

아주 모의고사 6회 수리 영역(나형)

1. $\sqrt[3]{8} \div 2^{-2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. 6명의 사람을 3명씩 두 조로 나누는 경우의 수는? [2점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

3. $\int_0^2 3x^2 dx$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 서로 독립인 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = \frac{3}{16}$$

일 때, $P(B^C)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

수리 영역(나형)

5. 세 실수 a, b, c 가 순서대로 공비가 3인 등비수열을 이룰 때, $2\log_a b - \log_a c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 1보다 크다) [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

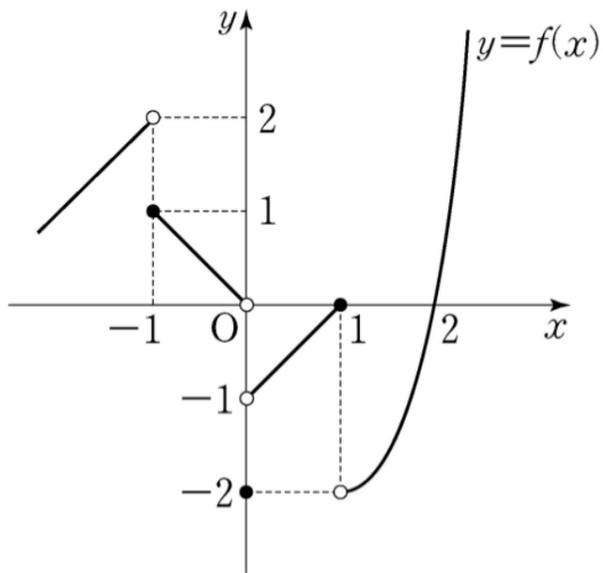
7. 두 집합 $A = \{a, 2a\}$ 와 $B = \{2, 4, 8, 16\}$ 에 대하여

$$A \cap B \neq A, \quad A \cap B \neq \phi$$

이 되도록 하는 모든 a 값의 합은? [3점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

6. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x+1) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x-1)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

수리 영역(나형)

3

8. 네 자리 자연수 중 각 자리의 수들의 합이 8이 되는 경우의 수는? [3점]

- ① 120 ② 180 ③ 240 ④ 320 ⑤ 400

9. 일차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2x+1) = 4x+7$ 을 만족시킬 때, $f^{-1}(11)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 한 개의 주사위를 던져서 나오는 수를 a 라 할 때, 부등식

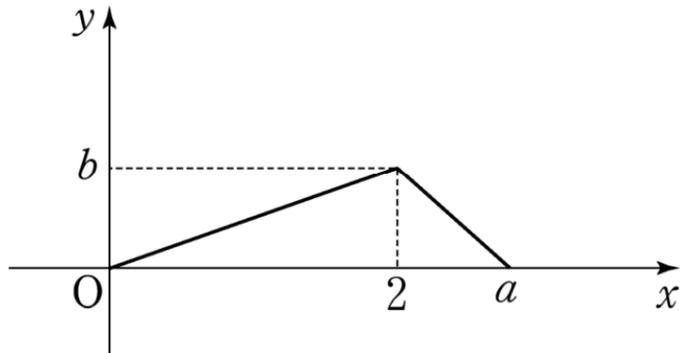
$$\int_0^a 6x(a-x) dx > 100$$

이 참일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

11. 두 양수 a, b 에 대하여 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq a$ 이고, 확률밀도함수의 그래프는 아래와 같다.

$P(0 \leq X \leq 2) = 3b^2$ 일 때, $a + \frac{1}{b}$ 의 값은? [3점]



- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

12. $0 < a \leq 1$ 인 실수 a 에 대하여 $\log_3 a$ 가 정수가 되도록 하는 a 값들을 큰 순서대로 나열할 때, n 번째 오는 수를 a_n 라 하자.

