

제 2 교시

수리 영역(나형)

제 1회

1. $(\log_3 2 \times \log_4 \sqrt{3})^2$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ 4 ⑤ 9

2. 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$, $A - 2B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ 가 성립한다. B 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{ax+b} = \frac{1}{6}$ 일 때, $a-b$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 로그방정식 $\log|x| = \log(x^2 + 2x - 3)$ 의 해의 개수는? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고 $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ 일

때, $P(A^C)$ 의 값은? (단, A^C 는 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

6. 이차항과 일차항의 계수가 각각 3보다 작은 양수 a , 3보다 큰 양수 b 인 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 가 있다. 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = 6x + k$ 가 접하도록 하는 서로 다른 k 가 2개 존재하도록 하는 (a, b) 의 영역의 넓이는? [3점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

7. 온라인 웹게임 '엑스노바'에서는 활동량이 많은 우수 회원을 집계하기 위해 마일리지 제도를 도입하였으며, 마일리지 M 은 다음과 같은 식을 이용해 계산한다.

$$M = 6 \log \frac{1000T}{N} + 30$$

(단, T 는 누적 접속 시간(분), N 은 총 가입 회원 수 (명))

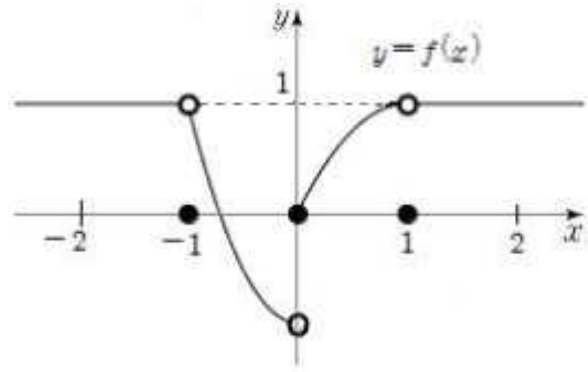
환철이는 '엑스노바'에 가입해 지금까지 총 250분을 접속했다. 총 회원수가 환철이를 포함하여 100,000명일 때, 환철이의 마일리지가 36이 되기 위해 앞으로 더 접속해야 하는 시간은 몇 시간인가? (단, 총 가입 회원 수는 늘어나지 않는다) [3점]

- ① 12시간 30분 ② 11시간 ③ 9시간 30분
④ 8시간 ⑤ 6시간 30분

8. 교육과정평가원은 2005학년도 대학수학능력시험 수리영역부터 EBS 교재의 내용을 50~70%의 연계 출제율로 수리영역에 연계 출제했다고 발표해왔다. 그러나, 학생들의 EBS 교재 체감 연계 출제율은 정규분포 $N(8, 400)$ 를 따른다고 한다. 2011학년도 수능 수리영역에 응시한 수험생 중 60 만 명에게 2011학년도 수능 수리영역에서의 EBS 교재 체감 연계 출제율을 물어봤을 때, '80% 이상' 이라고 대답한 학생의 수를 $P(Z \leq 3.6) = 0.9999$ 을 이용해 구하면? [4점]

- ① 6 ② 24 ③ 42 ④ 60 ⑤ 78

9. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 아래와 같다.



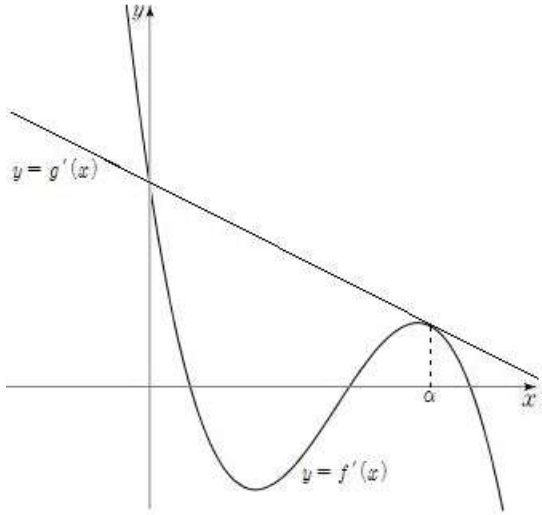
함수 $g(x)$ 와 $h(x)$ 가 각각 $g(x) = \{f(x)\}^2$, $h(x) = \frac{f(x)}{f(x)}$ 일 때, 다음 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

