

우리는 태어나면서 좁게는 한 가정에 속하고, 넓게는 어느 지역, 어느 국가의 한 구성원이 된다. 출생 신고를 하면 주민등록번호가 생기고, 학교에 가면 학년, 반, 번호가 생긴다. 또 1분은 60초, 1시간은 60분, 1일은 24시간, 1주일은 7일, 1년은 12개월이라는 수의 규칙 속에서 생활한다. 이와 같이 우리 사회의 많은 기준은 수학과 관련이 있다.

이 단원을 통하여 생활과 수학에 가장 기초가 되고 중요한 개념인 집합과 자연수를 이해할 수 있다.



I. 집합과 자연수

1 집합 2 자연수

학습 목표

1. 집합의 개념을 이해하고, 집합을 표현할 수 있다.
2. 두 집합 사이의 포함 관계를 이해하고, 집합의 연산을 할 수 있다.
3. 거듭제곱과 소인수분해의 뜻을 알고, 자연수를 소인수분해할 수 있다.
4. 최대공약수와 최소공배수의 성질을 이해하고, 이를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.
5. 십진법과 이진법의 원리를 이해하고, 자연수를 십진법과 이진법의 전개식으로 나타낼 수 있다.
6. 십진법과 이진법 사이의 관계를 이해한다.

수학의 본질은 그 자유성에 있다.

칸토어 (1845-1918)



1 집합

여러 가지가 모인 것을 집합이라고 하는데, 이것은 매우 편리한 용어이다. 우리가 평소에 사용하는 용어 중 많은 것들이 집합과 관련되어 있다. 예를 들어, 사물의 이름 중에 '강'과 같이 하나의 종류를 통틀어 말하는 것들이 있다. 이러한 이름은 낙동강, 섬진강, 한강, ... 등 그 대상을 모을 수 있으므로 집합을 뜻한다고 볼 수 있다.



이와 같이 사물을 구별하고, 비슷한 것끼리 모으는 능력은 자연을 이해하는 데 도움을 준다.

독일의 수학자 칸토어는 집합으로 많은 것을 설명하고자 하였다.

칸토어의 집합론은 20세기에 와서 보완되어 더욱 발전하였으며, 컴퓨터 언어의 개발과 디지털 혁명에 크게 기여하였다.

수학 역사의 흐름

19세기 말

집합론 창시.

칸토어 (1845-1918)



20세기 전반

집합론과 논리학에 큰 기여.

괴델 (1906-1978)



20세기 중반

컴퓨터 개발.

튜링 (1912-1954)



1-1 집합의 뜻과 표현

1-2 부분집합

1-3 교집합과 합집합

1-4 차집합과 여집합



● 집합은 동아리와 같은 것이다.

새로운 용어

집합 · 원소 · 벤 다이어그램 ·
원소나열법 · 조건제시법 ·
유한집합 · 무한집합 · 공집합

학습 목표 · 집합의 개념을 이해하고, 집합을 표현할 수 있다.
· 원소의 개수에 따라 집합을 구별할 수 있다.

태양과 여러 행성이 모여 태양계를 이룬다. 또 척추동물은 포유류, 조류, 파충류, 양서류, 어류로 분류할 수 있고, 악기는 현악기, 관악기, 타악기 등으로 분류할 수 있다. 이와 같이 여러 사물을 특징에 따라 모으거나 분류하는 것을 수학적 언어로 표현할 수 있다.

집합과 원소**생각 열기**

다음 그림에서 여러 학생들의 모습을 보고 몇 가지 조건에 따라 모임을 만들려고 한다. 이때, 모임을 만들 수 있는 조건에는 어떤 것들이 있을까?



준석 준호 나정 희진 동석 세호 은하 영주

탐구 활동

탐구 1 위 학생들을 다음 조건에 따라 분류하여 모임을 만들어 보자.

- (1) 모자를 쓴 학생들의 모임
- (2) 안경을 쓴 학생들의 모임
- (3) 멋있는 학생들의 모임

탐구 2 탐구 1에서 각자 분류한 모임을 친구들과 비교해 보고, 서로 다른 것이 있는지 조사하여 보자. 또 그 이유에 대해 토론하여 보자.

탐구 활동에서 모자를 쓴 학생들의 모임과 안경을 쓴 학생들의 모임은 기준이 명확하므로 그 대상을 분명히 결정할 수 있다.

이와 같이 주어진 조건에 의하여 그 대상을 분명하게 결정할 수 있는 모임을 **집합**이라고 한다. 이때, 집합을 이루는 대상 하나하나를 그 집합의 **원소**라고 한다.