이 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

수리 영역(나형)

5

13. 두 자연수 a, b 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{n C_a} = b$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

14. 첫째항이 1이고 공비가 x 인 등비수열 $\{a_n\}$ 가 있을 때, 자연수 m 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \sum_{n=1}^m a_n$$

라 하자. $f'(1) = 55$ 일 때, $m \times f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 110 ③ 132 ④ 144 ⑤ 156

15. 함수 $y = x^3 - 3x^2$ 에 접하고 점 $(0, 1)$ 을 지나는 직선의 개수는? [4점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

16. $1, 2, 3, \dots, 3n$ (n 은 자연수)의 숫자가 하나씩 적혀 있는 $3n$ 장의 카드 중 임의로 꺼낸 2장의 카드에 적혀 있는 두 수를 각각 a, b ($a < b$)라 하자. $3a < b$ 일 확률을 P_n 이라 할 때, 다음은 $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

$3n$ 장의 카드 중 2장의 카드를 꺼내는 경우의 수는 ${}_{3n}C_2$ 이다.

$3a < b$ 인 경우에는 $b \leq 3n$ 이므로 $1 \leq a < n$ 이다.

따라서 $a = k$ 라 하면 $3a < b$ 를 만족시키는 b 의 경우의 수는 $(3n - \boxed{\text{가}})$ 이므로

$$P_n = \frac{\boxed{\text{나}}}{{}_{3n}C_2} \text{이다.}$$

그러므로 $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n = \boxed{\text{다}}$ 이다.

위에서 (가)에 들어갈 식을 $f(k)$, (나)에 들어갈 식을 $g(n)$, (다)에 들어갈 수를 a 라 할 때, $f(a) + g(a)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

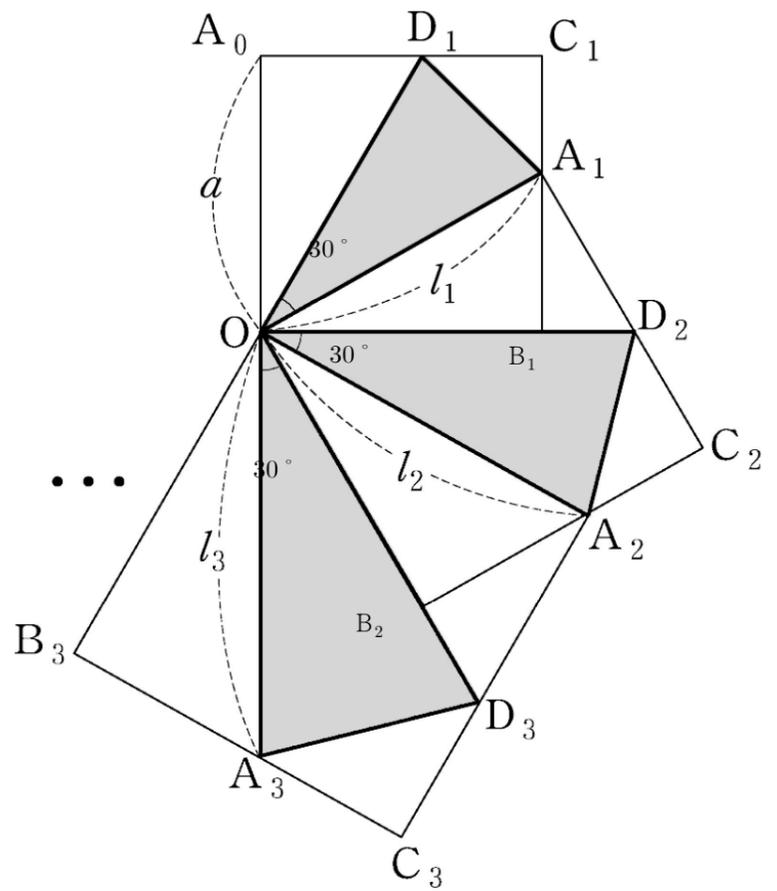
17. 삼차식 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & (x < 0) \\ f(x) & (0 \leq x < 2) \\ x^2 - 4x + 2 & (x \geq 2) \end{cases}$$

