제 2 교시

2018학년도 대학수학능력시험 모의평가 1회 문제지

수학 영역(가형)

성명		수험번호									

○ 자신이 선택한 유형(‘가’형 / ‘나’형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

> 한 걸음씩 내딛는 우리의 힘찬 걸음이

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 유형(‘가’형 / ‘나’형), 답을 정확히 표기하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

Epsilon

2017년 8월 27일 시행

Epsilon 모의고사 1회 (가형)

출제위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon

16학번 : 김동균, 송세령, 안성준, 이준희

17학번 : 김국연, 김도훈, 김동규, 김정빈, 문혁준,
박승용, 석진우, 조영호, 최수영

편집위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon 편집위원회

16학번 : 김동균, 송세령

17학번 : 김정빈, 석진우

검토위원 :

박서원 (성균관대학교 수학교육과 17)

신윤섭 (성균관대학교 수학교육과 16)

유현진 (성균관대학교 수학교육과 17)

이준호 (성균관대학교 수학교육과 16)

2018학년도 대학수학능력시험 모의평가 1회

제 2 교시

Epsilon

수학 영역(가형)

성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a}=(4,\,-2)$, $\vec{b}=(-1,\,3)$에 대하여 벡터 $\vec{a}+\vec{b}$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+6x)}{e^{2x}-1}$의 값은? [2점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

3. $\displaystyle\int_1^{e^2}\frac{4}{x}\,dx$의 값은? [2점]

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

4. 두 사건 A와 B는 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{12},\qquad \mathrm{P}(A)=3\mathrm{P}(B)$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

5. 좌표공간의 점 $\mathrm{P}(1, 3, 4)$를 x축에 대하여 대칭이동시킨 점을 Q라 하자. 두 점 P와 Q 사이의 거리는? [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

6. 곡선 $3\sqrt{x}+\sqrt{y}+\frac{1}{2}y=3$ 위의 점 $\left(\frac{1}{4}, 1\right)$에서의 접선의 기울기는? [3점]

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

7. $0 \le x \le 2\pi$일 때, 방정식 $\cos^2 x = \sin^2 x + \sin x$의 모든 실근의 합은? [3점]

① π ② $\frac{3\pi}{2}$ ③ 2π ④ $\frac{5\pi}{2}$ ⑤ 3π

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

8. 어느 학교 동아리 회원은 남자 회원이 5명, 여자 회원이 4명이다. 이 동아리에서 총 4명을 뽑을 때, 뽑힌 남자 회원의 수가 뽑힌 여자 회원의 수보다 클 경우의 수는? [3점]

① 25 ② 30 ③ 35 ④ 40 ⑤ 45

9. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=xf(x^2)$가 있다. $f(4)=3$이고 $f'(4)=1$일 때, $g'(2)$의 값은? [3점]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

10. 좌표공간에서 두 평면

$$\alpha : x-y+kz=3, \qquad \beta : x+y+\sqrt{2}z=5$$

가 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$일 때, k^2의 값은? (단, k는 상수이다.) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

11. 좌표공간에서 평면 $5x+4y-2\sqrt{2}z=0$과 중심이 $(2, 2, \sqrt{2})$인 구 S가 만나서 생기는 원의 둘레의 길이가 $2\sqrt{5}\pi$일 때, 구 S의 반지름의 길이는? [3점]

① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{10}$
④ 3 ⑤ $2\sqrt{2}$

12. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t>0)$에서의 위치 (x, y)가

$$\begin{cases} x=2t+1 \\ y=\frac{1}{2}t^2-\ln t \end{cases}$$

이다. $t=1$에서 $t=3$까지 점 P가 움직인 거리는? [3점]

① $2+\ln 3$ ② $3+\ln 3$ ③ $4+\ln 3$
④ $5+\ln 3$ ⑤ $6+\ln 3$

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

13. 한 개의 주사위를 3번 던질 때, 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c라 하자. $a \times b \times c$의 값이 3의 배수일 확률은? [3점]

① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{16}{27}$ ③ $\frac{17}{27}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{19}{27}$

14. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르고, 확률변수 X의 확률밀도함수는 $f(x)$이다. $f(\sigma)=f(3\sigma)$일 때, $\mathrm{P}(3\sigma \le X \le 4\sigma)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, $\sigma > 0$) [4점]

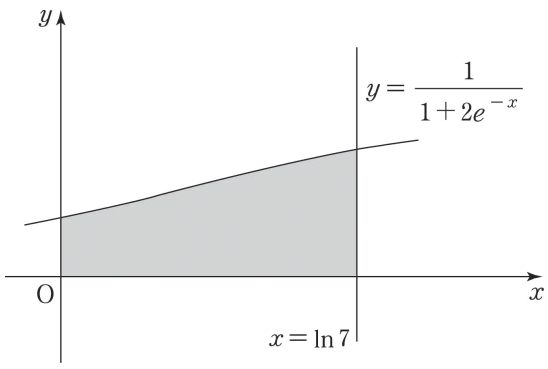
z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0919 ② 0.1359 ③ 0.1498
④ 0.2417 ⑤ 0.2857

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

15. 좌표평면에서 함수 $y=\dfrac{1}{1+2e^{-x}}$의 그래프와 x축, y축 및 직선 $x=\ln 7$로 둘러싸인 영역의 넓이는? [4점]

① $\ln 3$ ② $2\ln 2$ ③ $\ln 5$
④ $\ln 6$ ⑤ $\ln 7$



16. 주머니에 1, 1, 1, 2, 2의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 25번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수의 합을 확률변수 X라 하자. 다음은 $\mathrm{E}(X)$를 구하는 과정이다.

> 한 번의 시행에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 1인 사건을 A라 하고, 25번의 시행에서 사건 A가 일어나는 횟수를 확률변수 Y라 하자.
> Y의 확률질량함수는 $0 \le n \le 25$인 정수 n에 대하여
> $$\mathrm{P}(Y=n)={}_{25}\mathrm{C}_n\left(\boxed{\text{(가)}}\right)^n\left(1-\boxed{\text{(가)}}\right)^{25-n}$$
> 이므로 확률변수 Y는 이항분포 $\mathrm{B}\left(25, \boxed{\text{(가)}}\right)$을 따른다.
> 확률변수 X는 꺼낸 공에 적혀 있는 수의 합이므로
> $$X=Y+\boxed{\text{(나)}}$$
> 이다. 그러므로
> $$\mathrm{E}(X)=\boxed{\text{(다)}}$$
> 이다.

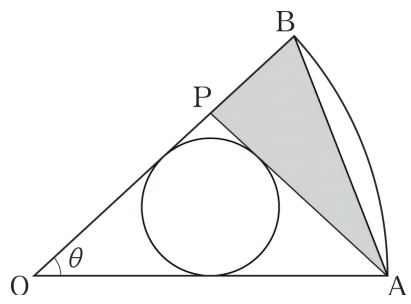
위의 (가), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(Y)$라 할 때, $p\times f(10)+q$의 값은? [4점]

① 53 ② 56 ③ 59 ④ 62 ⑤ 65

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

17. 그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 θ인 부채꼴 OAB가 있다. $\overline{OP}=\overline{AP}$가 되도록 선분 OB 위의 점 P를 잡을 때, 삼각형 OAP에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$, 삼각형 ABP의 넓이를 $S(\theta)$라 하자.

$\lim_{\theta\to 0+}\dfrac{r(\theta)\times S(\theta)}{\theta^2}$의 값은? (단, $0<\theta<\dfrac{\pi}{3}$) [4점]



① 4 ② 2 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

18. 어느 국가의 고등학생이 아침 식사를 하는 비율을 알아보기 위하여 이 국가의 고등학생 중 1200명을 임의추출하여 조사한 결과 75%의 고등학생이 아침 식사를 하는 것으로 나타났다. 이 결과를 이용하여 구한 이 국가의 전체 고등학생 중에서 아침 식사를 하는 고등학생의 비율 p에 대한 신뢰도 $k\%$의 신뢰구간이 $a\le p\le b$이다. $\mathrm{P}(|Z|\le 2)=\dfrac{k}{100}$일 때, $b-a$의 값은? (단, Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [4점]