따라서 **탐구 활동**에서 모자를 쓴 학생들의 모임은 그 대상이 명확하므로 집합이고, 이 집합의 원소는 희진, 동석, 세호, 은하이다. 또 안경을 쓴 학생들의 모임도 집합이고, 이 집합의 원소는 준호, 희진, 세호, 영주이다. 그러나 멋있는 학생들의 모임은 기준이 명확하지 않아 조건에 맞는 대상을 분명하게 결정할 수 없으므로 집합이 아니다.

문제 1

다음 중에서 집합인 것을 찾고, 그 원소를 구하여라.

- (1) 재미있는 영화의 모임
- (2) 4보다 작은 자연수의 모임
- (3) 우리 반에서 키가 큰 학생의 모임
- (4) '사랑합니다'에 들어 있는 한글 자음의 모임

8보다 작은 짝수의 집합을 A 라고 하면, 2는 집합 A 의 원소이다. 이때, 2는 집합 A 에 속한다고 하고, 이것을 기호로

$$2 \in A$$

와 같이 나타낸다.

한편, 3은 집합 A 의 원소가 아니다. 이때, 3은 집합 A 에 속하지 않는다고 하고, 이것을 기호로

$$3 \notin A$$

와 같이 나타낸다.

문제 2

12보다 작은 자연수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 \square 안에 \in 또는 \notin 중 알맞은 기호를 써넣어라.

- (1) $2 \square A$
- (2) $5 \square A$
- (3) $12 \square A$
- (4) $15 \square A$

집합을 나타내는 방법

탐구 활동

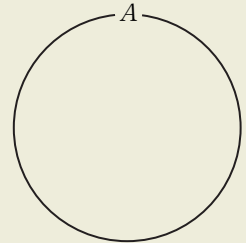


다음 그림은 오대양과 육대주를 나타낸 세계 지도이다. 바다를 크게 다섯 부분으로 나누어 이것을 오대양이라고 하는데, 오대양의 집합을 A 라고 할 때, 다음을 알아보자.

- 오대양 : 태평양, 대서양, 인도양, 북극해, 남극해
- 육대주 : 아시아, 유럽, 아프리카, 오세아니아, 북아메리카, 남아메리카



탐구 1 집합 A 의 원소를 오른쪽 그림의 동그라미 안에 적어 보자.



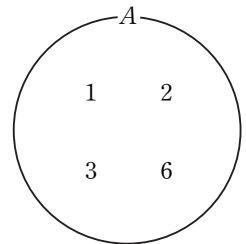
탐구 2 집합 A 의 원소를 { } 안에 모두 나열하여 나타내어 보자.

$$A = \{ \text{태평양}, \boxed{}, \boxed{}, \boxed{}, \boxed{} \}$$

탐구 1과 같이 그림을 이용하여 집합을 나타내는 방법이 있다.

예를 들어, 6의 약수의 집합을 A 라고 하면, 집합 A 의 원소는 1, 2, 3, 6이므로 오른쪽 그림과 같이 나타낼 수 있다.

이와 같은 그림을 **벤 다이어그램**이라고 한다.



문제 3

다음 집합을 벤 다이어그램으로 나타내어라.

- (1) 5보다 작은 자연수의 집합 A
- (2) 12보다 작은 홀수의 집합 B
- (3) 3보다 크고 9보다 작은 짝수의 집합 C

탐구 2와 같이 집합에 속하는 원소를 { } 안에 모두 나열하여 집합을 나타내는 방법이 있다.

예를 들어, 6의 약수의 집합 A 를

$$A = \{1, 2, 3, 6\}$$

과 같이 나타낸다.

이와 같이 집합에 속하는 원소를 { } 안에 모두 나열하여 집합을 나타내는 방법을 **원소나열법**이라고 한다.

원소나열법으로 집합을 나타낼 때, 원소를 나열하는 순서는 다르게 하여도 상관없으나 같은 원소는 한 번만 쓴다. 또 100 이하의 자연수의 집합과 같이 원소가 많고 일정한 규칙이 있을 때에는 원소의 일부를 생략하고, '...' 을 사용하여 $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ 과 같이 나타낼 수 있다. 같은 방법으로 짝수의 집합은 $\{2, 4, 6, \dots\}$ 과 같이 나타낼 수 있다.

집합 $\{1, 2, 4\}$ 는 $\{2, 1, 4\}$, $\{4, 1, 2\}$, ...와 같이 나열하는 순서를 바꾸어 나타낼 수 있다. 그러나 $\{1, 2, 2, 4\}$ 처럼 같은 원소를 중복하여 쓸 필요는 없다.

문제 4

다음 집합을 원소나열법으로 나타내어라.

- (1) 8의 약수의 집합
- (2) 100보다 작은 짝수의 집합
- (3) 100보다 큰 홀수의 집합
- (4) 'mathematics'에 들어 있는 문자의 집합

한편, 집합에 속하는 원소들만이 공통으로 가지는 특징을 제시하여 집합을 나타내는 방법이 있다.

