

고지우의 **난문현답**

제 3 일

1. 2005년 수능
2. 2010년 6월 평가원
3. 2014년 사관학교
4. 2016년 3월 교육청
5. 2016년 6월 평가원
6. 2014년 사관학교
7. 2016년 9월 평가원
8. 2010년 3월 교육청
9. 2015년 경찰대
10. 2009년 10월 교육청

1. 함수 $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ 에 대하여 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠. $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$
- ㉡. $f(x) + f(1-x) = 1$
- ㉢. $\sum_{k=1}^{100} f\left(\frac{k}{101}\right) = 50$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{1-\sin x} - e^{1-\tan x}}{\tan x - \sin x}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{2}{e}$ ③ 1
- ④ e ⑤ $2e$

3. $0 \leq x \leq \pi$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x + 2}$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축 및 직선 $x = \pi$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. $S_1 + S_2$ 의 값은?

- ① $\ln \frac{3}{2}$ ② $\ln \frac{4}{3}$ ③ $2\ln \frac{3}{2}$
 ④ $2\ln \frac{4}{3}$ ⑤ $4\ln \frac{3}{2}$

4. 함수 $f(x) = \frac{e^{\cos x}}{1 + e^{\cos x}}$ 에 대하여

$$a = f(\pi - x) + f(x), \quad b = \int_0^\pi f(x) dx$$

일 때, $a + \frac{100}{\pi}b$ 의 값을 구하시오.

5. 두 초점이 F, F'인 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 P는 제 1사분면에 있다.
- (나) 삼각형 PFF'가 이등변삼각형이다.

삼각형 PFF'의 넓이를 a 라 할 때, 모든 a 의 값의 곱은?

- ① $3\sqrt{77}$
- ② $6\sqrt{21}$
- ③ $9\sqrt{10}$
- ④ $21\sqrt{2}$
- ⑤ $3\sqrt{105}$

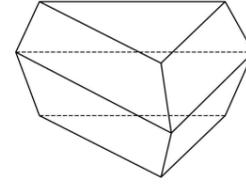
6. 좌표공간에 여섯 개의 점 $A(0, 0, 2)$, $B(2, 0, 0)$, $C(0, 2, 0)$, $D(-2, 0, 0)$, $E(0, -2, 0)$, $F(0, 0, -2)$ 를 꼭짓점으로 하는 정팔면체 ABCDEF가 있다. 이 정팔면체와 평면 $x+y+z=0$ 이 만나서 생기는 도형의 넓이를 S 라 할 때, S^2 의 값을 구하시오.

7. 좌표공간에 두 개의 구

$$S_1 : x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1, \quad S_2 : x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 4$$

가 있다. 점 $P\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{6}, 0\right)$ 을 포함하고, S_1 과 S_2 에 동시에 접하는 평면을 α 라 하자. 점 $Q(k, -\sqrt{3}, 2)$ 가 평면 α 위의 점일 때 $120k$ 의 값을 구하시오.

8. 아래 그림과 같이 합동인 정삼각형 2개와 합동인 등변사다리꼴 6개로 이루어진 팔면체가 있다. 팔면체의 각 면에는 한 가지의 색을 칠한다고 할 때, 서로 다른 8개의 색을 모두 사용하여 팔면체의 각 면을 칠하는 경우의 수는?
(단, 팔면체를 회전시켰을 때 색의 배열이 일치하면 같은 경우로 생각한다.)



- ① 6520 ② 6620 ③ 6720
④ 6820 ⑤ 6920

9. 좌석의 수가 50인 어느 식당에서 예약한 사람이 예약을 취소하는 경우가 10명 중 1 명꼴이라고 한다. 52명이 예약을 했을 때, 좌석이 부족하게 될 확률은 $p \times 0.9^{52}$ 이다. p 의 값은?

- ① $\frac{61}{9}$ ② 7 ③ $\frac{56}{9}$
 ④ $\frac{67}{9}$ ⑤ $\frac{23}{3}$

10. 표는 $k=0, 1, 2, 3, 4$ 일 때, $p_k = {}_{30}C_k \left(\frac{1}{6}\right)^k \left(\frac{5}{6}\right)^{30-k}$ 의 값을 소수점 아래 셋째자리까지 나타낸 것이다.

k	0	1	2	3	4
p_k	0.004	0.025	0.073	0.137	0.185

주사위를 30번 던져 1의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, 위의 표를 이용하여 $\sum_{r=3}^{30} rP(X=r)$ 의 값을 구한 것은?

