

아주 모의고사 4회

수리 영역(나형)

2교시

1

1. $a = \log_2 3$ 일 때, $9^{\frac{1}{a}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 집합 $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{1, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 집합 $B - A$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x^2+x}$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

4. 서로 독립인 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{3}, \quad P(A^C) - P(B \cap A) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(B^C)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

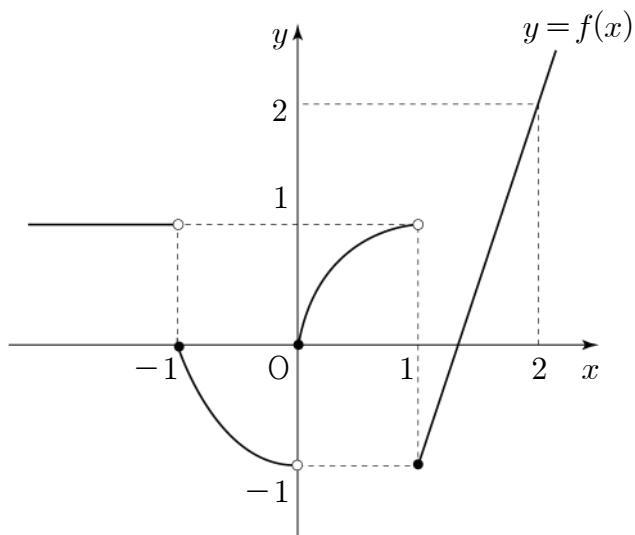
5. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 + a_4 = 2$, $a_6 + a_8 = 10$ 일 때, 수열 a_n 의 공차의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 a_{10} = 9$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 곱은? [3점]

- ① 3^{10} ② 3^{11} ③ 3^{12} ④ 3^{13} ⑤ 3^{14}

6. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

수리 영역(나형)

3

8. $\sum_{k=1}^{10} n = {}_n C_2$ 일 때, n 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 19 ⑤ 21

9. 함수 $f(x) = \sqrt{x+1} - 1$ 와 $f(x)$ 의 역함수가 만나는 두 교점을 A, B라 할 때, 선분 \overline{AB} 의 길이는? [4점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

10. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\frac{1+a_n}{a_n} = n^2 + 2$

가 성립할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 a_n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

11. 방정식 $x^3 - 3x + a = 0$ 를 만족하는 서로 다른 x 의 값이 두 개가 되도록 하는 모든 a 값의 곱은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

12. 남자 A와 여자 B를 포함한 남자 4명과 여자 4명이 있다. 같은 성별끼리 이웃하지 않게 8명이 한 줄로 설 때, A와 B가 이웃하는 경우의 수는? [3점]

- ① 502 ② 504 ③ 506 ④ 508 ⑤ 510

수리 영역(나형)

5

13. 흰 공이 n 개, 검은 공이 $(10-n)$ 개 들어있는 주머니에서 두 개의 공을 동시에 꺼낼 때, 두 공의 색이 다를 확률을 p_n 이

라 하자. $\sum_{n=0}^{10} p_n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

14. 함수 $y = x^3 - 6x^2 + ax$ 가 극값을 갖도록 하는 자연수 a 의 최댓값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

수리 영역(나형)

15. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 1$ 위의 점 점 $P(a, f(a))$ 에서의 접선과 점 $Q(a+1, f(a+1))$ 에서의 접선이 서로 수직일 때, a 의 값은? [4점]

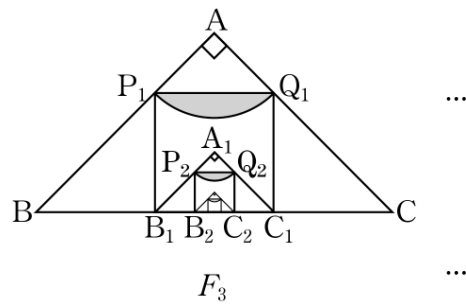
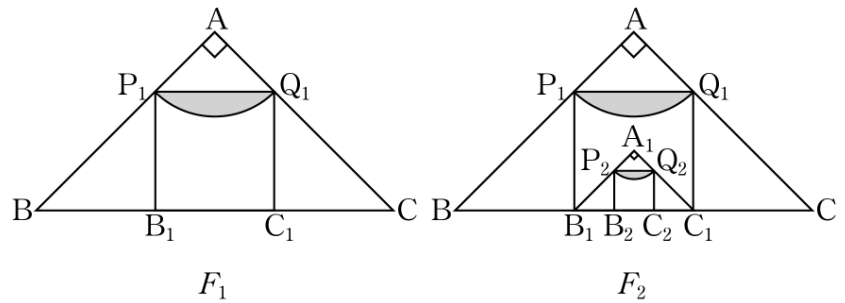
- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

16. 빗변 BC의 길이가 2인 직각이등변삼각형 ABC가 있다. 그림과 같이 삼각형 ABC의 직각을 낀 두 변에 내접하고 두 점 B_1, C_1 이 선분 BC 위에 놓이도록 정사각형 $P_1B_1C_1Q_1$ 을 그린다. 중심이 A, 반지름의 길이가 $\overline{AP_1}$ 이고 중심각의 크기가

$\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 AP_1Q_1 을 그린 후 부채꼴 AP_1Q_1 의 호 P_1Q_1 과 선분 P_1Q_1 로 둘러싸인 부분인 \cup 모양에 색칠하여 얻은 그림을 F_1 이라 하자.

