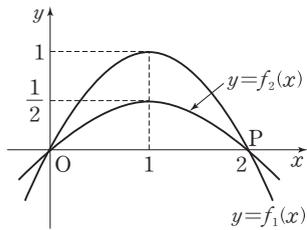
이라 할 때, 임의의 자연수 k 에 대하여 다음 중 항상 집합 A_k 의 원소인 것은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

13. x 축 위에 두 동점 P, Q가 있다. 두 동점이 움직이기 시작하여 t 초 후의 두 점의 위치는 각각 $P\left(\frac{1}{2}t^2 - 6t, 0\right)$, $Q\left(\frac{3}{2}t^2 - 30t, 0\right)$ 이라고 한다. 이때 두 점 P, Q가 서로 반대 방향으로 움직이는 시간은 모두 몇 초 동안인가? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

14. 오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=f_n(x)$ 의 그래프는 두 정점 $O(0, 0)$, $P(2, 0)$ 을 지나고, 꼭짓점이 $\left(1, \frac{1}{2^{n-1}}\right)$ 인 곡선이다. 곡선 $y=f_n(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{11}{3}$
- ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ $\frac{23}{2}$

15. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 ${}_n C_1 + 2 \cdot {}_n C_2 + 3 \cdot {}_n C_3 + \dots + n \cdot {}_n C_n = n \cdot 2^{n-1}$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(i) $n=1$ 일 때,
 (좌변) $= {}_1 C_1 = 1$, (우변) $= 2^0 = 1$
 이므로 주어진 등식은 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때, 주어진 식이 성립한다고 가정하면
 ${}_k C_1 + 2 \cdot {}_k C_2 + 3 \cdot {}_k C_3 + \dots + k \cdot {}_k C_k = k \cdot 2^{k-1}$
 이제 $n=k+1$ 일 때, 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned} & {}_{k+1} C_1 + 2 \cdot {}_{k+1} C_2 + 3 \cdot {}_{k+1} C_3 + \dots + k \cdot {}_{k+1} C_k + (k+1) \cdot {}_{k+1} C_{k+1} \\ &= \sum_{i=1}^{k+1} (i \cdot {}_{k+1} C_i) \\ &= \sum_{i=1}^k \{i \cdot ({}_{k+1} C_i)\} + (k+1) \cdot {}_{k+1} C_{k+1} \\ &= \sum_{i=1}^k \{(1+i-1) \cdot {}_k C_{i-1}\} + \sum_{i=1}^k (i \cdot {}_k C_i) + (k+1) \cdot {}_k C_k \\ &= \sum_{i=1}^k {}_k C_{i-1} + \sum_{i=1}^k \{(i-1) \cdot {}_k C_{i-1}\} + \sum_{i=1}^k (i \cdot {}_k C_i) + k \cdot {}_k C_k + {}_k C_k \\ &= \left(\sum_{i=1}^k {}_k C_{i-1} + {}_k C_k \right) + \left[\sum_{i=1}^k \{(i-1) \cdot {}_k C_{i-1}\} + k \cdot {}_k C_k \right] \\ & \qquad \qquad \qquad + \sum_{i=1}^k (i \cdot {}_k C_i) \\ &= \text{㉑} + \sum_{i=1}^k (i \cdot {}_k C_i) + \sum_{i=1}^k (i \cdot {}_k C_i) \\ &= \text{㉒} \end{aligned}$$

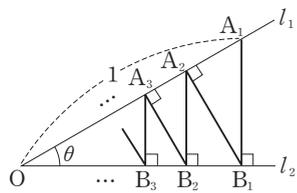
그러므로 $n=k+1$ 일 때에도 성립한다.
 따라서, 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 등식은 성립한다.

