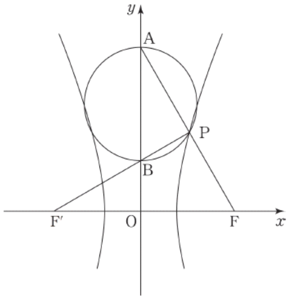
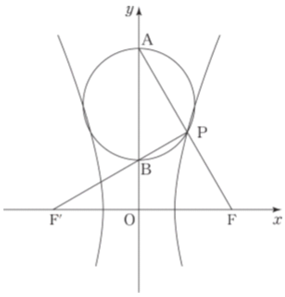
[수정 전]

27. 그림과 같이 초점이 각각 F, F′이고 주축의 길이가 2, 중심이 원점 O인 쌍곡선 위의 한 점을 P, 두 직선 PF, PF′가 y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\angle OAF = \frac{\pi}{6}$일 때, 선분 AB를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이는 $a+b\sqrt{3}$이다. $60(a+b)$의 값을 구하시오. (단, $\overline{PF} < \overline{PF'}$이고, a, b는 유리수이다.) [4점]



[수정 후]

27. 그림과 같이 초점이 각각 F, F′이고 주축의 길이가 2, 중심이 원점 O인 쌍곡선 위의 한 점을 P, 두 직선 PF, PF′가 y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\angle OAF = \frac{\pi}{6}$이고, 세 점 A, B, P를 지나는 원의 지름이 선분 AB일 때, 반지름의 길이는 $a+b\sqrt{3}$이다. $60(a+b)$의 값을 구하시오. (단, $\overline{PF} < \overline{PF'}$이고, a, b는 유리수이다.) [4점]



해당 문항에 원이 세 점 A, B, P를 지난다는 발문이 삭제되어서 추가되었습니다.

[수정 전]

30. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 두 함수 $g(x)$, $h(x)$를

$$g(x)=\int_{-x}^{x} f(t)\,dt,\quad h(x)=\int_{2-x}^{x} f(t)\,dt$$

라 하자. 두 함수 $g(x)$, $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 함수 $y=g(x)$, $y=h(x)$의 그래프는 점 $(2, 4)$에서 만난다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 함수 $g'(x)h'(x)$는 상수함수이며, $g''(x)h''(x) \geq 0$이다.

구간 $[0, 1]$에서 두 상수 a, b에 대하여 $f(x)=a\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)+b\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$일 때, $\int_{-1}^{16} f(x)\,dx=p+\frac{q}{\pi}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이다.) [4점]

[수정 후]

30. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 두 함수 $g(x)$, $h(x)$를

$$g(x)=\int_{-x}^{x} f(t)\,dt,\quad h(x)=\int_{2-x}^{x} f(t)\,dt$$

라 하자. 두 함수 $g(x)$, $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 함수 $y=g(x)$, $y=h(x)$의 그래프는 점 $(2, 4)$에서 만난다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $g'(x)h'(x)=c$이고, $g''(x)h''(x) \geq 0$이다. (단, c는 양의 상수이다.)

구간 $[0, 1]$에서 두 상수 a, b에 대하여 $f(x)=a\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)+b\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$일 때, $\int_{-1}^{16} f(x)\,dx=p+\frac{q}{\pi}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이다.) [4점]

수정 전 $g'(x)h'(x)=c$에서 $h'(x)=\dfrac{c}{g'(x)}$으로 $g'(x)$가 감소하면 $h'(x)$는 증가하는 상황을 유도하였지만, $c=0$이면 $g'(x)=0$인 경우가 존재해서 양변에 $g'(x)$를 나눌 수 없으며, $h'(x)$의 값과 관계없이 항상 0이 되었고, 다음과 같은 반례가 존재했습니다.

$$g(x)=\begin{cases} 2\sin\left(\pi x-\dfrac{\pi}{2}\right)+2 & (0 \leq x \leq 1) \\ 4 & (1 < x \leq 2) \end{cases},\quad h(x)=\begin{cases} 0 & (0 \leq x \leq 1) \\ 2\sin\left(\pi x-\dfrac{\pi}{2}\right) & (1 < x \leq 2) \end{cases}$$

또한, $c<0$인 경우, $\dfrac{c}{g'(x)}$에서 함수 x, $-\dfrac{1}{x}$이면 ‘두 함수 모두 증가하지만 상수 c로 일정한 경우가 생겼습니다. 따라서 c가 양의 상수라는 조건을 추가하였습니다.