

제 2 교시

수리 영역(나형)

제 2회

1. $(\log_3 81)^{\log_3 3}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 27

2. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A - 3A^{-1}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① -12 ② -6 ③ 0 ④ 6 ⑤ 12

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax+b}{\sqrt{x+1}-2} = 2$ 일 때, ab 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

4. x, y 에 대한 연립일차방정식 $\begin{pmatrix} -2 & b \\ b & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ 2 \end{pmatrix}$ 의 해가 $x=1, y=b$ 일 때, b 의 값은? [3점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

5. 함수 $f(x) = -x^4 + 20x^2 - 64$ 에 대하여 $g(x)$ 가 다음과 같다.

$$g(x) = \int_x^{x+2} f(t) dt$$

함수 $g(x)$ 가 $x=a$, $x=b$ 에서 극댓값을 갖고 $x=c$ 에서 극솟값을 갖는다. $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? [3점]

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

6. 어떤 별의 실시 등급을 m , 절대등급을 M , 지구에서 이 별까지의 거리를 $d(pc)$ 라 하면 등식

$$m - M = 5(\log d - 1)$$

이 성립한다. 절대등급이 같은 두 별 A, B 의 실시 등급이 각각 2, 5일 때, 지구로부터 별 B 까지의 거리는 별 A 까지의 거리의 k 배이다. 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $10^{-\frac{3}{5}}$ ② $10^{-\frac{1}{5}}$ ③ $10^{\frac{1}{5}}$
 ④ $10^{\frac{3}{5}}$ ⑤ $10^{\frac{1}{2}}$

7. 이차함수 $f(x) = \frac{1}{68}(3x^2 + 2x)$ 가 있다. 자연수 n 에 대하여 닫힌 구간 $[n, 2n]$ 안의 임의의 값을 갖는 확률변수 X 의 분포곡선이 $y = f(x)$ 일 때, n 의 값은? [3점]

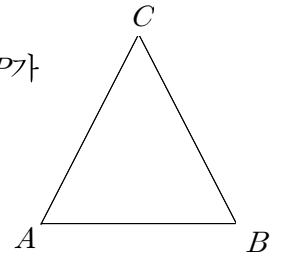
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{4} + \frac{a_3}{8} + \cdots + \frac{a_n}{2^n} = 3n$ 을 만족시킨다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - a_n + 3}{2^{n+1} - 4}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

9. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC 가 있다. ABC 위를 움직이는 동점 P 가 다음과 같은 규칙으로 움직인다.

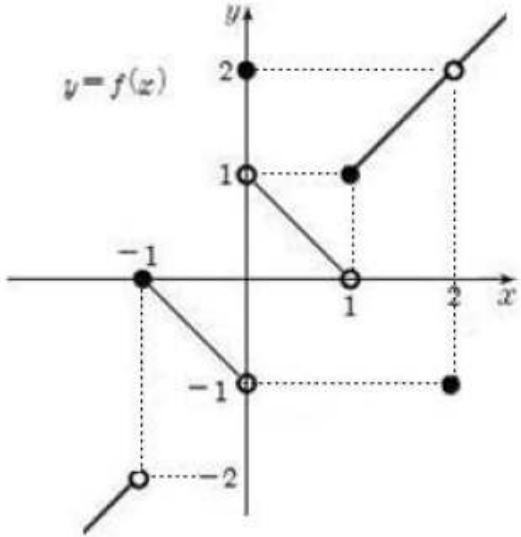


- (가) 1번째 시행 전, 동점 P 는 꼭짓점 A 위에 놓여 있다.
(나) n 번째 시행에는 길이 n 만큼 반시계 방향으로 움직인다.

n 번째 시행을 마쳤을 때, P 가 1번째 시행부터 n 번째 시행까지 변 $\overline{AB}$ 를 통과한 총 횟수를 a_n , 변 $\overline{BC}$ 를 통과한 총 횟수를 b_n , 변 $\overline{CA}$ 를 통과한 총 횟수를 c_n 이라 하자. 예를 들어, $a_1 = 1$, $b_2 = 1$, $c_3 = 2$ 이다. $a_{10} + b_{10} + c_{10}$ 의 값은? [3점]

- ① 35 ② 40 ③ 45 ④ 50 ⑤ 55

10. 정의역과 공역이 실수 전체 집합인 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 아래와 같다.