그림 F_1 에 선분 B_1C_1 을 빗변으로 하는 직각이등변삼각형 $A_1B_1C_1$ 을 그리고, 직각이등변삼각형 $A_1B_1C_1$ 에서 그림 F_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어 지는 \cup 모양에 색칠하여 얻은 그림을 F_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 F_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{5(\pi-2)}{16}$ ② $\frac{\pi-2}{4}$ ③ $\frac{3(\pi-2)}{16}$
 ④ $\frac{\pi-2}{8}$ ⑤ $\frac{\pi-2}{16}$

수리 영역(나형)

7

17. $\sum_{n=620}^{1800} {}_{1800}C_n \left(\frac{1}{3}\right)^n \left(\frac{2}{3}\right)^{1800-n}$ 의 값을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1587
 ④ 0.3085 ⑤ 0.3413

18. 다음은 무한수열 $\frac{1}{2}, \frac{2}{2^2}, \frac{3}{2^3}, \dots, \frac{n}{2^n}, \dots$ 이 수렴함을 증명하는 과정이다.

<증명>

먼저 $n \geq 5$ 인 모든 자연수 n 에 대하여, $2^n > n^2 \dots \textcircled{1}$ 이 성립함을 증명하자.

(i) $n=5$ 일 때,

(좌변) $= 2^5 = 32$, (우변) $= 5^2 = 25$ 이므로 $\textcircled{1}$ 이 성립한다.

(ii) $n=k$ ($k \geq 5$) 일 때, $2^k > k^2$ 이 성립한다고 가정하면

$$\begin{aligned} 2^{k+1} - (k+1)^2 &= 2 \cdot 2^k - (k+1)^2 \\ &> 2 \cdot \boxed{\text{(가)}} - (k^2 + 2k + 1) \\ &= k^2 - 2k - 1 > 0 \end{aligned}$$

$$\therefore 2^{k+1} > (k+1)^2$$

그러므로 $\textcircled{1}$ 은 $n=k+1$ 일 때도 성립한다.

(i), (ii) 에 의하여 $n \geq 5$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 $2^n > n^2$ 이 성립한다.

위에서 $2^n > n^2$ 이므로 $0 < \frac{n}{2^n} < \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n} = \boxed{\text{(다)}}$$
 이다.

따라서 무한수열 $\frac{1}{2}, \frac{2}{2^2}, \frac{3}{2^3}, \dots, \frac{n}{2^n}, \dots$ 은 수렴한다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$, (나)에 알맞은 식을 $g(n)$, (다)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(p+2) + g(p+1)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. $-2 < x < 0$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (x+1)^n$ 과

$x = a$ 에서만 불연속인 함수 $g(x)$ 에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 는 열린구간 $(-2, 0)$ 에서 연속일 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

20. 함수 $f(x) = |x^2 - a^2|$ 에 대하여, $\int_0^1 f(x)dx$ 가 최소가 되도록 하는 양수 a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

수리 영역(나형)

9

21. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ 에 대하여, $t < x < t+2$ 에서
함수 $f(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 예컨대, $g(-1) = 1$ 이다.
함수 $g(t)$ 는 $t = a$ 일 때 미분불능일 때, a 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{3}$
④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

단답형

22. 수 a, b 에 대하여 $\log_3 a + \log_3 b = 3$, $\log_3 a - \log_3 b = 1$ 일
때, $a + b$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $f(x) = x^3 - 12x + 2$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $y = \frac{2x-3}{x-3}$ 의 두 점근선과 함수 $y = \frac{3-4x}{x+1}$ 의 두 점근선으로 둘러싸인 사각형의 넓이를 구하시오. [3점]
25. 함수 $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{3}x$ 와 그 역함수로 둘러싸인 영역의 총 넓이가 a 일 때, $30a$ 를 구하시오. [3점]
26. 수열 a_n 은 첫 항이 $a_1 = \frac{2}{3}$ 이고 공비가 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열이고, 확률변수 X 는 $P(X=n) = a_n$ 을 만족할 때, $\frac{1}{P(X \geq 5)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 세 함수 $f(x), g(x), h(x)$ 가 각각

$$f(x) = x^3 - x$$

$$g(x) = 2x^2 + 1$$

$$h(x) = x^3 + x^2 - x$$

일 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(g(x)) - 24}{h(x) - 1}$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 남자 6명, 여자 6명이 서로 다른 4인용 승용차 3대에 나눠 타려고 할 때, 각 승용차에 남녀가 적어도 한 명씩 있을 경우의 수는 a 이다. $\frac{a}{100}$ 을 구하시오. [4점]

29. 수열 $a_n = (\frac{1}{2})^{n-1}$ 에 대하여, m 개의 원소로 이뤄진 집합 $A_m = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 의 모든 부분집합의 원소들의 합을 S_m 이라 하자. 예컨대, $S_1 = 1, S_2 = 3$ 이다. 이 때, $\sum_{n=1}^8 S_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 삼차함수 $y=f(x)$ 가 다음 세 조건을 만족한다.

(가) $a \leq 3$ 인 모든 실수 a 에 대하여

$$\int_a^3 f(x)dx = - \int_a^3 |f(x)|dx \text{ 을 만족한다.}$$

(나) $f'(0) = 0$

(다) $f'(-1) = f'(3) = 18$

이 때, $\int_0^2 |f(x)|dx$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.