

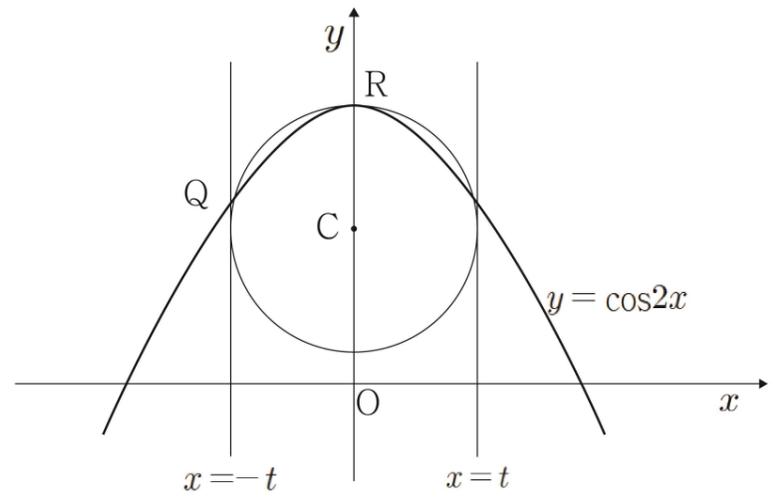
고지우의 **난문현답**

제 4 일

1. 2014년 수능
2. 2016년 사관학교
3. 2013년 9월 평가원
4. 2011년 10월 교육청
5. 2008년 10월 교육청
6. 2015년 사관학교
7. 2011년 9월 평가원
8. 2016년 경찰대
9. 2005년 9월 평가원
10. 2009년 수능

1. 좌표평면에서 $a > 1$ 인 자연수 a 에 대하여 두 곡선 $y = 4^x$, $y = a^{-x+4}$ 과 직선 $y = 1$ 로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x 좌표가 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수가 20 이상 40이하가 되도록 하는 a 의 개수를 구하시오.

2. 좌표평면에서 곡선 $y = \cos 2x$ 가 두 직선 $x = t$, $x = -t$ ($0 < t < \frac{\pi}{4}$)와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 곡선 $y = \cos 2x$ 가 y 축과 만나는 점을 R이라 하자. 세 점 P, Q, R을 지나는 원의 중심을 $C(0, f(t))$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = \alpha$ 이다. 100α 의 값을 구하시오.



3. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고
 $g'(x) \leq \frac{1}{3}$ 이다.
 (나) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - g(x)}{(x-3)g(x)} = \frac{8}{9}$

$f(1)$ 의 값은?

- ① -11 ② -9 ③ -7
 ④ -5 ⑤ -3

4. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = e^x + \frac{1}{x}$ 이 $x = \alpha$ 에서 극값을 가질 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? (단, e 는 자연로그의 밑이다.)

ㄱ. $e^\alpha = \frac{1}{\alpha^2}$
 ㄴ. 곡선 $y = f(x)$ 의 변곡점이 존재한다.
 ㄷ. 함수 $f(x)$ 는 $x = \alpha$ 에서 최솟값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 세 이차곡선

$$x^2 = 4py (p \neq 0), \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (x \neq \pm a), \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (|x| > a)$$

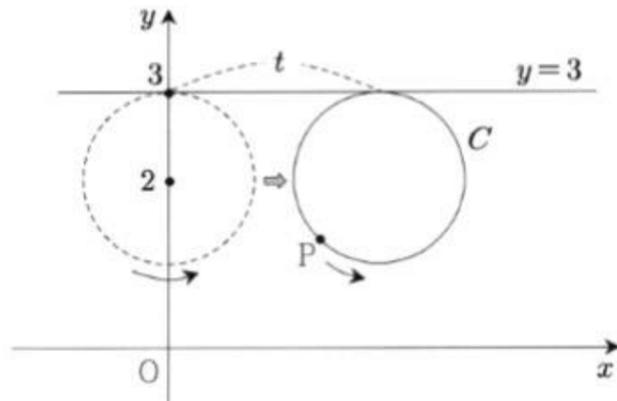
각각에 대하여, 곡선 위에 있는 임의의 점에서의 접선의 기울기들의 집합을 M_1, M_2, M_3 라 하자. 다음 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. $\left| \frac{2b}{a} \right| \in M_3$
 ㄴ. $M_1 = M_2$
 ㄷ. $M_2 \supset M_3$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 좌표평면에 중심이 $(0, 2)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원 C 가 있고, 이 원 위의 점 P 가 점 $(0, 3)$ 의 위치에 있다. 원 C 는 직선 $y=3$ 에 접하면서 x 축의 양의 방향으로 미끄러지지 않고 굴러간다.