① $\frac{1}{80}$ ② $\frac{1}{40}$ ③ $\frac{1}{20}$ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

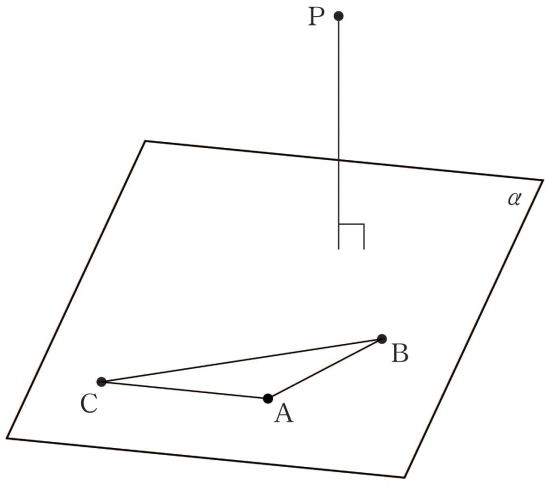
이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

19. 그림과 같이 좌표공간에서 평면 α 위에 있는 서로 다른 세 점 A, B, C와 평면 α로부터의 거리가 3인 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AB}=\overline{AC}=2$, $\angle ABC=\frac{\pi}{6}$

(나) $\overline{AC}\perp\overline{AP}$, $\overline{CP}=5$

평면 α와 평면 ABP가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\tan\theta$의 값은? (단, $\overline{PB}<\overline{PC}$) [4점]



① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

20. 함수 $f(x)=e^{\cos x}\int_0^x \ln(|\sin t|+1)dt$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $e>2$) [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(\pi)=\frac{1}{e}\times 2f\left(\frac{\pi}{2}\right)$

ㄴ. 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극댓값을 가지는 a가 구간 $(0,\pi)$에 있다.

ㄷ. $f''(b)=0$을 만족시키는 b가 구간 $(-\pi,0)$에서 적어도 둘 존재한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

21. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)=e^{-|f(x)|}$가 있다. 함수 $g(x)$에 대하여

$$\lim_{h\to 0}\frac{g(x+h)-g(x-h)}{h}=0$$

을 만족시키는 실수 x의 값은 a, 0, b $(a<0<b)$이다. $g(0)=\frac{1}{e}$일 때, $f(8a)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① 63 ② 66 ③ 69 ④ 72 ⑤ 75

단답형

22. ${}_8C_2$의 값을 구하시오. [3점]

23. $\int_{\pi}^{2\pi} x\cos x\,dx$의 값을 구하시오. [3점]

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

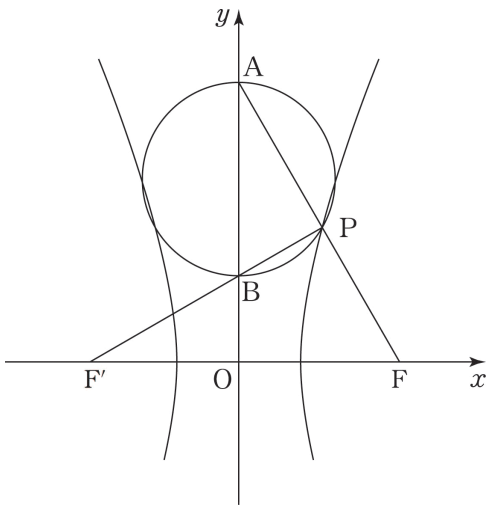
24. 부등식 $2^{x^2+1} \leq 32$를 만족시키는 정수 x의 개수를 구하시오. [3점]

25. 좌표평면에서 곡선 $y=ke^{x-1}$과 직선 $y=5x$의 접점의 x좌표가 a일 때, k^2+a^2의 값을 구하시오.
(단, k는 상수이다.) [3점]

