

수리 영역

시간 : 100 분

점수 : 100 점

성명

수험 번호



종로학원 · 종로학평

- 반드시 본인이 선택한 유형('가'형 또는 '나'형)의 문제인지 확인하십시오.
- 문제지와 답안지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- OMR 답안지에 성명, 수험 번호, 응시 유형 및 선택 과목, 답 등을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 사항'에 따라 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점(2, 3, 4점)을 참고하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.
- 이 문제지에는 아래의 예와 같이 국립국어연구원의 '한글 맞춤법'에 의한 사이시옷 표기법을 사용하였습니다. 예) 최솟값(중전 표기 : 최소값)

1. $\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{50}-\sqrt{32})$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$
- ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

2. 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ b & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^2 = O$ 가 성립할 때, ab 의 값은? (단, O 는 영행렬이다.) [2점]

- ① -8 ② -4 ③ 0
- ④ 4 ⑤ 8

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2+3n+2} - 2n)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$
- ④ 1 ⑤ 2

4. 무한수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - \frac{3^{n+1}}{3^n+1}) = 3$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

5. 로그방정식 $\log_2 x + \log_2 x^2 = 3$ 의 해를 구하면?

[3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

6. 세 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 1 & b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 9 & 11 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AB = C$

가 성립할 때, $a + b$ 의 값은?

[3점]

- ① -2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

7. $f(x) = 2x^2$ 일 때, 다음 중 $(f \circ f \circ f)(x)$ 와 같은 것은?

[3점]

- ① 2^3x^4 ② 2^4x^5 ③ 2^4x^8
 ④ 2^7x^8 ⑤ 2^7x^{10}

8. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $3n + 1 < (n + 2)a_n < 3n + 3$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?
 (단, n 은 자연수이다.)

[3점]

- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ 1
 ④ 3 ⑤ 9

9. $2^x=3^y=5^z$ 이 성립할 때, $5^{\frac{z}{x}}+2^{\frac{x}{y}}+3^{\frac{y}{z}}$ 의 값은? [3점]
- ① 2 ② 3 ③ 5
 ④ 10 ⑤ 20

10. $f(n)=[\log n]$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?
 (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이고, $\log 2=0.3010$ 이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $\sum_{n=1}^{30} \{f(2^{n+1}) - f(2^n)\} = 9$ ㄴ. $\{f(2^{n+1}) - f(2^n) \mid n=1, 2, 3, \dots\} = \{0, 1\}$ ㄷ. 집합 $\{n \mid f(2^{n+1}) - f(2^n) = 0, n=1, 2, 3, \dots, 30\}$ 의 원소의 개수는 21개이다.
--

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 세 이차정사각행렬 A, B, C 에 대하여 A 의 역행렬이 존재하고 $ABC=E$ 일 때, <보기>에서 단위행렬 E 와 항상 같은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. BCA	ㄴ. CAB	ㄷ. CBA
----------	----------	----------

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

12. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 집합 A_k 를
 $A_k = \{x \mid a_k x^2 + 2a_{k+1}x + a_{k+2} = 0\} (k=1, 2, 3, \dots)$
 이라 할 때, 임의의 자연수 k 에 대하여 다음 중 항상 집합 A_k 의 원소인 것은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

13. 두 함수 $y=a^x(a>1)$, $y=x$ 의 그래프가 좌표평면의 한 점에서만 만날 때, 이 교점의 좌표를 (a, a) 라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

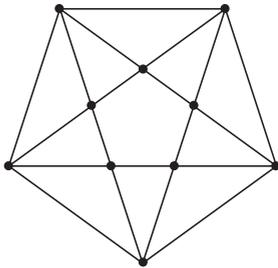
<보 기>

ㄱ. $a > 1$ 이다.
 ㄴ. 방정식 $ka^x = \log_a x$ 가 반드시 근을 갖도록 하는 k 의 값의 범위는 $0 < k < 1$ 일 때 뿐이다.
 ㄷ. $0 < k < 1$ 일 때, 방정식 $\log_a \frac{x}{k} = x$ 는 a 보다 작은 근이 반드시 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