예를 들어, 집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$ 의 모든 원소는 6의 약수이므로

$$A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$$

와 같이 나타낸다.

이와 같이 그 집합의 원소들만이 공통으로 가지는 특징을 제시하여 집합을 나타내는 방법을 **조건제시법**이라고 한다.

$$A = \{x \mid x \text{는 } \text{공통된 특징}\}$$

공통된 특징

한 집합을 조건제시법으로 나타낼 때에는 여러 가지 다른 표현이 있을 수 있다.

문제 5

다음 집합을 조건제시법으로 나타내어라.

- (1) $\{1, 2, 4\}$
- (2) $\{1, 3, 5, \dots, 99\}$

문제 6

다음에서 집합 A 는 원소나열법으로, 집합 B 는 조건제시법으로 나타내어라.

- (1) $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$
- (2) $B = \{3, 6, 9\}$

집합의 종류

탐구 활동



탐구 1 9보다 작은 2의 배수의 집합을 A 라고 할 때, 집합 A 를 원소나열법으로 나타내고, 원소의 개수를 구하여 보자.

탐구 2 자연수 전체의 집합을 B 라고 할 때, 집합 B 를 원소나열법으로 나타내어 보자. 집합 B 의 원소는 유한개인가? 또는 무한히 많은가?

탐구 3 1보다 작은 자연수의 집합을 C 라고 할 때, 집합 C 에는 원소가 있는가?

집합 { 유한집합
무한집합

탐구 활동에서 집합 $A=\{2, 4, 6, 8\}$ 과 같이 원소가 유한개인 집합을 **유한집합**이라 하고, 집합 $B=\{1, 2, 3, \dots\}$ 과 같이 원소가 무한히 많은 집합을 **무한집합**이라고 한다.

한편, 집합 C 에서 1보다 작은 자연수는 없으므로 집합 C 의 원소는 하나도 없다. 이와 같이 원소가 하나도 없는 집합을 **공집합**이라 하고, 이것을 기호로

\emptyset

와 같이 나타낸다. 이때, 공집합은 유한집합이다.

문제 7

다음 집합을 유한집합, 무한집합으로 구분하여라. 또 공집합이 있으면 찾아라.

- (1) $A=\{1, 2, 3, \dots, 999\}$
- (2) $B=\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$
- (3) $C=\{0\}$
- (4) $D=\{x \mid x \text{는 } 4 \text{보다 크고 } 6 \text{보다 작은 짝수}\}$

집합 A 가 유한집합일 때, 집합 A 의 원소의 개수를 기호로

$n(A)$

와 같이 나타낸다.

예를 들어, 집합 $A=\{0, 1, 2, 3, 4\}$ 이면 집합 A 는 원소의 개수가 5이므로

$$n(A)=5$$

이다.

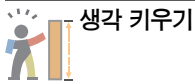
한편, 공집합은 원소가 없으므로 $n(\emptyset)=0$ 이다.

$n(A)$ 에서 n 은 number
(개수)의 첫 글자와 같다.

문제 8

다음 집합 A 에 대하여 $n(A)$ 를 구하여라.

- (1) $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$
- (2) $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 미만의 짝수}\}$
- (3) $A = \{2, 4, 6, \dots, 200\}$
- (4) $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 크고 } 100 \text{보다 작은 자연수}\}$