- ㄱ. 방정식 $g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근은 3개 존재한다.
 ㄴ. 함수 $h(x)$ 가 불연속인 점은 4개 존재한다.
 ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 0} (h \circ g \circ f)(x) = 1$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

10. y 절편이 서로 같은 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 있다. 다음은 $y=f'(x)$ 와 $y=g'(x)$ 의 그래프이다.



$f'(0)=g'(0)$ 이고, $x=\alpha$ 에서 곡선 $y=f'(x)$ 와 직선 $y=g'(x)$ 가 접한다. 다음 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $f(\alpha)=g(\alpha)$
 ㄴ. 방정식 $f(x)=g(x)$ 를 만족하는 서로 다른 실근은 2개이다.
 ㄷ. $\int_0^\alpha f(x)dx < \int_0^\alpha g(x)dx$ 가 성립한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

11. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=2$, $a_2=2$ 이고,

$$(n+1)a_{n+1}=2-\sum_{k=1}^n(k-2)a_k \quad (n \geq 2) \text{ 를 만족시킨다.}$$

다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

$n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여

$$\begin{aligned} (n+1)a_{n+1} &= 2 - \sum_{k=1}^n (k-2)a_k \\ &= 2 - \sum_{k=1}^{n-1} \{(k-2)a_k\} - (n-2)a_n \\ &= \boxed{\text{(가)}} \times a_n - (n-2)a_n \end{aligned}$$

이므로, $a_{n+1} = \boxed{\text{(나)}} a_n$ 이 성립한다. 따라서 $a_n = \frac{\boxed{\text{(다)}}}{n!}$

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$, (나)에 알맞은 식을 $g(n)$, (다)에 알맞은 식을 $h(n)$ 이라 할 때, $f(16) \times g(15) \times h(16)$ 의 값은? [4점]

- ① 2^{15} ② 2^{17} ③ 2^{19} ④ 2^{21} ⑤ 2^{23}

12. 서로 다르고 1보다 큰 두 실수 a, b 에 대하여

직선 $x+y=n$ 과 곡선 $y=\log_a(x+1)$ 의 교점을 (x_1, y_1)

직선 $x+y=n$ 과 곡선 $y=\log_b(x+1)$ 의 교점을 (x_2, y_2)

라 하자. $x_1y_1 = x_2y_2$ 가 항상 성립할 때, 다음 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

㉠. $x_1 - x_2 = y_2 - y_1$

㉡. $x_1 = y_2$

㉢. $(x_1 + x_2)(y_1 + y_2) = n^2$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

13. 좌표평면 위의 점 $A_1(2,2)$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을

A_2 라 할 때, $B_1(2\sqrt{2}, 0)$, A_1, A_2 에 대하여 $\widehat{A_1B_1}$ 과 $\overline{A_1A_2}$,

$\overline{A_2B_1}$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1 이라 하자.

A_2 를 원점을 중심으로 하여 시계방향으로 45° 만큼 회전한

점을 B_2 라 하고, 원점을 O 라 하자. A_2 에서 $\overline{OB_1}$ 에 내린

수선의 발을 A_3 라 할 때, B_2, A_2, A_3 에 대하여 $\widehat{A_2B_2}$ 과 $\overline{A_2A_3}$,

$\overline{A_3B_2}$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2 라 하자.

