

제 2 교시

T.E 모의고사 1회 문제지  
수학 영역(가형)

성명

수험 번호

- 자신이 선택한 유형 ( 가 형 / 나 형 )의 문제지인지 확인하십시오.
  - 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
  - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 참교육의 만유인력 물리교육과**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 기재하십시오.
  - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
  - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
  - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

# 문항 제작 및 검토

( 서울대학교 사범대학 물리교육과 )

박성현 [ 퓨에르 ]

민홍기

강재우

김우현 과 그의 지인들... 감사합니다 ㅠㅠ

김형진

강희수

이제철

구한빈

원준희

권형록

Q. T.E. 는 무엇의 약자?

True Education - 참교육

우리 과 슬로건이 **참교육의 만유인력**이라서 ㅎ

T.E. 모의고사니까 줄여서 티모

Q. 물리교육과인데 왜 수학 모의고사를?

물리는 못 만들어서ㅠ (개인의 의견)

Q. 1컷 예상?

92점? (사실 잘 모르겠다)

감사합니다 ㅎ

## 제 2 교시

## 수학 영역(가형)

## 5지선다형

1. 서로 독립인 사건  $A, B$ 에 대하여  $P(A) = \frac{3}{5}$ ,  $P(B) = \frac{1}{2}$ 일 때,  $P(A \cap B)$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{3}{10}$     ②  $\frac{2}{5}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{3}{5}$     ⑤  $\frac{7}{10}$

2. 벡터  $\vec{a} = (2, 3)$ ,  $\vec{b} = (3, 4)$ 에 대하여  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은? [2점]

- ① 10    ② 12    ③ 14    ④ 16    ⑤ 18

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\ln(1+3x)}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{4}{3}$     ②  $\frac{8}{3}$     ③ 4    ④  $\frac{16}{3}$     ⑤  $\frac{20}{3}$

4. 두 직선  $l_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = 1-z$ ,  $l_2 : x=1, \frac{y}{3} = \frac{z+2}{4}$ 가 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라고 할 때,  $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{15}$     ②  $\frac{2}{15}$     ③  $\frac{1}{5}$     ④  $\frac{4}{15}$     ⑤  $\frac{1}{3}$

# 2

## 수학 영역(가형)

5. 서로 다른 3개의 접시에 서로 다른 빵 4개를 담는 경우의 수는? (단, 비어있는 접시가 있을 수 있다.) [3점]

- ① 27      ② 54      ③ 81      ④ 108      ⑤ 135

6. 함수  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 2x$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $g'(5)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{10}$       ②  $\frac{1}{9}$       ③  $\frac{1}{5}$       ④  $\frac{3}{4}$       ⑤ 1

7. 정규분포  $N(10, 4^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을  $\bar{X}$ 라 하자.  $P(\bar{X} \geq 9)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.6	0.226
0.8	0.288
1.0	0.341
1.2	0.385
1.4	0.419

- ① 0.726      ② 0.788      ③ 0.841      ④ 0.885      ⑤ 0.919

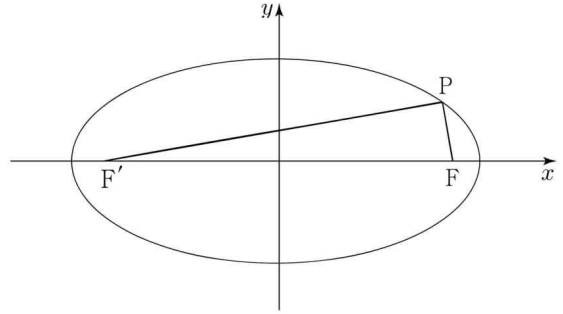
8. 원점  $O(0, 0, 0)$ 과 점  $A(0, 3, 2)$ ,  $B(a, b, 3)$ 로 이루어진 삼각형의 무게중심을  $P$ 라 할 때, 점  $P$ 의  $xy$ 평면으로의 정사영은  $P'(4, 2, 0)$ 이다.  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 15      ② 18      ③ 21      ④ 24      ⑤ 27