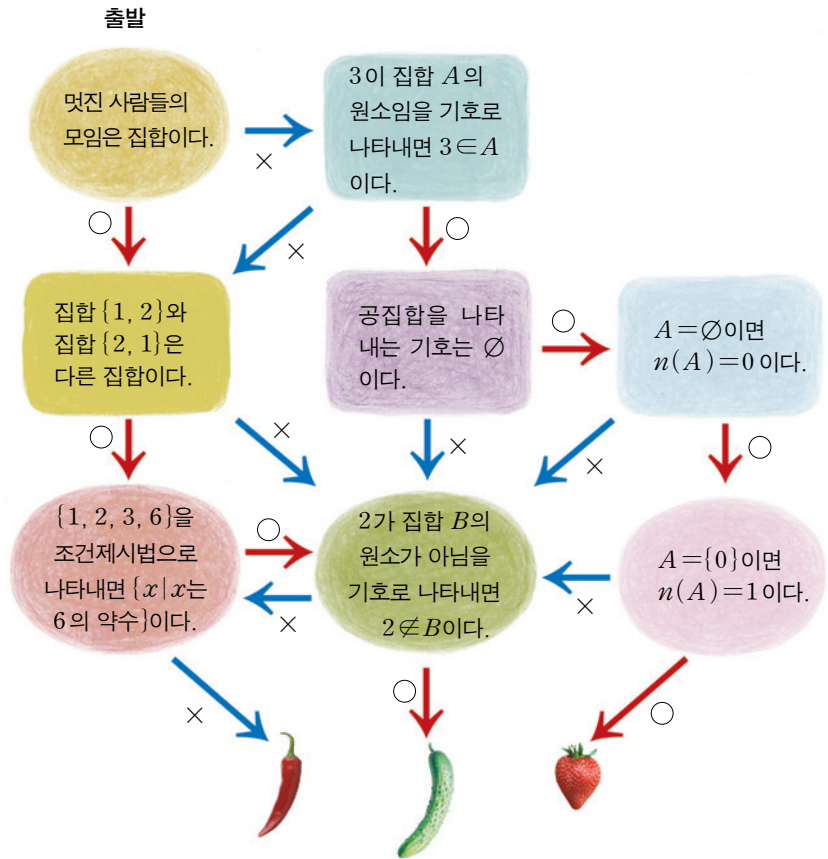
생각 키우기

여자 중학교에 다니는 남학생들의 집합이나 날아다니는 코끼리의 집합은 모두 공집합이다. 이와 같이 생활 속에서 공집합인 예를 찾아보아라.



확인 문제

다음 그림의 출발 지점에서 시작하여 문장이 옳다고 생각하면 화살표 \circ 를 따라 가고, 옳지 않다고 생각하면 화살표 \times 를 따라가라. 도착 지점은 , , 또는  중 어느 곳이 되는가?



토론 활동

집합을 나타내는 다양한 방법을 정리해 발표하여 보자. 또 각 표현 방법의 편리함과 불편함을 비교해 토론하여 보자.

새로운 용어
부분집합 · 서로 같다 ·
진부분집합

학습 목표 · 부분집합의 뜻을 말할 수 있다.
· 두 집합 사이의 포함 관계를 이해한다.

지은이는 동생과 지도에서 섬 찾기 놀이를 하다가 보길도, 효자도, 한산도를 찾았다. 지은이가 찾은 세 섬은 모두 대한민국 섬들의 모임에 속한다. 이와 같이 우리 주변에서 어떤 모임에 속하는 또 하나의 작은 모임을 생각해 볼 수 있다.

부분집합

탐구 활동



다음은 열두 가지 띠를 나타내는 동물들의 그림이다.



이 동물들의 집합을 A 라고 할 때, 다음을 알아보자.

탐구 1 호랑이, 쥐, 닭, 돼지로 이루어진 집합을 B 라고 할 때, 집합 B 의 원소는 모두 집합 A 에 속하는가?

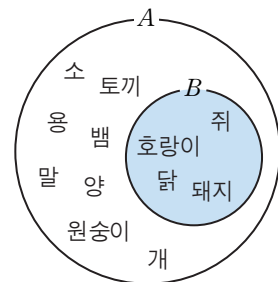
탐구 2 코끼리, 다람쥐, 토끼, 말로 이루어진 집합을 C 라고 할 때, 집합 C 의 원소는 모두 집합 A 에 속하는가?

탐구 1 과 같이 집합 B 의 모든 원소가 집합 A 에 속할 때, 집합 B 를 집합 A 의 **부분집합** 이라고 한다. 이때, B 는 A 에 포함된다 또는 A 는 B 를 포함한다고 하고, 이것을 기호로

$$B \subset A$$

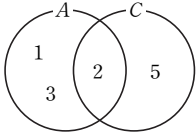
와 같이 나타낸다.

한편, 공집합은 모든 집합의 부분집합이다.



모든 집합은 자기 자신의 부분집합이다. 즉, 집합 A 에 대하여 $A \subset A$ 이다.

$A=\{1, 2, 3\}, C=\{2, 5\}$ 이면 $A \not\subset C$ 이고 $C \not\subset A$ 이다.



문제 1

다음 \square 안에 \subset 또는 $\not\subset$ 중 알맞은 기호를 써넣어라.

- (1) $\{a, b\} \square \{a, b, c, d, e\}$ (2) $\{1, 3, 5\} \square \{1, 3, 6, 7\}$

예제 1

집합 $A=\{1, 2\}$ 의 부분집합을 모두 구하여라.

풀이 집합 $A=\{1, 2\}$ 의 부분집합을 원소의 개수에 따라 구하면 다음과 같다.

- 원소가 하나도 없는 것 : \emptyset
- 원소가 1개인 것 : $\{1\}, \{2\}$
- 원소가 2개인 것 : $\{1, 2\}$

답 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$

문제 2

집합 $A=\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합을 모두 구하여라.

집합 $A=\{x|x \text{는 } 5 \text{보다 작은 홀수}\}$ 와 $B=\{x|x \text{는 } 3 \text{의 약수}\}$ 는 조건 제시법으로 표현하는 방법은 다르지만 원소나열법으로 나타내면 모두 $\{1, 3\}$ 으로 같다.

