

수학 영역(나형)

성명

수험번호

- 자신이 선택한 유형('가'형 / '나'형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

한 걸음씩 내딛는 우리의 힘찬 걸음이

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 유형('가'형 / '나'형), 답을 정확히 표기하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

Epsilon

2017년 8월 27일 시행
Epsilon 모의고사 1회 (나형)

출제위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학기초연구학회 Epsilon
16학번 : 김동균, 송세령, 안성준, 이준희
17학번 : 김국연, 김도훈, 김동규, 김정빈, 문혁준,
박승용, 석진우, 조영호, 최수영

편집위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학기초연구학회 Epsilon 편집위원회
16학번 : 김동균, 송세령
17학번 : 김정빈, 석진우

검토위원 :
박서원 (성균관대학교 수학교육과 17)
신윤섭 (성균관대학교 수학교육과 16)
유현진 (성균관대학교 수학교육과 17)
이준호 (성균관대학교 수학교육과 16)

제 2 교시

Epsilon

수학 영역(나형)



성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1. $6 \times 4^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

2. 두 집합

$$A = \{1, 3, 5, 7\}, \quad B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

에 대하여 $n(A \cap B)$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \times 2^{n+2} - 1}{2^n + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

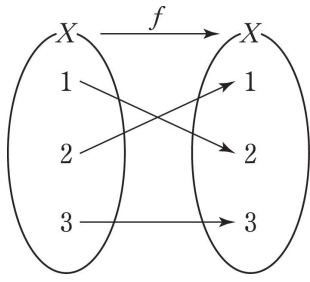
4. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 2$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

5. 그림은 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$f(3) + (f \circ f)(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

6. $\int_0^2 (x^3 + 10) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

7. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A \cap B) = \frac{1}{12}, \quad P(A) = 3P(B)$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

8. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: |x-5| \leq a$$

$$q: (x-1)(x-11) \leq 0$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 자연수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9. 곡선 $y = x^3 + ax^2 - 2ax$ 위의 점 $(2, 8)$ 에서의 접선의 기울기가 6일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 0 ③ -1 ④ -2 ⑤ -3

10. 어느 학교 동아리 회원은 남자 회원이 7명, 여자 회원이 5명이다. 임의로 선택한 회원 3명의 성별이 모두 같을 때, 선택한 3명의 회원이 모두 남자 회원일 확률은? [3점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{7}{9}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

11. 함수 $y = \sqrt{2x+a}+7$ 의 정의역이 $\{x|x \geq -4\}$ 이고,
치역이 $\{y|y \geq b\}$ 일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

[3점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

12. 이차함수 $f(x)=ax^2+b$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 8$$

- 일 때, $f(3)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

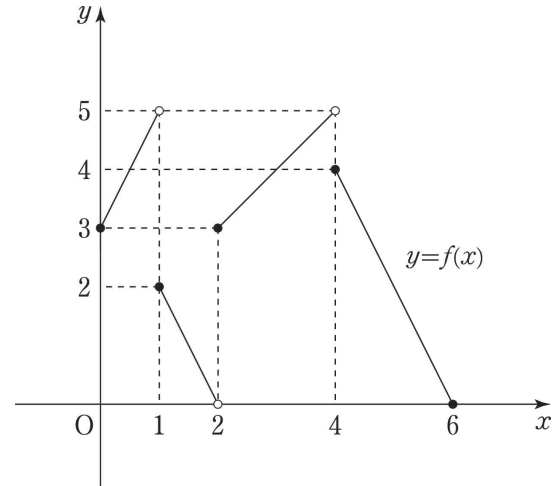
- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

13. 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{13} 의 값은? [3점]

(가) $a_3^2 - 5a_3 + 4 = 0$
 (나) $a_4^2 - a_2^2 = -8$

- ① -1 ② -7 ③ -13
 ④ -19 ⑤ -25

14. 닫힌 구간 $[0, 6]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow k^+} f(x) = k$ 를 만족시키는 자연수 k ($2 \leq k \leq 5$)에 대하여

$\lim_{x \rightarrow (k-2)^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow k^-} f(x)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

15. 한 개의 주사위를 3번 던질 때, 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 하자. $a \times b \times c$ 의 값이 3의 배수일 확률은? [4점]

- ① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{16}{27}$ ③ $\frac{17}{27}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{19}{27}$

16. 확률변수 X 는 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르고,

확률변수 X 의 확률밀도함수는

$f(x)$ 이다. $f(\sigma) = f(3\sigma)$ 일 때,

$P(3\sigma \leq X \leq 4\sigma)$ 의 값을 오른쪽

표준정규분포표를 이용하여

구한 것은? (단, $\sigma > 0$) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0919 ② 0.1359 ③ 0.1498
 ④ 0.2417 ⑤ 0.2857

17. 주머니에 1, 1, 1, 2, 2의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 25번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수의 합을 확률변수 X 라 하자. 다음은 $E(X)$ 를 구하는 과정이다.

한 번의 시행에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 1인 사건을 A 라 하고, 25번의 시행에서 사건 A 가 일어나는 횟수를 확률변수 Y 라 하자.

Y 의 확률질량함수는 $0 \leq n \leq 25$ 인 정수 n 에 대하여

$$P(Y=n) = {}_{25}C_n \left(\boxed{\text{(가)}} \right)^n \left(1 - \boxed{\text{(가)}} \right)^{25-n}$$

이므로 확률변수 Y 는 이항분포 $B(25, \boxed{\text{(가)}})$ 을 따른다.

