

제 2 교시

T.E 모의고사 1회 문제지
수학 영역(가형)

성명

수험 번호

- 자신이 선택한 유형 (가 형 / 나 형)의 문제지인지 확인하십시오.
 - 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 참교육의 만유인력 물리교육과**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 기재하십시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

문항 제작 및 검토

(서울대학교 사범대학 물리교육과)

박성현 [퓨에르]

민흥기

강재우

김우현 과 그의 지인들... 감사합니다 ㅠㅠ

김형진

강희수

이제철

구한빈

원준희

권형록

Q. T.E. 는 무엇의 약자?

True Education - 참교육

우리 과 슬로건이 **참교육의 만유인력**이라서 ㅎ

T.E. 모의고사니까 줄여서 티모

Q. 물리교육과인데 왜 수학 모의고사를?

물리는 못 만들어서ㅠ (개인의 의견)

Q. 1컷 예상?

92점? (사실 잘 모르겠다)

감사합니다 ㅎ

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 서로 독립인 사건 A, B 에 대하여 $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ 일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

2. 벡터 $\vec{a} = (2, 3)$, $\vec{b} = (3, 4)$ 에 대하여 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은? [2점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\ln(1+3x)}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 4 ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

4. 두 직선 $l_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = 1-z$, $l_2 : x=1, \frac{y}{3} = \frac{z+2}{4}$ 가 이루는 각의 크기를 θ 라고 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

2

수학 영역(가형)

5. 서로 다른 3개의 접시에 서로 다른 빵 4개를 담는 경우의 수는? (단, 비어있는 접시가 있을 수 있다.) [3점]

- ① 27 ② 54 ③ 81 ④ 108 ⑤ 135

6. 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 + 2x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g'(5)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

7. 정규분포 $N(10, 4^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 하자. $P(\bar{X} \geq 9)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.6	0.226
0.8	0.288
1.0	0.341
1.2	0.385
1.4	0.419

- ① 0.726 ② 0.788 ③ 0.841 ④ 0.885 ⑤ 0.919

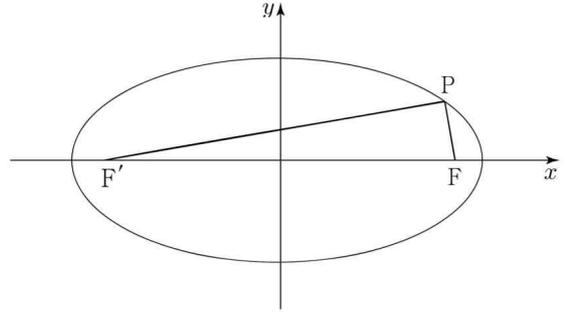
8. 원점 $O(0, 0, 0)$ 과 점 $A(0, 3, 2)$, $B(a, b, 3)$ 로 이루어진 삼각형의 무게중심을 P 라 할 때, 점 P 의 xy 평면으로의 정사영은 $P'(4, 2, 0)$ 이다. $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

9. $\int_0^1 x^2 e^{x^3} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}(e-1)$ ② $\frac{1}{5}(e-1)$ ③ $\frac{1}{4}(e-1)$
 ④ $\frac{1}{3}(e-1)$ ⑤ $\frac{1}{2}(e-1)$

10. 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점 $F(3\sqrt{3}, 0)$, $F'(-3\sqrt{3}, 0)$ 과 타원 위의 점 P 로 이루어진 직각삼각형 $PF'F$ 의 넓이는? (단, 삼각형의 세 변 중 선분 FF' 의 길이가 가장 길다.) [3점]



- ① 4 ② $4\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{2}$
 ④ $6\sqrt{3}$ ⑤ 9

11. 어느 의류 쇼핑몰 이용자 중 70%는 이 의류 쇼핑몰에서

구입한 상품에 대하여 만족한다고 한다. 이 모바일 쇼핑몰 이용자 중 2100 명을 임의추출하여 조사할 때, 이 의류 쇼핑몰에서 구입한 상품에 대하여 만족하는 이용자의 비율이 0.694 이상 0.714 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.6	0.226
0.8	0.288
1.0	0.341
1.2	0.385
1.4	0.419

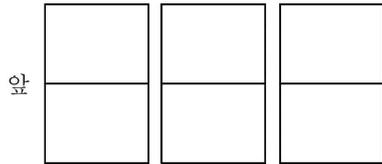
- ① 0.514 ② 0.611 ③ 0.629 ④ 0.645 ⑤ 0.726

12. 좌표평면 위의 직선 $y=4x+2$ 와 $y=2x$ 가 이루는 예각의

크기를 θ 라 할 때, $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{9}{5}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{11}{7}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{11}{9}$