14. 다음 중 오른쪽 그림과 같이 정오각형의 꼭짓점 5개와 대각선의 교점 5개에 9명을 세우는 방법의 수를 나타낸 것은? (단, 회전시켰을 때 같은 것은 하나로 본다.) [4점]

① $2 \times 5! \times 4!$
 ② ${}_9C_5 \times 4! \times 4! \times 2$
 ③ ${}_9C_5 \times 4! \times 5! \times 2$
 ④ ${}_9C_4 \times 5! \times 5! \times 2$
 ⑤ $9!$



15. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 ${}_n C_1 + 2 \cdot {}_n C_2 + 3 \cdot {}_n C_3 + \dots + n \cdot {}_n C_n = n \cdot 2^{n-1}$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

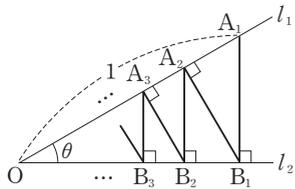
<증명>
 (i) $n=1$ 일 때,
 (좌변) $= {}_1 C_1 = 1$, (우변) $= 2^0 = 1$
 이므로 주어진 등식은 성립한다.
 (ii) $n=k$ 일 때, 주어진 식이 성립한다고 가정하면
 ${}_k C_1 + 2 \cdot {}_k C_2 + 3 \cdot {}_k C_3 + \dots + k \cdot {}_k C_k = k \cdot 2^{k-1}$
 이제 $n=k+1$ 일 때, 성립함을 보이자.
 ${}_{k+1} C_1 + 2 \cdot {}_{k+1} C_2 + 3 \cdot {}_{k+1} C_3 + \dots + k \cdot {}_{k+1} C_k + (k+1) \cdot {}_{k+1} C_{k+1}$
 $= \sum_{i=1}^{k+1} (i \cdot {}_{k+1} C_i)$
 $= \sum_{i=1}^k \{i \cdot ({}_{(가)} C_i)\} + (k+1) \cdot {}_{k+1} C_{k+1}$
 $= \sum_{i=1}^k \{(1+i-1) \cdot {}_k C_{i-1}\} + \sum_{i=1}^k (i \cdot {}_k C_i) + (k+1) \cdot {}_k C_k$
 $= \sum_{i=1}^k {}_k C_{i-1} + \sum_{i=1}^k \{(i-1) \cdot {}_k C_{i-1}\} + \sum_{i=1}^k (i \cdot {}_k C_i) + k \cdot {}_k C_k + {}_k C_k$
 $= \left(\sum_{i=1}^k {}_k C_{i-1} + {}_k C_k \right) + \left[\sum_{i=1}^k \{(i-1) \cdot {}_k C_{i-1}\} + k \cdot {}_k C_k \right]$
 $+ \sum_{i=1}^k (i \cdot {}_k C_i)$
 $= \text{ㄴ} + \sum_{i=1}^k (i \cdot {}_k C_i) + \sum_{i=1}^k (i \cdot {}_k C_i)$
 $= \text{ㄷ}$
 그러므로 $n=k+1$ 일 때에도 성립한다.
 따라서, 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 등식은 성립한다.

- 위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]
- | (가) | (나) | (다) |
|-----------------------------|-------------------------|------------------------|
| ① ${}_k C_{i-1} + {}_k C_i$ | $\sum_{i=0}^k {}_k C_i$ | $(k+1) \cdot 2^k$ |
| ② ${}_k C_{i-1} + {}_k C_i$ | $\sum_{i=0}^k {}_k C_i$ | $(2k+1) \cdot 2^{k-1}$ |
| ③ ${}_k C_{i-1} + {}_k C_i$ | $\sum_{i=1}^k {}_k C_i$ | $(k+1) \cdot 2^k$ |
| ④ ${}_k C_i + {}_k C_{i+1}$ | $\sum_{i=0}^k {}_k C_i$ | $(k+1) \cdot 2^k$ |
| ⑤ ${}_k C_i + {}_k C_{i+1}$ | $\sum_{i=1}^k {}_k C_i$ | $(2k+1) \cdot 2^{k-1}$ |