그림은 원 C 가 굴러간 거리가 t 일 때, 점 P 의 위치를 나타낸 것이다.



점 P 가 나타내는 곡선을 F 라 하자. $t = \frac{2}{3}\pi$ 일 때, 곡선 F 위의 점에서의 접선의 기울기는?

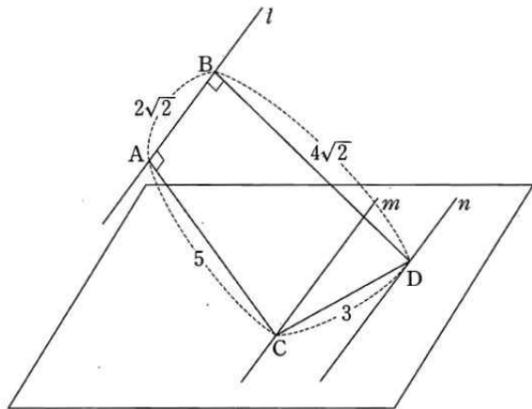
- ① $-\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
 ④ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

7. 같은 평면 위에 있지 않고 서로 평행한 세 직선 l, m, n 이 있다. 직선 l 위의 두 점 A, B , 직선 m 위의 점 C , 직선 n 위의 점 D 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AB} = 2\sqrt{2}, \overline{CD} = 3$

(나) $\overline{AC} \perp l, \overline{AC} = 5$

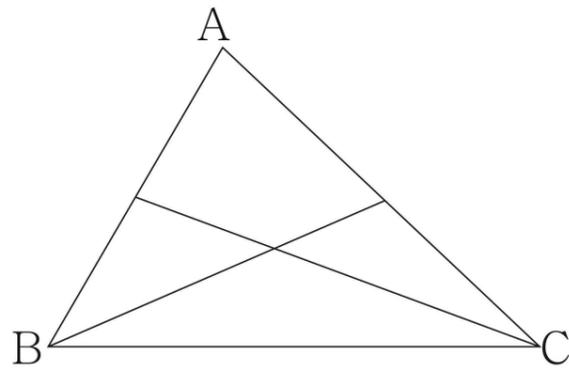
(다) $\overline{BD} \perp l, \overline{BD} = 4\sqrt{2}$



두 직선 m, n 을 포함하는 평면과 세 점 A, C, D 를 포함하는 평면이 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $15\tan^2\theta$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

8. 삼각형 ABC 에서 \overline{AB} 의 n 등분점과 꼭짓점 C 를 잇고, \overline{AC} 의 n 등분점과 꼭짓점 B 를 잇는다. 이때, 만들어지는 삼각형 ($\triangle ABC$ 도 포함)의 개수를 a_n 이라 하자. 예를 들어 $n=2$ 인 다음 그림에서 $a_2 = 8$ 이다. a_5 의 값을 구하여라.

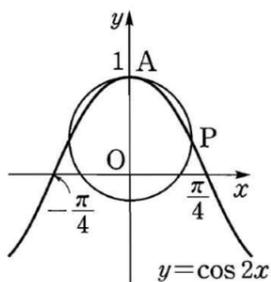


9. 표본공간 S 는 $S = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$ 이고 모든 근원사건의 확률은 같다. 사건 A 가 $A = \{4, 8, 12\}$ 일 때, 사건 A 와 독립이고 $n(A \cap X) = 2$ 인 사건 X 의 개수를 구하시오.
(단, $n(B)$ 는 집합 B 의 원소의 개수를 나타낸다.)

10. 어떤 모집단에서 임의로 100명을 추출하여 구한 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\left[\frac{1}{10} - c, \frac{1}{10} + c\right]$ 이었다. 같은 모집단에서 n 명을 임의로 추출하여 구한 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\left[\frac{1}{9} - s(n), \frac{1}{9} + s(n)\right]$ 이고 $s(n) = \frac{50}{81}c$ 이다. n 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따를 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 이다.)

4일차 과제

5. 곡선 $y = \cos 2x$ 위의 두 점 $A(0, 1)$, $P(a, b)$ 에 대하여 두 점 A, P를 지나고 중심이 y 축 위에 있는 원의 반지름의 길이를 r 라 하자. 점 P가 점 A에 한없이 가까워질 때, r 의 극한값을 구하여라. (단, P는 제1사분면 위의 점이다.)



7. 함수 $f(x) = \frac{e^{ax}}{x+1}$ 이 구간 $(1, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 정수 a 의 최솟값을 구하여라.

6. 함수 $f(x) = x^3 + 2x - 2$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)g(x) - 1}{x - 1}$ 의 값은?