13. 성현이를 포함한 군인 3명과 홍기를 포함한 경찰 3명의 버스 자리 배정을 하려고 한다. 군인 1명과 경찰 1명씩 짝을 지어 3줄로 앉을 때 가능한 방법의 수는? (단, 성현과 홍기는 짝 지어 앉을 수 없고 모든 의자는 구분되지 않는다.) [3점]



- ① 96 ② 120 ③ 144
- ④ 168 ⑤ 192

14. 실수 전체에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & (x < 1) \\ ae^x + b & (x \geq 1) \end{cases}$$

이다. 이 때, ab 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{2}{e}$ ② $-\frac{1}{e}$ ③ $\frac{1}{e}$ ④ $\frac{2}{e}$ ⑤ $\frac{3}{e}$

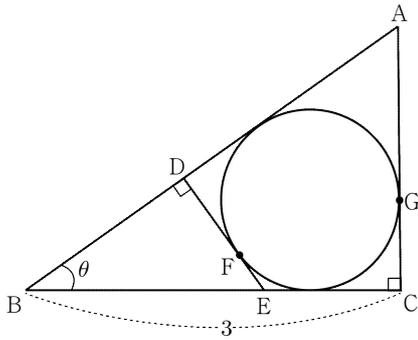
6

수학 영역(가형)

15. 좌표공간에 반지름의 길이가 2인 원 C 를 포함하는 평면 α 와 점 P 가 있다. 원 위의 점 Q 가 $5 \leq \overline{PQ} \leq \sqrt{65}$ 을 만족시킬 때, 점 P 와 평면 α 사이의 거리는? (단, 점 P 는 평면 α 위의 점이 아니다.) [4점]
- ① $\sqrt{13}$ ② $\sqrt{14}$ ③ $\sqrt{15}$ ④ 4 ⑤ $\sqrt{17}$

16. 서울대학교 물리교육과에 재학 중인 우현이는 $\frac{1}{5}$ 의 확률로 물리학 과제를 하고, $\frac{4}{5}$ 의 확률로 하지 않으며 물리학 과제를 한 날에는 $\frac{3}{4}$ 의 확률로 PC방에 가고, 물리학 과제를 하지 않은 날에는 $\frac{5}{6}$ 의 확률로 PC방에 간다. 우현이가 PC방에 갔다면 물리학 과제를 했을 확률은? [4점]
- ① $\frac{8}{49}$ ② $\frac{9}{49}$ ③ $\frac{10}{49}$ ④ $\frac{11}{49}$ ⑤ $\frac{12}{49}$

17. 그림과 같이 원 P에 외접하고 밑변 BC의 길이가 3인 직각삼각형 ABC가 있다. 변 AB와 수직이고 원 P에 접하는 선분 DE와 원 P의 접점을 점 F라 하고 변 AC와 원 P의 접점을 점 G라 하자. $\angle DBC = \theta$ 라 할 때, 선분 FG의 길이를 $f(\theta)$ 라 하자. 이 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta}$ 의 값은? [4점]



- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

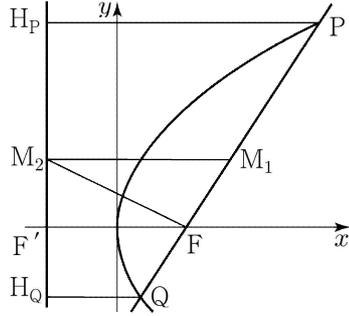
18. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수가 차례로 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리인 세 자리 수가 있다. 이 세 자리 수를 3으로 나눴을 때, 나머지가 1일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

19. 다음은 포물선 $y^2 = 4px$ 를 이용하여 양수 m, n 에 대하여

$$\frac{m+n}{2} \geq \sqrt{mn} \geq \frac{2mn}{m+n}$$

임을 구하는 과정이다.



포물선의 초점을 $F = (p, 0)$ 이라 하고 준선과 x 축의 교점을 F' , F 를 지나며 포물선과 두 점에서 만나는 직선이 포물선과 만나는 두 점을 P, Q 라 하고, 두 점 P, Q 에서 준선에 내린 수선의 발을 각각 H_p, H_q 라 하고 $\overline{PQ}, \overline{H_pH_q}$ 의 중점을 각각 M_1, M_2 라 하자.
 이 때, $\overline{FP} = m, \overline{FQ} = n$ 이라 하면 포물선의 성질에 의하여 $\overline{M_1M_2} = \frac{m+n}{2}$ 이다.

$\angle H_pFH_q = \text{[가]}^\circ$ 이므로 $\frac{\overline{FM_2}^2}{\overline{FP}} = \text{[다]}$ 이다.

이 때 포물선의 성질을 이용하면 $\frac{\angle FM_2H_q}{\angle FM_1M_2} = \text{[라]}$ 이므로

$\angle M_1FM_2 = \text{[라]}^\circ$ 이다.