- 다음 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, f^{-1} 은 f 의 역함수이다) [3점]

—<보 기>—

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1} (f \circ f)(x) = 1$

ㄴ. $f^{-1}(x)$ 가 존재한다.

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 1} \{f(-x) + f(x)\} = 0$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = \frac{1}{3}$ 이고, $n(n+2)a_n = 1 - \sum_{k=1}^{n-1} ka_k$ ($n \geq 2$)를 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

주어진 식으로부터 $a_2 = \frac{1}{12}$

$n \geq 3$ 인 자연수 n 에 대하여

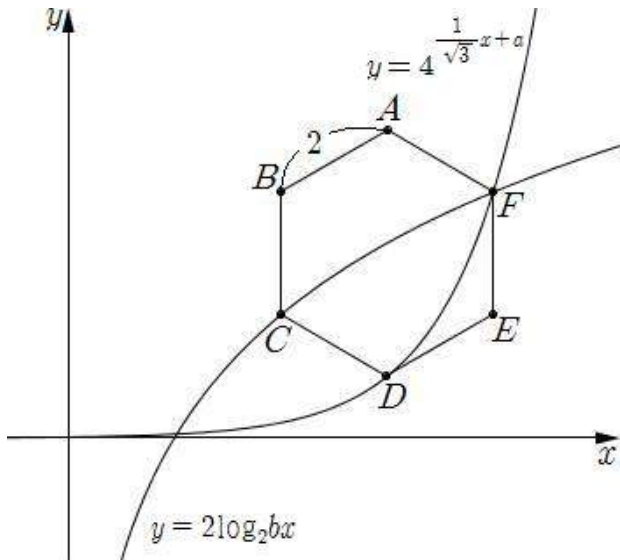
$$\begin{aligned} n(n+2)a_n &= 1 - \sum_{k=1}^{n-1} ka_k = 1 - \sum_{k=1}^{n-2} ka_k - (n-1)a_{n-1} \\ &= \boxed{\text{(가)}} - (n-1)a_{n-1} \end{aligned}$$

이므로, $a_n = \boxed{\text{(나)}} a_{n-1}$ 이 성립한다. 따라서 $a_n = \boxed{\text{(다)}}$

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$, (나)에 알맞은 식을 $g(n)$, (다)에 알맞은 식을 $h(n)$ 이라 할 때, $\frac{f(10)}{g(10) \times h(9)}$ 의 값은? [4점]

- ① 124 ② 128 ③ 132 ④ 136 ⑤ 140

12. 곡선 $y = 4^{\frac{1}{\sqrt{3}}x+a}$ 가 점 D, F 를 지나고, 곡선 $y = 2\log_2 bx$ 가 점 C, E 를 지난다. 육각형 $ABCDEF$ 가 한 변의 길이가 2인 정육각형이고, 직선 BC 가 y 축과 평행할 때, $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ 의 값은? [4점]