로 정의하자. 함수 $y = g(x)$ 가 모든 실수 x 에서 미분가능할 때, 방정식 $g(x) - x + 1 = 0$ 의 모든 실근의 합은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 a 인 정사각형 $OB_1C_1A_0$ 이 있다. 삼각형 OA_1D_1 이 $\angle D_1OA_1 = 30^\circ$ 인 이등변삼각형이 되도록 변 B_1C_1 , A_0C_1 위에 각각 점 A_1 , D_1 을 잡고 변 OA_1 의 길이를 l_1 이라 하자. 선분 OA_1 을 한 변으로 하는 정사각형 $OB_2C_2A_1$ 에서 삼각형 OA_2D_2 가 $\angle D_2OA_2 = 30^\circ$ 인 이등변삼각형이 되도록 변 B_2C_2 , A_1C_2 위에 각각 점 A_2 , D_2 를 잡고 변 OA_2 의 길이를 l_2 라 하자. 선분 OA_2 를 한 변으로 하는 정사각형 $OB_3C_3A_2$ 에서 삼각형 OA_3D_3 이 $\angle D_3OA_3 = 30^\circ$ 인 이등변삼각형이 되도록 변 B_3C_3 , A_2C_3 위에 각각 점 A_3 , D_3 을 잡고 변 OA_3 의 길이를 l_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은 이등변삼각형 OA_nD_n 에서 변 OA_n 의 길이를 l_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{l_n} = \sqrt{3}$ 일 때, a 의 값은?



- ① $2 + \sqrt{3}$ ② $3 + \sqrt{3}$ ③ $4 + \sqrt{3}$
 ④ $5 + \sqrt{3}$ ⑤ $6 + \sqrt{3}$

수리 영역(나형)

19. 수직선 위를 움직이는 두 점 P와 Q의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 위치 x_p 와 x_q 는

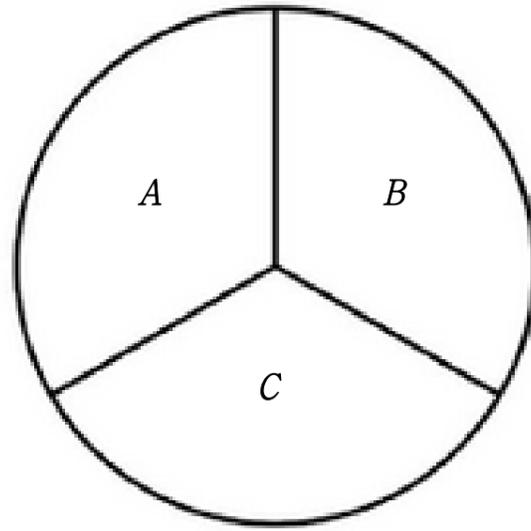
$$x_p = t^3 + at^2 + bt + c$$

$$x_q = 2t$$

이다. 두 점의 위치가 같을 때의 시각은 $t = 1, 4$ 이고, 속도가 같을 때의 시각은 $t = k, 4$ 이다. 이 때, k 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

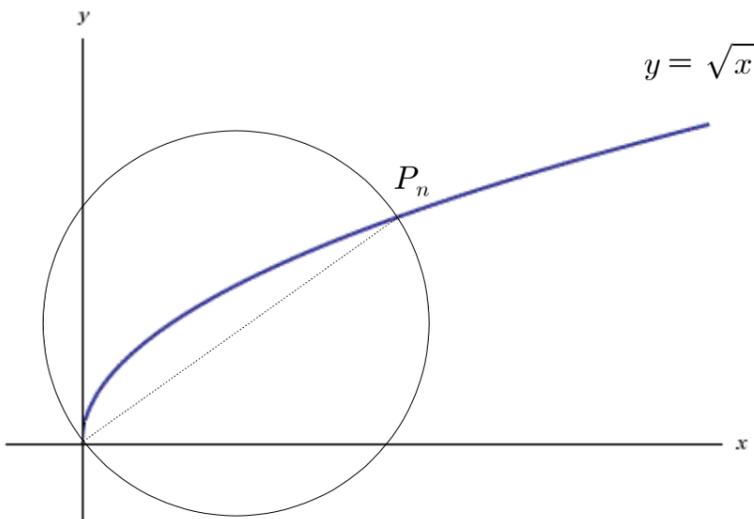
20. 아래 그림과 같이 세 개의 영역 A, B, C로 나뉜 원이 있다. 한 개의 주사위를 3번 던져서 나온 수를 순서대로 세 영역 A, B, C에 적을 때, 인접한 영역에 있는 수들의 최대공약수가 1이 될 확률은? [4점]