따라서 $\overline{M_1M_2} \geq \overline{M_2F} \geq \overline{FF'}$ 이므로

$\frac{m+n}{2} \geq \sqrt{mn} \geq \frac{2mn}{m+n}$ 이 성립한다.

[다] 에 들어갈 함수를 $f(n)$, [가] , [다] , [라] 에 들어갈 수를 a, b, c 라 할 때, $f\left(\frac{a}{c} + b\right)$ 의 값은? [4점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

20. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 x 절편을 $g(t)$ 라 하자. 두 함수 $f(x), g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(t)$ 는 실수 전체의 집합에서 정의되며 $t = 2$ 에서 극솟값 -4 를 갖는다.

(나) 집합 $P = \left\{ k \mid \int_0^4 \{f(x) - k\} dx = 0 \right\} = \{6\}$

이 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 4
- ② 8
- ③ 12
- ④ 16
- ⑤ 20

21. 0이 아닌 실수 a 에 대하여 함수 $f(x) = x^a \ln x$ 이다. 함수 $f(x)$ 가 극값을 갖는 점의 x 좌표를 b 라 할 때, 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} b & (x=a) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $g(a) \neq 1$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{g(x)}{x}$

ㄷ. $0 < x_1 < x_2$ 인 임의의 실수 x_1, x_2 에 대하여 $g(x)$ 는 $\frac{g(x_1) + g(x_2)}{2} < g\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$ 을 만족시킨다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. ${}^n C_2 = 15$ 일 때, n 의 값을 구하시오. [3점]

23. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t > 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = t^2 + 2t, \quad y = t - \frac{1}{t}$$

이다. 시각 $t=1$ 에서 점 P의 가속도의 크기가 k 이다. k^2 의 값을 구하시오. [3점]

24. 부등식 $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 \geq 0$ 을 만족시키는 10 이하의 자연수 x 의 합을 구하시오. [3점]

26. 곡선 $C: x^2y + 2\sqrt{y} = k$ 와 직선 $y = \sqrt{x} + 3$ 의 교점 $(1, 4)$ 에서 곡선 C 에 접하는 직선을 $f(x)$ 라 하자. 이 때 직선 $f(x)$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

25. $\int_3^6 \frac{3}{x^2 - x - 2} dx$ 의 값이 k 이다. $7e^k$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 평면 $\alpha : y+z=0$ 와 평면 $\beta : x+z=0$ 에 대하여 평면 α 위의 한 점만을 지나고 넓이가 6인 원 C 는 α 위로의 정사영의 넓이가 3이다. 이 때, 원 C 의 β 위로의 정사영의 넓이의 최댓값과 최솟값을 각각 a, b 라 할 때 a^2+b^2 의 값을 구하시오. [4점]

28. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수는? [4점]

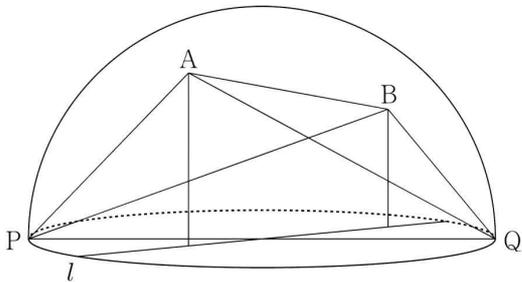
- (가) $x+y+z+w=12$
- (나) $x \neq z+2$
- (다) $y, w \leq 5$

29. 그림과 같이 선분 PQ를 지름으로 하는 반구

$S : x^2 + y^2 + z^2 = 36, z \geq 0$ 와 반구 S 위의 점 A 와 B 가 있다. 점 A 와 B 의 xy 평면으로의 정사영을 각각 점 C, D 라 할 때, 점 C, D 는 원점을 지나는 직선 l 위의 점이고, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 선분 PQ 와 직선 l 이 이루는 예각의 크기는 $\frac{\pi}{6}$ 이다.
- (나) $\overline{AB} = 6\sqrt{2}, \overline{BD} = 2$

평면 APQ 와 평면 BQP 가 이루는 각을 θ 라 할 때, $\cos^2 \theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 점 $P(t, f(t))$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 점 H 라 할 때 점 P 와 원점 사이의 거리를 $g(t)$ 라 하고, 원점과 점 P 를 잇는 직선과 x 축이 이루는 각을 이등분하는 직선과 선분 PH 와의 교점을 Q 라 할 때, $f(t)$ 와 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x) > 0$
- (나) $f(1) = \frac{4}{3}, f(3) = 4$
- (다) $t + f(t)f'(t) + g(t) = tf(t)g(t)$

선분 HQ 의 길이를 $h(t)$ 라 할 때, $\int_1^3 h(t) dt = k$ 이다.

e^k 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.