- ① $\frac{11}{5}$ ② $\frac{16}{5}$ ③ $\frac{21}{5}$
 ④ $\frac{26}{5}$ ⑤ $\frac{31}{5}$

8. 함수 $f(x) = \frac{a}{x} + \ln x^3 - x$ 가 극댓값과 극솟값을 모두 가질 때, 모든 정수 a 의 값의 합은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

4일차 과제

9. 쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$ 의 두 점근선이 이루는 둔각의 크기를 구하여라.

10. 기울기가 -1 이고 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 에 접하는 두 직선 사이의 거리는?

- ① $\sqrt{3}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ③ $\sqrt{6}$
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

11. 매개변수 t 로 나타낸 함수

$$x = a(t - \sin t), \quad y = a(1 - \cos t)$$

에 대하여 $\frac{dy}{dx}$ 를 t 에 대한 함수로 나타내면? (단, $a > 0$)

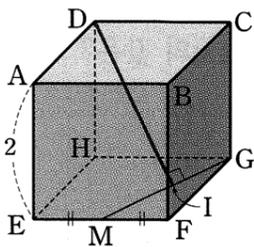
- ① $\cos \frac{t}{2}$ ② $\tan \frac{t}{2}$ ③ $\sec \frac{t}{2}$
 ④ $\csc \frac{t}{2}$ ⑤ $\cot \frac{t}{2}$

12. 곡선 $x = \theta + \sin \theta, y = 1 - \cos \theta$ 에서 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 에 대응하는 점에서의 접선과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $\frac{\pi^2}{8}$ ② $\frac{\pi^2}{4}$ ③ $\frac{\pi^2}{2}$
 ④ 1 ⑤ π

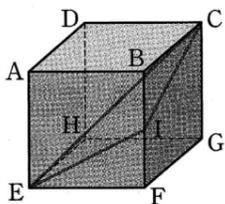
4일차 과제

13. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정육면체에서 \overline{EF} 의 중점을 M , 꼭짓점 D 에서 \overline{GM} 에 내린 수선의 발을 I 라 할 때, \overline{HI} 의 길이는?



- ① $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$
 ④ $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

14. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정육면체에서 모서리 \overline{BF} 의 중점을 I 라 하고, 두 평면 \overline{CEI} , \overline{EFGH} 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?



- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

15. 한 평면 위에 있는 6개의 직선 중에서 어느 두 직선도 평행하지 않고 어느 세 직선도 한 점에서 만나지 않을 때, 6개의 직선으로 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.

16. 지우와 헤리가 각각 오후 2시부터 오후 2시 30분 사이의 임의의 시간에 A지점에 가서 10분 동안 기다리기로 하였다. 두 사람이 만나게 될 확률을 구하여라.

4일차 과제

17. 두 사건 A, B 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 골라라.

| 보기 |

- ㄱ. A, B 가 서로 배반사건이면 A, B 는 서로 독립이다.
- ㄴ. A, B 가 서로 독립이면 A, B^c 도 서로 독립이다.
- ㄷ. A^c, B^c 가 서로 독립이면 A, B 도 서로 독립이다.

18. 6개의 문자 a, b, c, d, e, f 중에서 임의로 한 개의 문자를 뽑을 때, b 를 뽑는 사건을 $[b]$, b 또는 c 를 뽑는 사건을 $[b, c]$ 라 하자. 사건 $[a, b, c, d]$ 와 서로 독립인 사건인 것만을 보기에서 있는 대로 골라라.

| 보기 |

- ㄱ. $[d, f]$
- ㄴ. $[c, d, e]$
- ㄷ. $[c, d, e, f]$

19. 표준편차가 5인 정규분포를 따르는 모집단의 평균을 신뢰도 99%로 추정할 때, 모평균 m 과 표본평균 \bar{X} 의 값 \bar{x} 의 차이가 $\frac{1}{2}$ 이하가 되도록 하려면 적어도 몇 개의 표본을 조사해야 하는가? (단, $P(|Z| \leq 3) = 0.99$)

- ① 100개
- ② 225개
- ③ 400개
- ④ 625개
- ⑤ 900개

20. 어느 도시의 주민 525명을 임의추출하여 자전거 사용률을 조사했더니 16%이었다. 이 도시 주민의 자전거 사용률 p 의 신뢰도 95%의 신뢰구간은? (단, $P(|Z| \leq 2) = 0.95$)

- ① $0.128 \leq p \leq 0.192$
- ② $0.132 \leq p \leq 0.188$
- ③ $0.136 \leq p \leq 0.184$
- ④ $0.140 \leq p \leq 0.180$
- ⑤ $0.144 \leq p \leq 0.176$