- ① 21 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

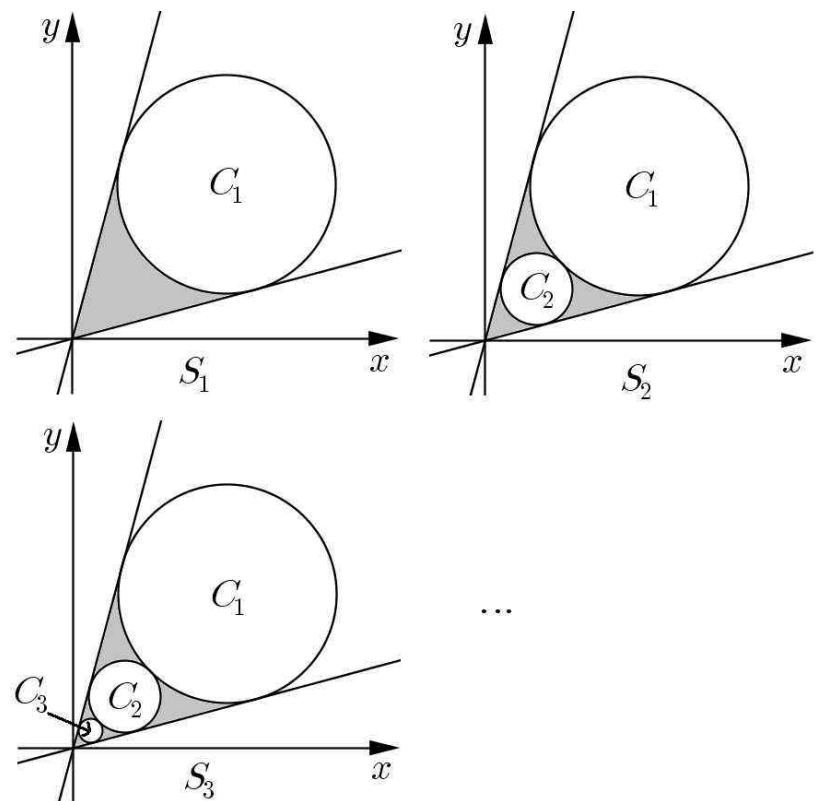
13. 좌표평면에서 중심이 $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ 이고 반지름이 1인 원을 C_1 이라 하고 원점에서 이 원에 그은 두 접선과 원으로 둘러싸인 영역을 S_1 이라 하자.

원 C_1 과 두 접선에 모두 접하는 원을 C_2 라 하고 S_1 에서 C_2 내부를 제외한 영역을 S_2 이라 하자.

원 C_2 와 두 접선에 모두 접하는 원을 C_3 라 하고 S_2 에서 C_3 내부를 제외한 영역을 S_3 이라 하자.

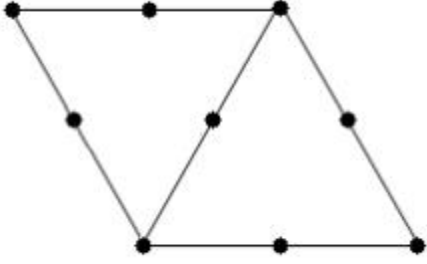
원 C_{n-1} 과 두 접선에 모두 접하는 원을 C_n 라 하고 S_{n-1} 에서 C_n 내부를 제외한 영역을 S_n 이라 하자.

영역 S_n 의 넓이를 T_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n$ 의 값은? (단, C_n 의 반지름은 C_{n-1} 의 반지름보다 작다.) [3점]



- ① $\sqrt{3} - \frac{1}{2}\pi$ ② $\sqrt{3} - \frac{11}{24}\pi$ ③ $\sqrt{3} - \frac{5}{12}\pi$
 ④ $2\sqrt{3} - \frac{11}{24}\pi$ ⑤ $2\sqrt{3} - \frac{1}{2}\pi$

14. 그림과 같이 한 변을 공유하는 두 정삼각형이 있다. 각 꼭짓점과 각 변의 중점에 점을 찍은 후, 9개의 점 중 3개를 선택한다. 선택된 3개의 점을 모두 선으로 이었을 때, 만들어지는 도형이 직각삼각형일 확률은? [4점]



- ① $\frac{1}{14}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{3}{14}$ ④ $\frac{2}{7}$ ⑤ $\frac{5}{14}$

15. $\sum_{k=1}^{n-1} {}_nC_k = T_n$ ($n > 1$), $T_1 = 0$ 일 때, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{50}{T_{n+1} - T_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 45 ② 50 ③ 55 ④ 60 ⑤ 65

16. 모든 성분의 합이 8인 이차정사각행렬 A 가 $A^2 - 3E = A$ 를 만족할 때, $2A^4 - 20E$ 의 모든 성분의 합은? [3점]