9.  $\int_0^1 x^2 e^{x^3} dx$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{6}(e-1)$       ②  $\frac{1}{5}(e-1)$       ③  $\frac{1}{4}(e-1)$   
 ④  $\frac{1}{3}(e-1)$       ⑤  $\frac{1}{2}(e-1)$

10. 타원  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점  $F(3\sqrt{3}, 0)$ ,  $F'(-3\sqrt{3}, 0)$ 과 타원 위의 점  $P$ 로 이루어진 직각삼각형  $PF'F$ 의 넓이는? (단, 삼각형의 세 변 중 선분  $FF'$ 의 길이가 가장 길다.) [3점]



- ① 4      ②  $4\sqrt{3}$       ③  $6\sqrt{2}$   
 ④  $6\sqrt{3}$       ⑤ 9

11. 어느 의류 쇼핑몰 이용자 중 70%는 이 의류 쇼핑몰에서

구입한 상품에 대하여 만족한다고  
한다. 이 모바일 쇼핑몰 이용자 중  
2100 명을 임의추출하여 조사할  
때, 이 의류 쇼핑몰에서 구입한  
상품에 대하여 만족하는 이용자의  
비율이 0.694 이상 0.714 이하일  
확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.6	0.226
0.8	0.288
1.0	0.341
1.2	0.385
1.4	0.419

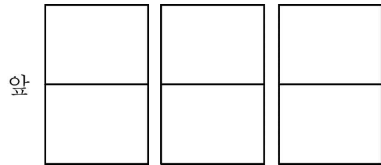
- ① 0.514    ② 0.611    ③ 0.629    ④ 0.645    ⑤ 0.726

12. 좌표평면 위의 직선  $y=4x+2$ 와  $y=2x$ 가 이루는 예각의

크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{9}{5}$     ②  $\frac{5}{2}$     ③  $\frac{11}{7}$     ④  $\frac{3}{2}$     ⑤  $\frac{11}{9}$

13. 성현이를 포함한 군인 3명과 홍기를 포함한 경찰 3명의 버스 자리 배정을 하려고 한다. 군인 1명과 경찰 1명씩 짝을 지어 3줄로 앉을 때 가능한 방법의 수는? (단, 성현과 홍기는 짝 지어 앉을 수 없고 모든 의자는 구분되지 않는다.) [3점]



- ① 96                                      ② 120                                      ③ 144
- ④ 168                                      ⑤ 192

14. 실수 전체에서 정의된 미분가능한 함수  $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & (x < 1) \\ ae^x + b & (x \geq 1) \end{cases}$$

이다. 이 때,  $ab$ 의 값은? [4점]

- ①  $-\frac{2}{e}$       ②  $-\frac{1}{e}$       ③  $\frac{1}{e}$       ④  $\frac{2}{e}$       ⑤  $\frac{3}{e}$

## 6

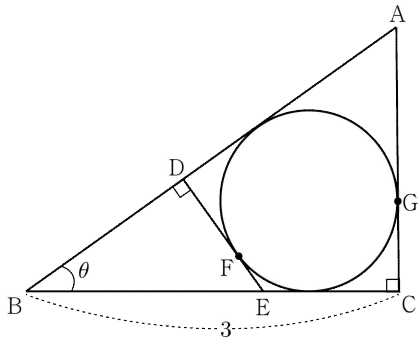
## 수학 영역(가형)

15. 좌표공간에 반지름의 길이가 2인 원  $C$ 를 포함하는 평면  $\alpha$ 와 점  $P$ 가 있다. 원 위의 점  $Q$ 가  $5 \leq \overline{PQ} \leq \sqrt{65}$ 을 만족시킬 때, 점  $P$ 와 평면  $\alpha$  사이의 거리는? (단, 점  $P$ 는 평면  $\alpha$  위의 점이 아니다.) [4점]
- ①  $\sqrt{13}$     ②  $\sqrt{14}$     ③  $\sqrt{15}$     ④ 4    ⑤  $\sqrt{17}$