- 위의 증명에서 ㉑, ㉒, ㉓에 알맞은 것은? [4점]
- | | | |
|-----------------------------|-------------------------|------------------------|
| ㉑ | ㉒ | ㉓ |
| ① ${}_k C_{i-1} + {}_k C_i$ | $\sum_{i=0}^k {}_k C_i$ | $(k+1) \cdot 2^k$ |
| ② ${}_k C_{i-1} + {}_k C_i$ | $\sum_{i=0}^k k C_i$ | $(2k+1) \cdot 2^{k-1}$ |
| ③ ${}_k C_{i-1} + {}_k C_i$ | $\sum_{i=1}^k k C_i$ | $(k+1) \cdot 2^k$ |
| ④ ${}_k C_i + {}_k C_{i+1}$ | $\sum_{i=0}^k k C_i$ | $(k+1) \cdot 2^k$ |
| ⑤ ${}_k C_i + {}_k C_{i+1}$ | $\sum_{i=1}^k k C_i$ | $(2k+1) \cdot 2^{k-1}$ |

16. 잡지사에 근무하는 철수는 ‘지역별 맛집 기행’에 네 곳의 업소를 소개하려고 한다. 후보지는 서울 3곳, 부산 4곳, 광주 5곳이고 지역별로 적어도 한 업소가 포함되도록 선정을 하여 총 4곳을 잡지에 실기로 하였다. 이때 잡지에 실을 업소를 선정하는 서로 다른 경우의 수는? (단, 잡지에 실는 순서는 고려하지 않는다.) [3점]

- ① 90 ② 135 ③ 180
- ④ 225 ⑤ 270

17. 다음 그림과 같이 끼인각이 θ 인 두 반직선 l_1, l_2 가 있다. l_1 위의 점 A_1 에 대하여 $\overline{OA_1}=1$ 이고, 점 A_1 에서 l_2 에 내린 수선의 발을 B_1 이라 하자. 또, 점 B_1 에서 l_1 위에 내린 수선의 발을 A_2 , 점 A_2 에서 l_2 에 내린 수선의 발을 B_2 라 하자. 이와 같이 계속하여 점 $A_3, B_3, A_4, B_4, \dots$ 를 정해나갈 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n B_n} = \frac{5}{3}$ 가 성립한다. 이때 $\sin \theta$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
- ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

단답형

18. $f(x) = \begin{cases} x^3 & (x < 1) \\ ax^2 + bx & (x \geq 1) \end{cases}$ 가 $x=1$ 에서 미분가능하도록 하는 두 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 \times a_5 \times a_9 = 3$ 일 때, $a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_9$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 두 집합 A, B 가

$$A = \{x \mid (x-1)(x+1)(x+2) > 0\}, B = \{x \mid x^2 + px + q \leq 0\}$$

일 때, $A \cup B = \{x \mid x > -2\}$, $A \cap B = \{x \mid 1 < x \leq 3\}$ 을 만족시키는 두 실수 p, q 에 대하여 $p - q$ 의 값을 구하시오. [3점]

21. 다음과 같은 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$$1, 1, 3, 1, 3, 5, 1, 3, 5, 7, \dots$$

$b_n = a_{(1+2+3+\dots+n)+n}$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} b_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

22. 방정식 $x^2 - 2x - 5 = 2\sqrt{x^2 - 2x - 2}$ 의 두 근 α, β 에 대하여 $|\alpha\beta|$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 곡선 $C : y = x^2 (x \geq 0)$ 과 C 위의 점 $P(a, a^2) (a > 0)$ 에서의 접선 및 x 축으로 둘러싸인 부분을 x 축, y 축 둘레로 회전하여 생긴 입체의 부피를 각각 V_x, V_y 라 하자. 이때 $V_x = 2V_y$ 가 되도록 하는 상수 a 에 대하여 $10a$ 의 값을 구하시오. [4점]

24. 두 그릇 A, B에 각각 4%, 8%의 소금물이 200g씩 들어 있다. A 그릇에서 소금물 100g을 B 그릇으로 옮기고 잘 섞은 다음 B 그릇에서 소금물 100g을 A 그릇으로 옮기는 것을 1회 시행이라 하자. 이와 같은 방법으로 n 회 반복 시행한 후 A 그릇의 소금물의 농도를 $a_n\%$ 라 하면 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 다음 등식이 성립한다.