- ① 40 ② 60 ③ 80 ④ 100 ⑤ 120

17. 삼차함수 $f(x)=x^3-3x$ 가 있다. $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 방정식을 $g_t(x)$ 라 하자. $h_t(x)=f(x)-g_t(x)$ 일 때, 다음 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[4점]

< 보기 >

㉠. $h_2(x)=x^3-12x+16$
 ㉡. $h_t'(x)=f'(x)$ 를 만족하는 t 는 2개 존재한다.
 ㉢. 방정식 $h_t(x)=0$ 을 만족하는 서로 다른 실근은 t 의 값에 관계없이 항상 2개이다.

- ① ㉠
 ② ㉠, ㉡
 ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

18. 정규분포 $N(5, \sigma^2)$ 을 따르는 분포곡선을 $y=f(x)$ 라 하자. 어떤 공장에서 생산하는 물건 A 의 무게의 분포곡선 $y=g(x)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \leq 5) \\ f(5) & (k \geq x > 5) \end{cases}$$

$f(5)=\frac{2}{5}$ 라 할 때, $k+P(X < a)=7$ 이다. $k+2a$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{35}{2}$
 ② 18
 ③ $\frac{37}{2}$
 ④ 19
 ⑤ $\frac{39}{2}$

19. 최고차항의 계수가 1이고, $f'(1) = f'(-3) = 1$, $f(1) = -1$, $f(-3) = -5$ 를 만족하는 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 집합 S 를 $S = \{a \mid \text{함수 } |f(x) - x - t| \text{가 } x=a \text{에서 미분 가능하지 않다}\}$ 라 하고, 집합 S 의 원소의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t = -2$, $t = k$ 에서 불연속일 때, k 의 값은? [4점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

20. 이차정사각행렬 A, B 가

$$AB = A + B + E$$

$$B + BA = 2A$$

를 만족한다. 다음 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

ㄱ. $B - E$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $A - 2B = E$

ㄷ. $A + A^{-1} = 2(B + B^{-1})$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 연필 5자루, 수성 펜 5자루, 유성 펜 5자루가 있다. 같은 규격의 구별되지 않는 투명 비닐봉투 2개를 준비했다. 15자루의 필기구 중 7자루를 골라 4자루, 3자루씩 나누어 포장하는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 필기구는 서로 구별이 되지 않고, 비닐 봉투 안에서의 배열 상태는 고려하지 않는다) [4점]

- ① 105 ② 115 ③ 125 ④ 135 ⑤ 145

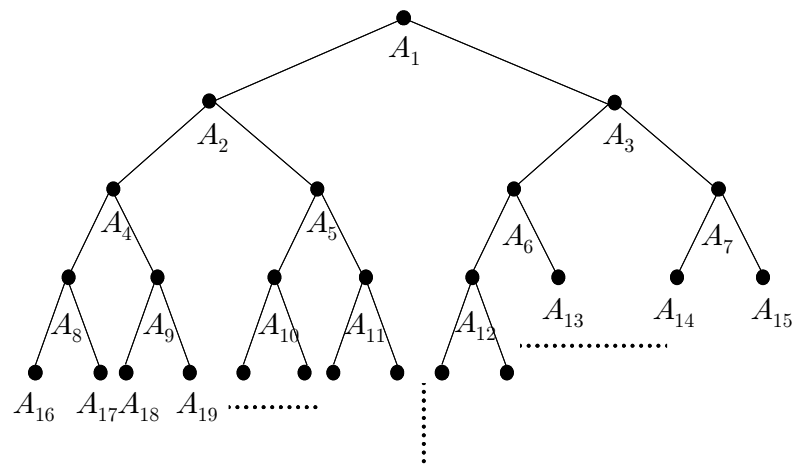
단답형

22. 사차함수 $f(x)=-x^3(x-4a)$ 가 $x=ka$ 에서 극값 ma^4 를 갖는다. $k+m$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $f(\frac{8c}{5})=2$ 인 지수함수 $f(x)=a^x+b$ 와 $g(2c-x)=g(x)$ 를 항상 만족하는 이차함수 $g(x)$ 가 있다. 두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 가 두 점 $(0,0)$, $(4,2)$ 에서 만날 때, $g(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 다항함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x)=10(2x+5)^4$ 일 때, 다항식 $f(x)$ 의 전개식에서 x^4 의 계수를 구하시오. [3점]

25. 꼭짓점이 n 개인 그래프 G_n 이 다음과 같다.