16. 서울대학교 물리교육과에 재학 중인 우현이는  $\frac{1}{5}$ 의 확률로 물리학 과제를 하고,  $\frac{4}{5}$ 의 확률로 하지 않으며 물리학 과제를 한 날에는  $\frac{3}{4}$ 의 확률로 PC방에 가고, 물리학 과제를 하지 않은 날에는  $\frac{5}{6}$ 의 확률로 PC방에 간다. 우현이가 PC방에 갔다면 물리학 과제를 했을 확률은? [4점]
- ①  $\frac{8}{49}$     ②  $\frac{9}{49}$     ③  $\frac{10}{49}$     ④  $\frac{11}{49}$     ⑤  $\frac{12}{49}$



17. 그림과 같이 원 P에 외접하고 밑변 BC의 길이가 3인 직각삼각형 ABC가 있다. 변 AB와 수직이고 원 P에 접하는 선분 DE와 원 P의 접점을 점 F라 하고 변 AC와 원 P의 접점을 점 G라 하자.  $\angle DBC = \theta$ 라 할 때, 선분 FG의 길이를  $f(\theta)$ 라 하자. 이 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta}$ 의 값은? [4점]



- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

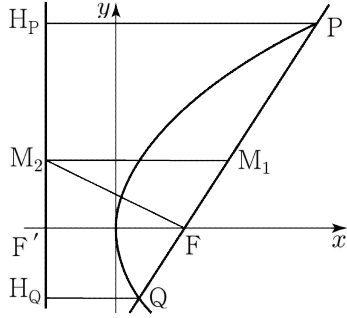
18. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수가 차례로 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리인 세 자리 수가 있다. 이 세 자리 수를 3으로 나눴을 때, 나머지가 1일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{1}{9}$       ②  $\frac{2}{9}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{4}{9}$       ⑤  $\frac{5}{9}$

19. 다음은 포물선  $y^2 = 4px$  를 이용하여 양수  $m, n$  에 대하여

$$\frac{m+n}{2} \geq \sqrt{mn} \geq \frac{2mn}{m+n}$$

임을 구하는 과정이다.



포물선의 초점을  $F = (p, 0)$  이라 하고 준선과  $x$  축의 교점을  $F'$ ,  $F$  를 지나며 포물선과 두 점에서 만나는 직선이 포물선과 만나는 두 점을  $P, Q$  라 하고, 두 점  $P, Q$  에서 준선에 내린 수선의 발을 각각  $H_p, H_q$  라 하고  $\overline{PQ}, \overline{H_pH_q}$  의 중점을 각각  $M_1, M_2$  라 하자.

이 때,  $\overline{FP} = m, \overline{FQ} = n$  이라 하면 포물선의 성질에 의하여  $\overline{M_1M_2} = \frac{m+n}{2}$  이다.

$\angle H_pFH_q = \boxed{\text{가}}$ ° 이므로  $\frac{\overline{FM_2}^2}{\overline{FP}} = \boxed{\text{나}}$  이다.

이 때 포물선의 성질을 이용하면  $\frac{\angle FM_2H_q}{\angle FM_1M_2} = \boxed{\text{다}}$  이므로

$\angle M_1FM_2 = \boxed{\text{라}}$ ° 이다.

따라서  $\overline{M_1M_2} \geq \overline{M_2F} \geq \overline{FF'}$  이므로

$\frac{m+n}{2} \geq \sqrt{mn} \geq \frac{2mn}{m+n}$  이 성립한다.

$\boxed{\text{나}}$  에 들어갈 함수를  $f(n)$ ,  $\boxed{\text{가}}$ ,  $\boxed{\text{다}}$ ,  $\boxed{\text{라}}$  에 들어갈

수를  $a, b, c$  라 할 때,  $f\left(\frac{a}{c} + b\right)$  의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

20. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수  $f(x)$  에 대하여 곡선

$y = f(x)$  위의 점  $(t, f(t))$  에서의 접선의  $x$  절편을  $g(t)$  라 하자. 두 함수  $f(x), g(t)$  는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수  $g(t)$  는 실수 전체의 집합에서 정의되며  $t = 2$  에서 극솟값  $-4$  를 갖는다.