$$a_{n+1} = pa_n + q \quad (p, q \text{는 상수})$$

이때 $3(p+q)$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 다음 두 조건을 모두 만족하는 함수 $y=f(x)$ 가 있다. $0 \leq x \leq 4$ 에서 함수 $y=\{f(x)\}^n$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n 이라 하자. $S_{20} = \frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소인 자연수)일 때 $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $f(x) = |x| \quad (-1 \leq x \leq 1)$

(나) 임의의 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = f(x-1)$

선택 과목

미분과 적분

26. $f(x) = \sin^2 x - \sin x \cos x$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

② 0

③ $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ $\sqrt{2}$

27. $\theta = 18^\circ$ 일 때, $5\theta = 90^\circ$ 임을 이용하여 $\sin 18^\circ$ 의 값을 구하면? [3점]

① $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$

② $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$

③ $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

④ $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

⑤ $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

28. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx}{\sin(x-1)} = 2$ 가 성립하도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a-b$ 의 값은? [3점]

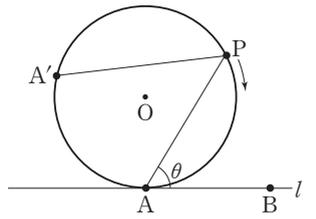
- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

29. 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 가 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(3+3h) - g(3-2h)}{h} = 10$ 을 만족하고 $f(2) = 3$ 일 때, 미분계수 $f'(2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

단답형

30. 오른쪽 그림과 같이 원 O 와 직선 l 이 접하고 있다. 이때의 접점을 A 라 하고, 원 O 위의 동점 P 에 대하여 $\overline{AP} = \overline{A'P}$ 인 원 O 위의 점을 A' 이라 하자. 직선 l 위의 점 B 에 대하여 $\angle PAB = \theta$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\overline{AA'}}{\overline{AP}}$ 의 값을 구하시오. [4점]



※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

29. 한 개의 주사위를 두 번 던져 나오는 눈의 수의 합을 확률변수 X 라고 할 때, X 의 확률질량함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

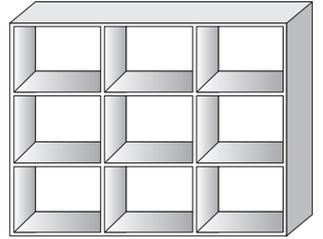
$$P(X=x) = \begin{cases} ax+b & (x=2, 3, 4, 5, 6, 7) \\ cx+d & (x=8, 9, 10, 11, 12) \end{cases} \quad (a, b, c, d \text{는 상수})$$

이때 $a+b+c+d$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

단답형

30. A, B, C 세 종류의 상품이 각각 A가 4개, B가 3개, C가 2개 있다. 이 9개의 상품을 오른쪽 그림과 같은 진열장에 한 칸에 하나씩 모두 진열하고자 한다. 가로줄, 세로줄 모두 같은 종류의 상품이 이웃하지 않도록 진열하는 방법의 수를 구하시오.



[4점]

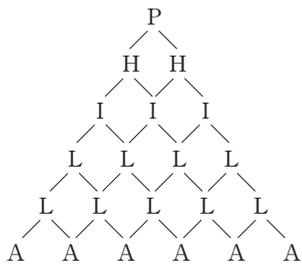
※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

선택 과목

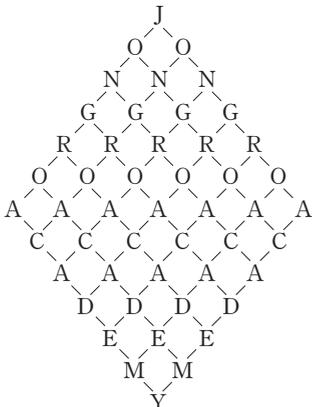
이산수학

26. 위로부터 아래로 구슬을 하나 굴릴 때, 이 구슬이 미끄러져 내려가는 길을 따라 만나는 문자를 뽑아서 단어를 만든다. 예를 들어, [그림 1]과 같은 경우 구슬이 내려가면서 PHILLA라는 단어를 만들고, 그 방법은 총 32가지이다.