그래프 G_n 을 나타낸 행렬을 M_n 이라 할 때, 행렬 M_{127} 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

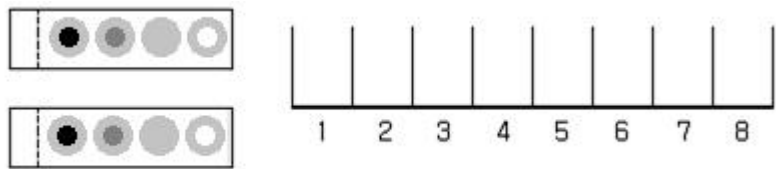
26. 삼시카, 삼봄, 삼태희 세 여학생의 인기투표를 하려 한다. 5명의 남학생이 스티커를 2개씩 받았다. 이 스티커를 그림과 같은 투표 판에 붙이되, 스티커를 남김없이 사용해야 하고, 기권은 없다. 또, 한 남학생이 가진 2개의 스티커를 한 여학생에게 둘 다 붙여줄 수는 없다. 이 때, 삼태희가 4표를 받을 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수) [4점]

스티커를 붙여주세요!		
시카	태희	봄

27. 사차함수 $f(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{7}{3}ax^3+7a^2x^2-8a^3x+\frac{8}{3}a^4$ 가 있다.
 $0 < t < 4a$, $s \leq t < u$ 인 실수 s , t , u 에 대해 ‘ $f(s)=f(u)$ 를 만족하는 u 의 최대 개수’를 $g(t)$ 라 하자. 열린 구간 $(2a, 4a)$ 에서의 방정식 $f(x)-f(a)=0$ 의 실근을 α 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \alpha+0} g(t) + \lim_{t \rightarrow \alpha-0} g(t)$ 의 값은? [4점]

28. 자연수 n 에 대하여 $\log n=f(n)+g(n)$ 이라 하고 $f(n)=[\log n]$ 이라 하자. $[f(n)-g(n)]=0$ 을 만족하는 모든 n 의 합을 S 라 할 때, $\frac{S}{8}$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수)[4점]

29. 그림과 같이 같은 규격의 봉지에 4가지 색상의 사탕이 빨강, 파랑, 초록, 노랑의 같은 순서로 들어 있다. 색이 같은 사탕끼리는 서로 구별되지 않는다. 봉지를 뜯어 사탕을 꺼내되, 1번째 꺼낸 사탕은 1번 칸에, 2번째 꺼낸 사탕은 2번 칸에, …… 8번째 꺼낸 사탕은 8번 칸에 넣는다. 이와 같은 방법으로 사탕 8개를 모두 배열했을 때, 빨간 사탕이 빨간 사탕과 이웃할 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 봉지는 점선 부분으로만 뜯을 수 있고, 개봉된 부분과 가장 가까운 사탕만을 꺼낼 수 있다. 또, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. $f(x)$ 와 함수 $g(x) = -6x^2 + 24x + t$ 에 대하여 $h(x) = |f(x) - g(x)|$ 라 하자. 2가 아닌 서로 다른 두 자연수 α, β 에 대하여 집합 R, D 를 각각

$$R = \{t \mid \text{방정식 } h(x) = 0 \text{의 근이 오직 } \alpha, \beta \text{ 뿐이다}\}$$

$$D = \{t \mid \text{함수 } h(x) \text{가 실수 전체 구간에서 미분 가능하다}\}$$

라 하자. $R \cap D = \{-9\}$ 이고, $f(\alpha) = g(\beta)$ 가 성립할 때, $f'(5)$ 를 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.