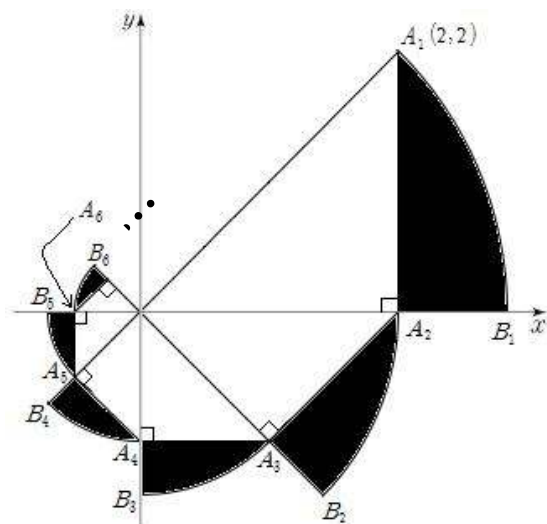
이와 같이 A_n 을 원점을 중심으로 하여 시계방향으로 45° 만큼

회전한 점을 B_n 라 하고, A_n 에서 $\overline{OB_n}$ 에 내린 수선의 발을

A_{n+1} 라 할 때, B_n, A_n, A_{n+1} 에 대하여 $\widehat{A_nB_n}$ 과 $\overline{A_nA_{n+1}}$,

$\overline{A_{n+1}B_n}$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의

값은? [3점]



① $2(\pi-1)$

② $4(\pi-1)$

③ $8(\pi-1)$

④ $2(\pi-2)$

⑤ $4(\pi-2)$

14. 다음과 같은 규칙으로 꼭짓점이 n 개인 그래프 G_n 을 그린다.

(가) 꼭짓점 A_1 을 찍는다.

(나) 꼭짓점 A_{n+1} 을 찍고 꼭짓점 A_n 과 연결한다.

(다) $n > 3$ 이면, 꼭짓점 A_n 과 꼭짓점 A_{n-3} 을 연결한다.

그래프 G_n 을 나타낸 행렬을 M_n 이라 할 때, M_{19} 의 모든 성분의 합은? [4점]

- ① 68 ② 72 ③ 76 ④ 80 ⑤ 84

15. 놀이기구가 네 종류인 놀이공원이 있다. 각 놀이기구를 한 번 이용 할 때마다 티켓을 1장 제출해야 하고, 가지고 있는 티켓은 4장이다. 어떤 놀이기구를 각각 몇 번 이용할 지만을 정하는 경우의 수는? (단, 놀이 기구를 하나도 이용하지 않는 경우는 없고, 티켓을 모두 사용할 필요는 없다) [3점]

- ① 60 ② 63 ③ 66 ④ 69 ⑤ 72

16. 수열 $\{a_n\}$ 의 제 1항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
 $S_n + S_{n+1} + S_{n+2} = 10$ 이 항상 성립하고, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$ 일 때,
 $\sum_{k=1}^{10} a_{3k-2}$ 의 값은? [4점]
- ① -40 ② -44 ③ -48 ④ -52 ⑤ -56

17. 이차 정사각행렬 $X = \begin{pmatrix} w & x \\ y & z \end{pmatrix}$ 에 대하여 $Tr(X) = w + z$ 라 하자.
행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 3 & c \end{pmatrix}$ 에 대하여 $Tr(AB) = Tr(A)Tr(B) = 25$,
 $b + c = 2$ 가 성립할 때, $Tr(BA) + Tr(B)Tr(A)$ 의 값은? [3점]
- ① 25 ② 50 ③ 75 ④ 100 ⑤ 125

18. 이차정사각행렬 A, B, C 가 $ABAC = E$, $ABCA = E$ 를 만족할 때, 다음 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

㉠. $BC = CB$

㉡. $(ABC)^n = A^n B^n C^n$

㉢. $A^{-1} = A^3 B^2 C^2$

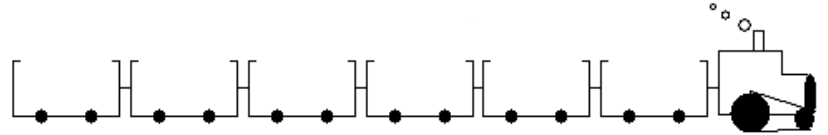
- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

19. 외접원의 반지름이 n 인 직각이등변삼각형의 내접원의 넓이를

S_n 이라 하자. $\frac{1}{\pi} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{2}-1$ ② $\sqrt{2}+1$ ③ $3-\sqrt{2}$ ④ $3+\sqrt{2}$ ⑤ $3-2\sqrt{2}$