확률변수 X 는 꺼낸 공에 적혀 있는 수의 합이므로

$$X = Y + \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 그러므로

$$E(X) = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

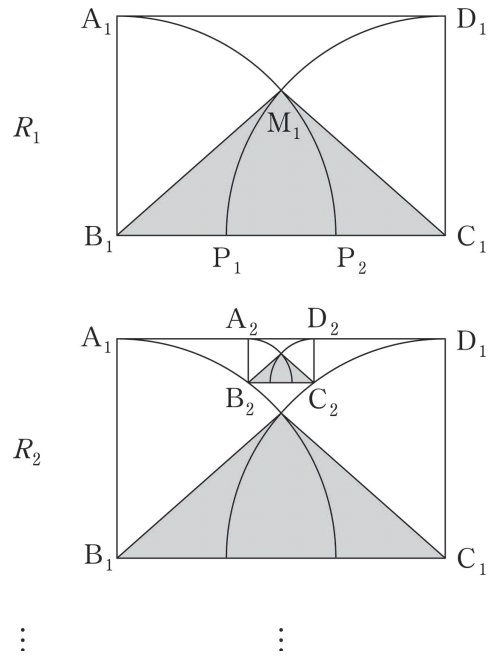
위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(Y)$ 라 할 때, $p \times f(10) + q$ 의 값은? [4점]

- ① 53 ② 56 ③ 59 ④ 62 ⑤ 65

18. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=4, \overline{A_1D_1}=6$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 선분 B_1C_1 의 3등분점을 점 B_1 에서 가까운 순서대로 각각 P_1, P_2 라 하자. 중심이 B_1 , 반지름의 길이가 $\overline{A_1B_1}$ 이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 $B_1A_1P_2$ 을 그리고, 중심이 C_1 , 반지름의 길이가 $\overline{C_1D_1}$ 이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 $C_1D_1P_1$ 을 그린다. 호 A_1P_2 와 호 D_1P_1 의 교점을 M_1 이라 할 때, 삼각형 $M_1B_1C_1$ 의 내부에 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 호 A_1P_2 위의 점 B_2 , 호 D_1P_1 위의 점 C_2 와 선분 A_1D_1 위의 두 점 A_2, D_2 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2} : \overline{A_2D_2} = 2 : 3$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 삼각형 $M_2B_2C_2$ 의 내부에 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{25\sqrt{7}}{8}$ ② $\frac{60\sqrt{7}}{19}$ ③ $\frac{45\sqrt{7}}{14}$ ④ $\frac{10\sqrt{7}}{3}$ ⑤ $\frac{15\sqrt{7}}{4}$

19. 두 상수 α, β ($\alpha < \beta$)와 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} & f'(\alpha) = f'(\beta) = 0 \\ \text{(나)} & f'(0)f'(\alpha+2\beta) < 0 \end{aligned}$$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

$$\begin{aligned} \text{ㄱ.} & \alpha\beta < 0 \\ \text{ㄴ.} & f(\alpha+\beta) < f(0) \\ \text{ㄷ.} & \text{방정식 } f(x) = f(2\alpha+\beta) \text{는 서로 다른 세 실근을 갖는다.} \end{aligned}$$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 4$ 이고, X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} & f(x) = f(4-x) \\ \text{(나)} & P(0 \leq X \leq x) = \frac{x(k-x)}{8} \quad (0 \leq x \leq 2) \end{aligned}$$

상수 a 에 대하여

$$p_1 = P(0 \leq X \leq a), \quad p_2 = P(a < X \leq 4)$$

이다. $p_2 - p_1 = \frac{1}{4}$ 일 때, a 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{f(x+h)\}^2 - \{f(x)\}^2}{h} = 0$$

을 만족시키는 실수 x 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, 함수 $f(x)$ 와 두 실수 M, m 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \{x \mid (x-5)f'(x)=0\} = \{m+3, M\} \quad (\text{단, } m+3 \neq M) \\ \text{(나)} \quad & f(M)=0 \end{aligned}$$

함수 $|f(x)|$ 가 극대 또는 극소가 되는 모든 x 의 값의 합이 0일 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

- ① 80 ② 100 ③ 120 ④ 140 ⑤ 160

단답형

22. ${}_8C_2$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 함수 $f(x)=3x-7$ 에 대하여 $f^{-1}(20)$ 의 값을 구하십시오.

[3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = 3^n + n$ 일 때, a_4 의 값을 구하시오. [3점]

25. $\log_2 9 \times \log_3 32$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 6 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$$A = \{1, 3\}, A \cup B = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$$

를 만족시키는 집합 B 의 개수를 구하시오. [4점]

27. 방정식 $(a+b+c)^2 \times d = 36$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오.

[4점]

28. 20보다 큰 자연수 n 에 대하여 정규분포 $N(m, 5^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 $2n$ 인 표본을 임의추출하여 신뢰도 95%로 추정한 모평균 m 에 대한 신뢰구간이 $a \leq m \leq b$ 이다.

$10(b-a)$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 n 의 최솟값을 구하시오.
(단, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

29. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -3x^2 - 6x + 3 & (|x| \geq 1) \\ -2x + a & (|x| < 1) \end{cases}, \quad g(x) = 3x - b$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 두 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 두 곡선 $y = \frac{n}{x}$,

$y = \sqrt{nx}$ 와 직선 $x = 4n$ 으로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되는 정사각형 중에서 다음 조건을 만족시키는 모든 정사각형의 개수를 $f(n)$ 이라 하자.

- (가) 꼭짓점의 x 좌표, y 좌표가 모두 자연수이다.
 (나) 한 변의 길이가 1이다.

예를 들어 $f(2)=9$ 이다. $\sum_{n=2}^5 f(n)$ 의 값을 구하시오. [4점]