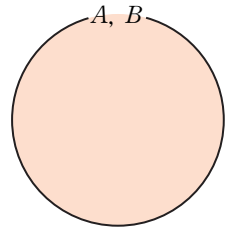
이와 같이 집합 A 의 원소와 집합 B 의 원소가 모두 같으면 두 집합 A 와 B 는 **서로 같다**고 하며, 이것을 기호로

$$A=B$$

와 같이 나타낸다. 한편, 두 집합 A 와 B 가 서로 같지 않을 때는 기호로

$$A \neq B$$

와 같이 나타낸다.



$A=B$ 이면 A 의 모든 원소가 B 에 속하고, 또 B 의 모든 원소가 A 에 속하므로 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이다. 또한 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A=B$ 이다.

한편, **탐구 2**와 같이 집합 C 의 원소 중 집합 A 에 속하지 않는 원소가 있을 때, 즉 집합 C 가 집합 A 의 부분집합이 아닐 때, 이것을 기호로

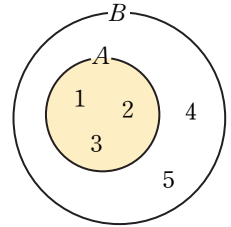
$$C \not\subset A$$

와 같이 나타낸다.

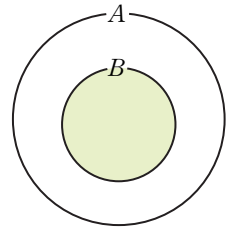
예를 들어, 집합 A 와 B 가

$$A=\{1, 2, 3\}, B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

이면 $A \subset B$ 이고, $B \not\subset A$ 이다.



집합 A 의 부분집합 중에서 A 자신과 같지 않은 집합을 A 의 **진부분집합**이라고 한다. 즉, 두 집합 A 와 B 에 대하여 $B \subset A$ 이고 $B \neq A$ 일 때, 집합 B 는 집합 A 의 진부분집합이다.



문제 3

다음 집합의 진부분집합을 모두 구하여라.

(1) $A = \{a, b\}$

(2) $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$

확인 문제

다음 중에서 옳은 것의 번호를 찾고, 각 번호에 주어진 글자를 차례로 모아서 한 문장을 만들어라.

<p>① $\{1, 2, 5\}$는 $\{5, 1, 2\}$의 진부분집합이다.</p>	<p>② $\{1, 5, 3\} = \{5, 3, 1\}$</p>	<p>③ $\{\neg, \sqcup, \sqcap\} \subset \{\neg, \sqcup\}$</p>
<p>④ $A = \{7, 8\}$일 때, $\emptyset \subset A$이다.</p>	<p>⑤ $\{\neg, \sqcup\} \not\subset \{\neg, \sqcup, \sqcap\}$</p>	<p>⑥ \emptyset은 $\{e, f\}$의 진부분집합이 아니다.</p>
<p>⑦ $\{a, b\}$의 부분집합은 $\{a\}, \{b\}, \{a, b\}$ 뿐이다.</p>	<p>⑧ $\{\neg, \sqcup, \sqcap\}$의 진부분집합은 8개이다.</p>	<p>⑨ $\{m, n\}$은 $\{m, n\}$의 부분집합이다.</p>

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
천	축	국	하	후	행	복	합	해

열린 문제

두 집합 A 와 B 사이의 관계를 나타내는 벤 다이어그램을 다양하게 그리고, 그때의 두 집합 A 와 B 의 예를 들어라.

예

$A = \{1, 2, 3\}$
 $B = \{2, 4, 5\}$

새로운 용어
교집합 · 합집합



생각 열기

<자료 출처 : 유네스코 한국
위원회 <http://www.unesco.or.kr>>

학습 목표 교집합과 합집합의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.

수민이와 민수는 유네스코가 지정한 세계 유산 중에서 우리나라의 문화재에 대하여 조사하였다. 각자 조사한 대상을 모두 모았더니 그 중에는 공통으로 조사한 문화재도 있었다. 조사한 대상을 모두 모으고, 공통으로 조사한 대상을 찾는 것도 집합의 개념으로 설명할 수 있다.

교집합과 합집합

수민이와 민수는 유네스코 세계 유산에 등록된 우리나라 문화재 중에서 다음을 선택하여 조사하였다.

수민 : 수원 화성, 창덕궁, 해인사 장경판전, 종묘

민수 : 석굴암, 불국사, 창덕궁, 종묘



수원 화성



창덕궁



해인사 장경판전



종묘



석굴암



불국사

수민이와 민수가 공통으로 조사한 문화재는 무엇일까? 또 수민이나 민수가 조사한 문화재는 모두 몇 개일까?