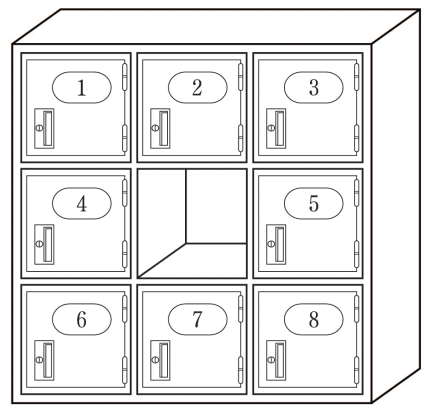
26. 방정식 $(a+b+c)^2 \times d = 36$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 구하시오. [4점]

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

27. 그림과 같이 초점이 각각 F, F′이고 주축의 길이가 2, 중심이 원점 O인 쌍곡선 위의 한 점을 P, 두 직선 PF, PF′가 y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\angle OAF=\frac{\pi}{6}$이고, 세 점 A, B, P를 지나는 원의 지름이 선분 AB일 때, 반지름의 길이는 $a+b\sqrt{3}$이다. $60(a+b)$의 값을 구하시오. (단, $\overline{PF}<\overline{PF'}$이고, a, b는 유리수이다.) [4점]



28. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 정육면체 모양의 사물함 8개가 그림과 같이 놓여 있다. 2명에게 8개의 사물함 중 각 2개씩 서로 다른 4개의 사물함을 배정할 때, 주인이 다른 사물함끼리 이웃하지 않도록 배정하는 경우의 수를 구하시오. (단, 두 사물함이 한 면을 공유할 때 서로 이웃한 것으로 본다.) [4점]

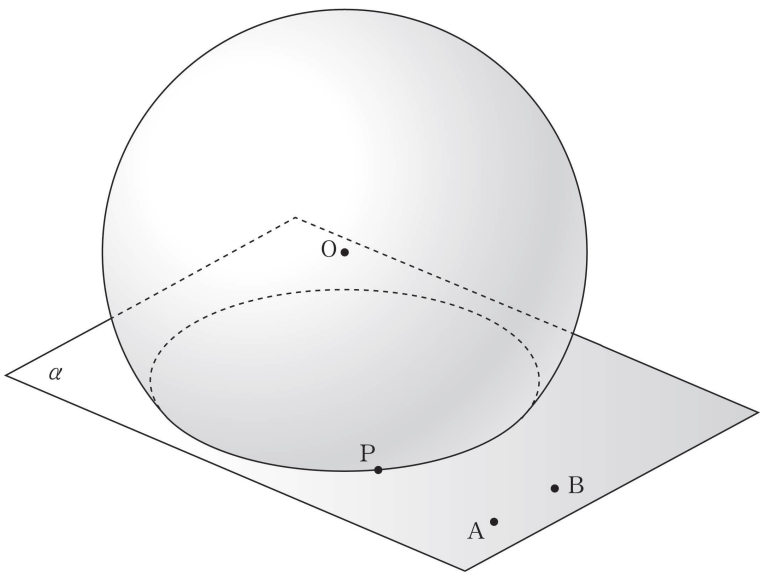


이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

29. 좌표공간에서 중심이 O이고 반지름의 길이가 5인 구 C와 점 O로부터의 거리가 3인 평면 α가 있다. 평면 α 위의 두 점을 A, B라 하고, 구 C와 평면 α가 만나서 생기는 원 위의 한 점을 P라 하자. 세 점 A, B, P에 대하여 $\overline{AB}=2$, $\overline{AB}\perp\overline{AP}$이고, 구 C 위의 점 Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{PQ}=12$
(나) $2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AQ}$

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=39$일 때, 삼각형 ABQ의 넓이의 최댓값을 구하시오. [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 두 함수 $g(x)$, $h(x)$를

$$g(x)=\int_{-x}^{x}f(t)\,dt,\ h(x)=\int_{2-x}^{x}f(t)\,dt$$

라 하자. 두 함수 $g(x)$, $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 함수 $y=g(x)$, $y=h(x)$의 그래프는 점 $(2,4)$에서 만난다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $g'(x)h'(x)=c$이고, $g''(x)h''(x)\geq 0$이다. (단, c는 양의 상수이다.)

구간 $[0,1]$에서 두 상수 a, b에 대하여 $f(x)=a\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)+b\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$일 때, $\int_{-1}^{16}f(x)\,dx=p+\frac{q}{\pi}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이다.) [4점]

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.