(나) 집합  $P = \left\{ k \mid \int_0^4 \{f(x) - k\} dx = 0 \right\} = \{6\}$

이 때,  $f(4)$  의 값은? [4점]

- ① 4      ② 8      ③ 12      ④ 16      ⑤ 20

21. 0이 아닌 실수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x) = x^a \ln x$  이다. 함수  $f(x)$ 가 극값을 갖는 점의  $x$ 좌표를  $b$ 라 할 때, 함수  $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} b & (x=a) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ.  $g(a) \neq 1$

ㄴ.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{g(x)}{x}$

ㄷ.  $0 < x_1 < x_2$ 인 임의의 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여  $g(x)$ 는  $\frac{g(x_1) + g(x_2)}{2} < g\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$ 을 만족시킨다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22.  ${}^n C_2 = 15$  일 때,  $n$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간  $t(t > 0)$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = t^2 + 2t, \quad y = t - \frac{1}{t}$$

이다. 시간  $t=1$ 에서 점 P의 가속도의 크기가  $k$ 이다.  $k^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 부등식  $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 \geq 0$ 을 만족시키는 10 이하의 자연수  $x$ 의 합을 구하시오. [3점]

26. 곡선  $C: x^2y + 2\sqrt{y} = k$ 와 직선  $y = \sqrt{x} + 3$ 의 교점  $(1, 4)$ 에서 곡선  $C$ 에 접하는 직선을  $f(x)$ 라 하자. 이 때 직선  $f(x)$ 와  $x$ 축 및  $y$ 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

25.  $\int_3^6 \frac{3}{x^2 - x - 2} dx$ 의 값이  $k$ 이다.  $7e^k$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 평면  $\alpha : y+z=0$ 와 평면  $\beta : x+z=0$ 에 대하여 평면  $\alpha$  위의 한 점만을 지나고 넓이가 6인 원  $C$ 는  $\alpha$  위로의 정사영의 넓이가 3이다. 이 때, 원  $C$ 의  $\beta$  위로의 정사영의 넓이의 최댓값과 최솟값을 각각  $a, b$ 라 할 때  $a^2+b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수  $x, y, z, w$ 의 모든 순서쌍  $(x, y, z, w)$ 의 개수는? [4점]

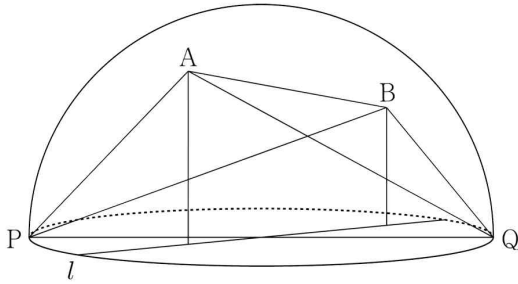
- (가)  $x+y+z+w=12$
- (나)  $x \neq z+2$
- (다)  $y, w \leq 5$

29. 그림과 같이 선분 PQ를 지름으로 하는 반구

$S : x^2 + y^2 + z^2 = 36, z \geq 0$ 와 반구  $S$  위의 점  $A$ 와  $B$ 가 있다. 점  $A$ 와  $B$ 의  $xy$ 평면으로의 정사영을 각각 점  $C, D$ 라 할 때, 점  $C, D$ 는 원점을 지나는 직선  $l$  위의 점이고, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 선분  $PQ$ 와 직선  $l$ 이 이루는 예각의 크기는  $\frac{\pi}{6}$ 이다.
- (나)  $\overline{AB} = 6\sqrt{2}, \overline{BD} = 2$

평면  $APQ$ 와 평면  $BQP$ 가 이루는 각을  $\theta$ 라 할 때,  $\cos^2 \theta = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대하여 점  $P(t, f(t))$ 에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 점  $H$ 라 할 때 점  $P$ 와 원점 사이의 거리를  $g(t)$ 라 하고, 원점과 점  $P$ 를 잇는 직선과  $x$ 축이 이루는 각을 이등분하는 직선과 선분  $PH$ 와의 교점을  $Q$ 라 할 때,  $f(t)$ 와  $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(x) > 0$
- (나)  $f(1) = \frac{4}{3}, f(3) = 4$
- (다)  $t + f(t)f'(t) + g(t) = tf(t)g(t)$

선분  $HQ$ 의 길이를  $h(t)$ 라 할 때,  $\int_1^3 h(t) dt = k$ 이다.

$e^k$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.