탐구 활동

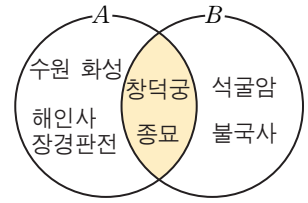


탐구 1 수민이와 민수가 각각 조사한 문화재의 집합을 차례로 A , B 라고 할 때, 각 집합을 원소나열법으로 나타내어 보자.

탐구 2 수민이와 민수가 공통으로 조사한 문화재의 집합을 C 라고 할 때, 집합 C 를 원소나열법으로 나타내어 보자.

탐구 3 수민이가 조사한 문화재이거나 민수가 조사한 문화재의 집합을 D 라고 할 때, 집합 D 를 원소나열법으로 나타내어 보자.

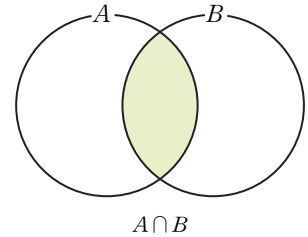
탐구 1에서 집합 A 와 B 는
 $A = \{\text{수원 화성, 창덕궁, 해인사 장경판전, 종묘}\}$,
 $B = \{\text{석굴암, 불국사, 창덕궁, 종묘}\}$
 이고, **탐구 2**에서 집합 C 는 집합 A 와 B 에
 공통으로 들어 있는 원소들의 집합이므로
 $C = \{\text{창덕궁, 종묘}\}$ 이다.



이와 같이 두 집합 A 와 B 에 대하여 집합
 A 에도 속하고 집합 B 에도 속하는 모든 원
 소로 이루어진 집합을 A 와 B 의 **교집합**이라
 하고, 이것을 기호로

$$A \cap B$$

와 같이 나타낸다.



두 집합 A 와 B 의 교집합을 조건제시법으로 나타내면

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \in B\}$$

이다.

예제 1

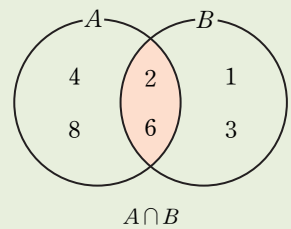
집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 과 $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 에 대하여 $A \cap B$ 를 구하여라.

풀이 집합 A 와 B 를 벤 다이어그램으로 나타내
 면 오른쪽 그림과 같다.

집합 A 에도 속하고 집합 B 에도 속하는 원소는
 $2, 6$ 이므로

$$A \cap B = \{2, 6\}$$

이다.



답 $\{2, 6\}$

문제 1

다음 집합 A 와 B 에 대하여 $A \cap B$ 를 구하여라.

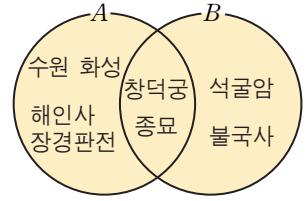
(1) $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 6, 9\}$

(2) $A = \{a, b, c\}$, $B = \{d, e, f, g\}$

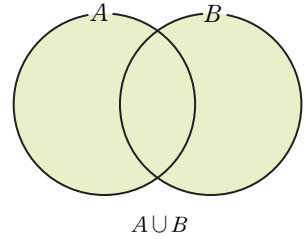
(3) $A = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 14 \text{의 약수}\}$

(4) $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\}$

탐구 3에서 집합 D 는 집합 A 에 속하거나 집합 B 에 속하는 원소들의 집합이므로 $D = \{\text{수원 화성, 창덕궁, 해인사, 장경판전, 종묘, 석굴암, 불국사}\}$ 이다.



이와 같이 두 집합 A 와 B 에 대하여 집합 A 에 속하거나 집합 B 에 속하는 모든 원소로 이루어진 집합을 A 와 B 의 **합집합**이라고 하고, 이것을 기호로



$$A \cup B$$

와 같이 나타낸다.

두 집합 A 와 B 의 합집합을 조건제시법으로 나타내면

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 또는 } x \in B\}$$

이다.

예제 2

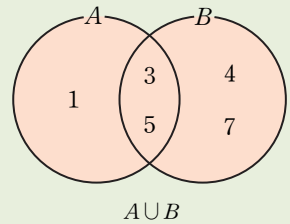
집합 $A = \{1, 3, 5\}$ 와 $B = \{3, 4, 5, 7\}$ 에 대하여 $A \cup B$ 를 구하여라.

풀이 집합 A 와 B 를 벤 다이어그램으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

집합 A 에 속하거나 집합 B 에 속하는 원소는 1, 3, 4, 5, 7이므로

$$A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 7\}$$

이다.



답 $\{1, 3, 4, 5, 7\}$

문제 2

다음 집합 A 와 B 에 대하여 $A \cup B$ 를 구하여라.