[그림 1]

[그림 2]와 같이 영문자 J, O, N, G, R, O, A, C, A, D, E, M, Y가 놓여 있을 때, 맨 마지막의 Y에 도달하는 방법의 수는 ${}_n C_r$ 로 나타낼 수 있다. 이때 $n+r$ 의 최솟값은? [3점]



[그림 2]

- ① 16 ② 18 ③ 20
- ④ 22 ⑤ 24

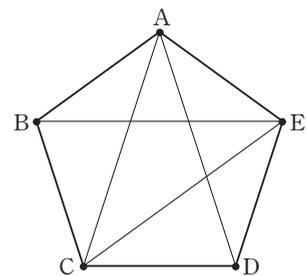
27. 다음은 ‘깊이 우선 검색 방법’에 대한 설명이다.

- (i) 수형도의 한 꼭짓점에서 시작하여 검색한다.
- (ii) 현재 꼭짓점에 아직 검색되지 않은 꼭짓점이 변으로 연결되어 있으면 그 중의 하나의 꼭짓점을 검색하고 그 꼭짓점으로 이동하여 현재 꼭짓점으로 한다.
- (iii) 현재 꼭짓점과 변으로 연결된 모든 꼭짓점이 검색되었다면, 현재 꼭짓점이 검색되기 바로 이전에 검색된 꼭짓점으로 되돌아가서 그 꼭짓점을 현재 꼭짓점으로 한다.
- (iv) 더 이상 검색할 꼭짓점이 없으면 검색을 끝내고 그렇지 않으면 (ii)로 되돌아간다.

다음 중 위의 검색 방법으로 검색할 때, 과정 (i)의 꼭짓점을 잘 선택하면 검색되는 꼭짓점들의 순서가 유일하게 결정될 수 있는 수형도의 인접행렬인 것은? [4점]

- ① $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- ③ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ④ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- ⑤ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

28. 다음 그림과 같이 5개의 꼭짓점 A, B, C, D, E를 갖는 그래프에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]



<보기>

- ㄱ. 평면그래프이다.
- ㄴ. 오일러회로를 갖는다.
- ㄷ. 해밀턴회로를 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 다음은 화학약품 A, B, C, D, E의 친화도를 나타낸 표이다.

친화도가 높은 화학약품	
A	B, C
B	A, C, D
C	A, B, E
D	B, E
E	C, D

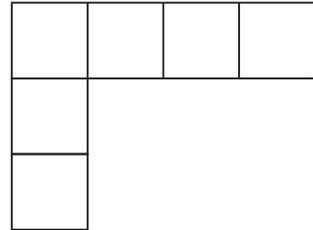
친화도가 높은 약품들은 같은 창고에 저장하면 서로 반응을 하여 사고를 유발할 수 있으므로 반드시 다른 창고에 넣어야 한다. 이 조건을 만족하도록 모든 화학약품을 3개의 창고에 저장하는 경우의 수는?

(단, 약품 C와 약품 D는 반드시 같은 창고에 넣는다.) [3점]

- ① 5 ② 9 ③ 10
- ④ 12 ⑤ 24

단답형

30. 수의 분할은 그림으로 나타낼 수 있다. 예를 들어, 6의 한 분할인 $4+1+1$ 은 다음과 같은 그림으로 나타낼 수 있고, 가장 긴 가로줄의 칸 수는 4, 가장 긴 세로줄의 칸 수는 3이다.



자연수 15의 분할을 그림으로 나타낼 때, 가장 긴 가로줄의 칸 수가 6, 가장 긴 세로줄의 칸 수가 4가 되는 분할의 개수를 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.