20. 짐칸 하나 당 사탕 1개를 실을 수 있는 그림과 같은 6칸짜리 장난감 기차가 있다. 지영이는 정우에게 사탕을 주기 위해 이 장난감 기차에 사탕을 싣기로 했다. 눈깔사탕 1개, 누룽지 맛 사탕 1개, 홍삼 맛 사탕 2개를 짐칸에 배열할 때, 홍삼 맛 사탕은 홍삼 맛 사탕끼리, 빈 짐칸은 빈 짐칸끼리 이웃하지 않도록 장난감 기차에 사탕이 배열될 확률은? [4점]



- ① $\frac{7}{15}$ ② $\frac{8}{15}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{11}{15}$

24. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^4 + 6x^3}{x^2} = 11$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2 + x} = -6$ 을 만족할 때, $f(x) \leq 0$ 을 만족하는 정수 x 들의 합을 구하시오. [3점]

26. $f(x) = f(x+2) - 1$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 와 두 직선 l_1 , l_2 가 각각 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} -x & (-1 \leq x < 0) \\ 2x & (0 \leq x < 1) \end{cases}$$

$$l_1 : y = \frac{n+9}{2n-3}x + \frac{3n+7}{2n-7} \quad l_2 : y = \frac{n-3}{2n+5}x + \frac{n-10}{2n+4}$$

a_n 을 직선 l_1 과 $y=f(x)$ 의 교점의 개수라 하고,

b_n 을 직선 l_2 와 $y=f(x)$ 의 교점의 개수라 하자.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5b_n - 7a_n}{2b_n + a_n} = \alpha \text{ 일 때, } 100\alpha \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

25. 닫힌 구간 $[0, 2]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = -3ax^2(x-2)$ 가 있다. 곡선 $y=f(x)$ 가 확률변수 X 의 분포곡선일 때, $60a$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 다음 규칙에 따라 자연수를 작은 순서대로 차례대로 적는다.

- (가) 제 1행의 첫 번째 수는 1이다.

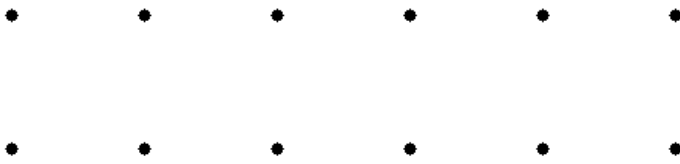
(나) 제 n 행의 첫 번째 수의 제곱은 제 n 행의 마지막 수와 제 n 행의 첫 번째 수와의 차와 같다.

(다) 제 $n+1$ 행의 첫 번째 수는 제 n 행의 마지막 수보다 1 만큼 더 크다.

이 때, 200은 m 행의 p 번째 수이다. $m+p$ 의 값을 구하시오.[3점]

28. 삼차함수 $f(x)=x^3-9x$ 에 대하여 $g(x)=[f(x)]-f(x)$ 라 하고, ‘ $0 < x < t$ 에서의 $g(x)$ 의 불연속점의 개수’를 $h(t)$ 라 하자. 이 때, $\lim_{t \rightarrow 2-0} h(t)+\lim_{t \rightarrow 2+0} h(t)$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수) [4점]

29. 그림과 같이 가로 세로 간격이 1로 같은 12개의 점이 찍혀 있다. 검은 색 주사위와 흰색 주사위를 던져, 검은색 주사위의 눈의 수에 따라서 윗줄의 해당 번호의 점을 x표 하고, 흰색 주사위의 눈에 따라서 아랫줄의 해당 번호의 점을 x표 한다. 이와 같은 시행을 2번 한 후, x표된 점들을 모두 선으로 이었을 때, x표된 점과 그 점들을 연결한 선들이 이루는 도형이 직각삼각형일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p , q 는 서로소인 자연수) [4점]



30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 x 절편을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 다음을 만족할 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $t=0$, $t=3$ 에서만 불연속이다.

(나) $\lim_{t \rightarrow 3} g(t)$ 가 존재한다.

(다) 방정식 $g(t)=t$ 의 해가 존재하지 않는다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.