(1) $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{1, 2, 4\}$

(2) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$

(3) $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

(4) $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{보다 크고 } 6 \text{보다 작은 짝수}\}$

탐구 활동



집합 $A = \{1, 3, 5, 15\}$ 와 $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 에 대하여 다음을 알아보자.

탐구 1 $n(A)$ 와 $n(B)$ 를 각각 구하여 보자.

탐구 2 $A \cup B$ 와 $n(A \cup B)$ 를 구하여 보자.

탐구 3 $n(A \cup B)$ 와 $n(A) + n(B)$ 를 비교하고, 서로 다른 이유를 말하여 보자.

탐구 활동의 집합 A 와 B 를 벤 다이어그램

으로 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로

$$n(A) = 4, \quad n(B) = 4,$$

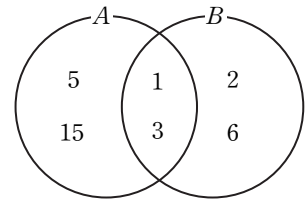
$$n(A \cap B) = 2, \quad n(A \cup B) = 6$$

이다. 이때, $n(A \cup B)$ 에서는 $A \cap B$ 의 원

소를 한 번만 세지만 $n(A) + n(B)$ 에서는 $A \cap B$ 의 원소를 두 번 세므로

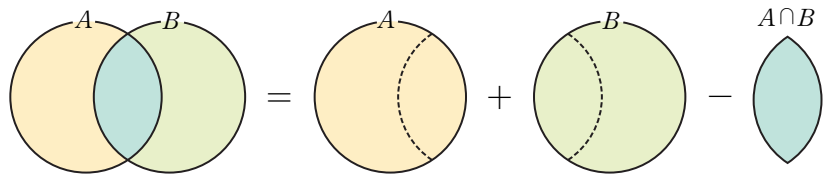
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

임을 알 수 있다.



$$A \cap B = \{1, 3\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 15\}$$



일반적으로 두 유한집합 A 와 B 에 대하여 다음이 성립한다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

특히, $A \cap B = \emptyset$ 이면
 $n(A \cup B)$
 $= n(A) + n(B)$
 이다.

예제 3

집합 A 와 B 에 대하여 $n(A) = 10$, $n(B) = 6$, $n(A \cap B) = 3$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라.

풀이 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 10 + 6 - 3$
 $= 13$

답 13

새로운 용어

차집합 · 전체집합 · 여집합

학습 목표 차집합과 여집합의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.

수업 시간표를 살펴보면 목요일에는 들어 있지만 금요일에는 들어 있지 않은 과목이 있다. 이와 같이 어느 한 쪽에만 속하고 다른 쪽에는 속하지 않는 경우를 생각할 수 있는데, 이들도 모두 집합의 개념으로 설명할 수 있다.

차집합



생각 열기



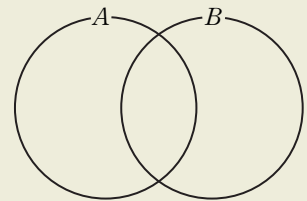
위 수업 장면에서 정훈이와 연정이가 각자 발표한 나라 중에서 서로 겹치지 않고 정훈이만 발표한 나라에는 어떤 것들이 있을까?

탐구 활동



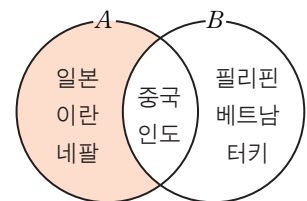
정훈이와 연정이가 각자 발표한 나라들의 집합을 차례로 A , B 라고 할 때, 다음을 알아보자.

탐구 1 집합 A 와 B 를 오른쪽 벤 다이어그램에 나타내어 보자.



탐구 2 집합 A 의 원소 중에서 집합 B 에 속하지 않는 원소들로 이루어진 집합을 벤 다이어그램에 색칠하고, 원소나열법으로 나타내어 보자.

탐구 2에서 집합 A 의 원소 중에서 집합 B 에 속하지 않는 모든 원소로 이루어진 집합은 오른쪽 벤 다이어그램의 색칠한 부분이므로 {일본, 이란, 네팔}이다.



$A-B$ 는 집합 A 의 원소가
운데 집합 B 의 원소를 제외
한 것들로 이루어진 집합이다.

집합 B 에 대한 A 의 차집
합을 조건제시법으로 나타
내면
 $B-A$
 $=\{x|x\in B \text{ 그리고 } x\notin A\}$

이와 같이 두 집합 A 와 B 에 대하여 집합
 A 의 원소 중에서 집합 B 에 속하지 않는 모
든 원소로 이루어진 집합을 A 에 대한 B 의
차집합이라 하고, 이것을 기호로

$$A-B$$

와 같이 나타낸다.