16. 잡지사에 근무하는 철수는 ‘지역별 맛집 기행’에 네 곳의 업소를 소개하려고 한다. 후보지는 서울 3곳, 부산 4곳, 광주 5곳이고 지역별로 적어도 한 업소가 포함되도록 선정을 하여 총 4곳을 잡지에 실기로 하였다. 이때 잡지에 실을 업소를 선정하는 서로 다른 경우의 수는? (단, 잡지에 실는 순서는 고려하지 않는다.) [3점]

- ① 90 ② 135 ③ 180
- ④ 225 ⑤ 270

17. 다음 그림과 같이 끼인각이 θ 인 두 반직선 l_1, l_2 가 있다. l_1 위의 점 A_1 에 대하여 $\overline{OA_1}=1$ 이고, 점 A_1 에서 l_2 에 내린 수선의 발을 B_1 이라 하자. 또, 점 B_1 에서 l_1 위에 내린 수선의 발을 A_2 , 점 A_2 에서 l_2 에 내린 수선의 발을 B_2 라 하자. 이와 같이 계속하여 점 $A_3, B_3, A_4, B_4, \dots$ 를 정해나갈 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n B_n} = \frac{5}{3}$ 가 성립한다. 이때 $\sin \theta$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
- ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

단답형

18. $(\sqrt{2^{\sqrt{2}}})^{\sqrt{2}}=k$ 일 때, $\log_2 k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 \times a_5 \times a_9 = 3$ 일 때, $a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_9$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. $(a+b+c+d)^6$ 을 전개하여 동류항을 모두 모아 정리하였을 때, 세 문자로 된 항의 개수를 구하시오. [4점]

22. 두 자연수 a, b 에 대하여 $b < 4a$ 이고 $\log_a b > \log_b a^2 + 1$ 이 성립할 때, $a+b$ 의 최댓값을 구하시오. (단, $a > 1, b > 1$) [4점]

21. 다음과 같은 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

1, 1, 3, 1, 3, 5, 1, 3, 5, 7, ...

$b_n = a_{(1+2+3+\dots+n)+n}$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} b_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등비수열 1, 2, 4, 8, 16, ... 중에서 1000보다 작은 수를 이진법의 수로 고쳐서 순서대로 나열한 수를 $M = 11010010\dots$ 이라 할 때, M 에 나타나는 0의 개수를 구하시오. [4점]

28. $12^{94} + 2^{12}$ 은 몇 자리의 수인가? (단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)

[3점]

- ① 101 ② 102 ③ 103
 ④ 104 ⑤ 105

29. $n(n \geq 4)$ 차 정사각행렬 A 에 대하여

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ 3 & 5 & 7 & \cdots & 2n+1 \\ 5 & 8 & 11 & \cdots & 3n+2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 2n-1 & 3n-1 & 4n-1 & \cdots & n^2+n-1 \end{pmatrix} \text{이고 } A^2 = B \text{일 때,}$$

다음 중 행렬 B 의 3행 4열 성분을 나타내는 것은? [3점]

- ① $\sum_{k=1}^n (k^2 + k - 1)$ ② $\sum_{k=1}^n (15k^2 + k - 2)$ ③ $\sum_{k=1}^n (15k^2 + k - 1)$
 ④ $\sum_{k=1}^n (15k^2 + 7k - 2)$ ⑤ $\sum_{k=1}^n (15k^2 + 7k - 1)$

단답형

30. 오른쪽 그림과 같이 6개로 나누어진 영역에 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑 5가지의 색을 모두 사용하여 칠하는 경우의 수를 구하시오. (단, 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠해야 한다.) [4점]