- ① $\frac{67}{216}$ ② $\frac{17}{54}$ ③ $\frac{23}{72}$ ④ $\frac{35}{108}$ ⑤ $\frac{71}{216}$

21. 함수 $f(x) = \sqrt{x}$ 위의 점 $P_n(n^2, n)$ 과 원점을 이은 선분 $\overline{OP_n}$ 을 지름으로 하는 원을 C_n 이 있다. x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점들 중 원 C_n 내부에 있고 부등식 $y > f(x)$ 를 만족하는 점의 개수를 a_n , 원 C_n 내부에 있고 부등식 $y < f(x)$ 를 만족하는 점의 개수를 b_n 이라 할 때, $a_n - b_n \geq 1000$ 을 만족하는 n 의 최솟값은? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15



단답형

22. $\frac{{}^{10}P_5}{5!} = {}_{10}C_n$ 을 만족하는 n 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 + a_4 + a_6 = 30$ 일 때, $a_1 + a_7$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -2, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 2$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n - b_n}{a_n b_n + 1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x) = \frac{x+7}{x+3}$ 을 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 두 등차수열 $\{a_n\}$ 과 $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = 3n^2 + 2n$$

$$\sum_{k=1}^n (a_k - b_k) = n^2 + 2n$$

일 때, $a_3 + b_4$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 확률변수 X 가 정규분포 $N(30, 4)$ 을 따를 때, 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 확률변수 X 는

$$\sum_{n=1}^4 P(X \leq a_n) = 2$$

$$\sum_{n=1}^2 P(a_n \leq X \leq a_{n+1}) = 0.6247$$

을 만족한다. 이 때, a_1 의 값을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

28. 함수 $f(x) = -x^4 + 4x^3$ 가 있을 때, 음이 아닌 실수 a 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ f'(a)(x-a) + f(a) & (x \geq a) \end{cases}$$

라 하자. $\int_0^4 g(x) dx$ 의 최댓값이 k 일 때, $5k$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 대한민국 야구팀이 타지인 A 국가에서 야구경기를 치르게 된다. A의 날씨는 다음과 같은 규칙성을 보인다.

(가) 전날 비가 안 오면 다음날 비가 올 확률이 $\frac{1}{8}$ 이다.

(나) 전날 비가 오면 다음날 비가 올 확률이 $\frac{1}{4}$ 이다.

대한민국 야구팀은 비가 안 오면 승률이 $\frac{4}{5}$ 이고, 비가 오면 승률이 $\frac{2}{5}$ 이다. 오늘 야구경기에서 대한민국이 이겼을 때, 어제 비가 왔을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소이다) [4점]

30. 원점을 지나고 $f(1) > 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 양수 a 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_a^x f(t) dt$$

라 할 때, $g(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \geq 0$ 이다.

양수 t 에 대하여 방정식 $g(x) = t$ 의 실근 중 가장 큰 실근과 가장 작은 실근의 차를 $h(t)$ 라 할 때, 함수 $h(t)$ 는

$$\lim_{t \rightarrow 64^+} h(t) = 5, \quad \lim_{t \rightarrow 64^-} h(t) = 3$$

을 만족한다. 이 때, $f(a+1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.