DONTS 웃솔루션

Quiz

좌표평면의 원점 O와 두 점

$$\mathrm{A}(1,\ 0),\qquad \mathrm{P}(\cos\theta,\ \sin\theta)$$

에 대하여 점 Q가 다음 조건을 만족시킨다.

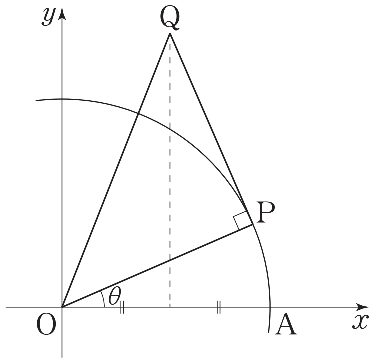
(가) $\overline{\mathrm{OP}}=\overline{\mathrm{PQ}}$
(나) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=0,\ \overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\frac{1}{2}$

$\tan\theta=a+b\sqrt{7}$ 일 때, $30(a-b)$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$ 이고, a와 b는 유리수이다.)

Open Solution

- 점 P는 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점입니다.
- 벡터의 내적 값을 이용하여 두 점 P, Q의 위치를 파악해야 하며, 삼각함수의 덧셈정리가 이용됩니다.

아래 그림과 같이 세 점 P, Q, A의 위치는 다음과 같다.



점 Q에서 선분 OA에 내린 수선의 발은 선분 OA의 길이를 이등분한다. 선분 OA의 중점을 M이라 하면 $\overline{OQ}=\sqrt{2}$, $\overline{OM}=\frac{1}{2}$이므로 $\tan(\angle QOA)=\sqrt{7}$이다.

$\angle QOA-\angle QOP=\theta$, $\tan(\angle QOP)=1$이므로 삼각함수의 덧셈정리에 의하여

$\tan\theta=\frac{4-\sqrt{7}}{3}$이다. 따라서 답은 50이다.

정답 50