집합 A 에 대한 B 의 차집합을 조건제시법으로 나타내면

$$A-B = \{x | x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$$

이다.

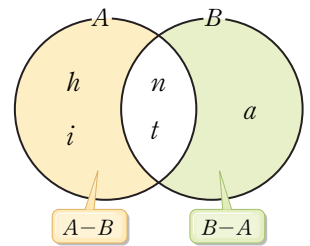
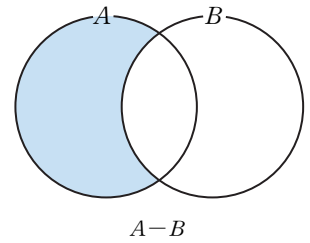
예를 들어, 집합

$$A = \{h, i, n, t\}, \quad B = \{a, n, t\}$$

에 대하여

$$A-B = \{h, i\}, \quad B-A = \{a\}$$

이다.



예제 1

집합 $A = \{2, 3, 5, 7, 9\}$ 와 $B = \{1, 3, 9\}$ 에 대하여 다음 집합을 구하여라.

(1) $A-B$

(2) $B-A$

풀이 (1) 집합 A 의 원소 중에서 집합 B 의 원소
를 제외하면 2, 5, 7이 남으므로

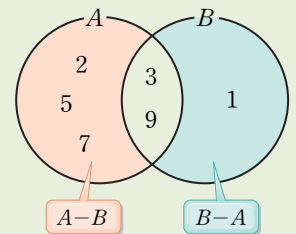
$$A-B = \{2, 5, 7\}$$

이다.

(2) 집합 B 의 원소 중에서 집합 A 의 원소를 제
외하면 1이 남으므로

$$B-A = \{1\}$$

이다.



답 (1) $\{2, 5, 7\}$ (2) $\{1\}$

문제 1

집합 $A = \{x | x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$ 와 $B = \{1, 2, 4, 8\}$ 에 대하여 다음 집합을 구
하여라.

(1) $A-B$

(2) $A - (A \cap B)$

(3) $B-A$

(4) $B - (A \cap B)$

탐구 활동



사물놀이는 풍물놀이의 대표적 타악기인 팽과리, 장구, 북, 징으로 연주하는 놀이다.

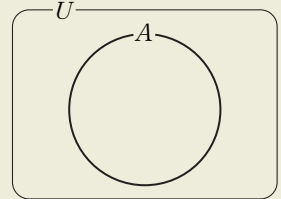


U 는 Universal set (전체 집합)의 첫 글자이다.

A^c 의 c 는 Complement (여집합)의 첫 글자이다.

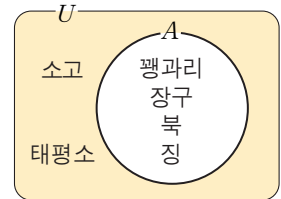
인정이네 학교의 풍물반에서 사용하는 전통 악기는 팽과리, 장구, 북, 소고, 징, 태평소이다. 이 전통 악기들의 집합을 U 라 하고, 이 중에서 사물놀이에 사용하는 악기들의 집합을 A 라고 할 때, 다음을 알아보자.

탐구 1 집합 U 와 A 를 오른쪽 벤 다이어그램에 나타내어 보자.



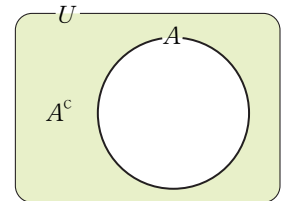
탐구 2 집합 U 의 원소 중에서 집합 A 에 속하지 않는 원소로 이루어진 집합을 오른쪽 벤 다이어그램에 색칠하고, 원소나열법으로 나타내어 보자.

탐구 2에서 집합 U 의 원소 중에서 집합 A 에 속하지 않는 원소로 이루어진 집합은 오른쪽 벤 다이어그램의 색칠한 부분이므로 {소고, 태평소}이다.



이와 같이 주어진 집합 U 에 대하여 그것의 부분집합만을 생각할 때, 처음에 주어진 집합 U 를 **전체집합**이라고 한다.

그리고 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 집합 U 의 원소 중에서 집합 A 에 속하지 않는 모든 원소로 이루어진 집합을 U 에 대한 A 의 **여집합**이라 하고, 이것을 기호로



A^c

과 같이 나타낸다.

전체집합 U 에 대한 A 의 여집합을 조건제시법으로 나타내면

$$A^c = \{x \mid x \in U \text{ 그리고 } x \notin A\}$$

이다.

예를 들어, 전체집합이 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이고 $A = \{1, 4\}$ 일 때, 집합 U 에 대한 A 의 여집합은

$$A^c = \{2, 3, 5\}$$

이다.