- ① 4.765 ② 4.829 ③ 4.902
 ④ 4.946 ⑤ 4.971

3일차 과제

1. 두 함수 $f(x)=2^x, g(x)=3^x$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

| 보 기 |

ㄱ. $f(2x)g(2x) = \{f(x)g(x)\}^2$
 ㄴ. $a < b$ 이면 $f(-3a)g(2a) < f(-3b)g(2b)$
 ㄷ. $a < b$ 이면 $f(4a)g(-3a) > f(4b)g(-3b)$

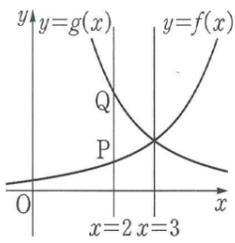
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2. 오른쪽 그림과 같이 두 함수

$f(x) = a^{x-m}, g(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^{x-m}$ 의 그래프는

직선 $x=3$ 에 대하여 대칭이고, 직선 $x=2$ 와 $y=f(x), y=g(x)$ 의 그래프의 교점을

각각 P, Q 라 할 때, $\overline{PQ} = \frac{3}{2}$ 이다. 이때 상수 a, m 에 대하여 am 의 값을 구하여라. (단, $a > 1$)



3. 1이 아닌 양수 a, b 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{a^x + \log_b x}{b^x + \log_a x} = \frac{1}{4}$$

일 때, $\log_a b$ 의 값을 구하여라.

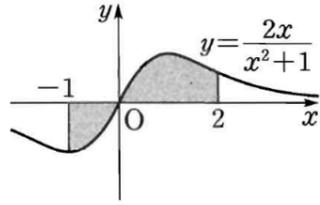
4. 함수 $y = \sin x \left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ 의 역함수를 $y = \sin^{-1} x$ 라 할 때,

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} \frac{x}{2}}{x}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 4

3일차 과제

5. 오른쪽 그림과 같이 곡선 $y = \frac{2x}{x^2+1}$ 와 x 축 및 두 직선 $x = -1, x = 2$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.



7. 모든 실수 a, b 에 대하여

$$\int_{-b}^{-a} f(x)dx + \int_a^b f(x)dx = 0$$

이 성립하는 함수인 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f(x) = x^6 - 1$

ㄴ. $f(x) = x^{2017} + x^{2015}$

ㄷ. $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

6. 곡선 $y = \sin 2x$ 와 이 곡선 위의 점 $(\frac{\pi}{6}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 에서의 접선 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

- ① $-\frac{\pi^2}{72} + \frac{\sqrt{3}}{12}\pi - \frac{1}{4}$
 ② $-\frac{\pi^2}{36} + \frac{\sqrt{3}}{6}\pi - \frac{1}{2}$
 ③ $-\frac{\pi^2}{72} + \frac{\sqrt{3}}{12}\pi$
 ④ $-\frac{\pi^2}{36} + \frac{\sqrt{3}}{6}\pi$
 ⑤ $-\frac{\pi^2}{72} + \frac{\sqrt{3}}{6}\pi$

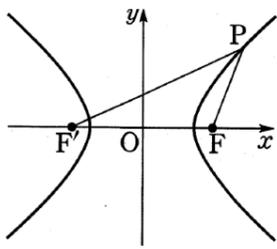
8. 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) + f(-x) = x^2(e^x + \frac{1}{e^x})$ 이 성립할

때, 정적분 $\int_{-1}^1 f(x)dx$ 의 값은?

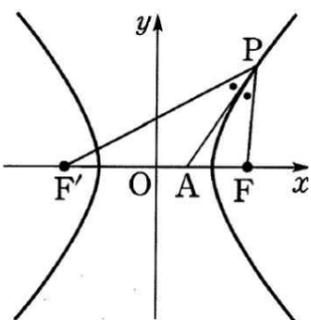
- ① $\frac{2}{e}$ ② $\frac{5}{e}$ ③ $e - 1$
 ④ $e - \frac{5}{e}$ ⑤ $3e - \frac{5}{e}$

3일차 과제

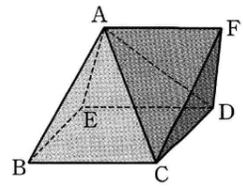
9. 쌍곡선 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{11} = 1$ 위의 점 P와 두 초점 F, F'에 대하여 세 선분 PF, FF', PF'의 길이는 이 순서대로 등차수열을 이룬다. 이때 $\overline{PF}^2 + \overline{PF'}^2$ 의 값은 (단, $\overline{PF'} > \overline{PF}$)



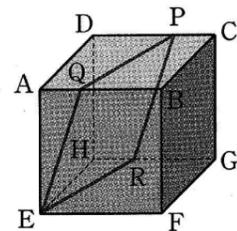
10. 쌍곡선 $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$ 위의 한 점 P와 두 초점 F, F'에 대하여 $\angle F'PF$ 의 이등분선이 x축과 만나는 점을 A라 하면 $\overline{F'A} : \overline{FA} = 5 : 3$ 이다. 이때 삼각형 PFF'의 둘레의 길이를 구하여라.



11. 오른쪽 그림은 모든 모서리의 길이가 같은 사각뿔 ABCDE와 정사면체 ACDF가 면 ACD를 공유하도록 붙여 놓은 것이다. 두 면 BCDE와 CDF가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값을 구하여라.



12. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 3인 정육면체에서 $\overline{AQ} = \overline{CP} = \overline{HR} = 1$ 이다. 평면 PQER와 평면 EFGH가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값을 구하여라.



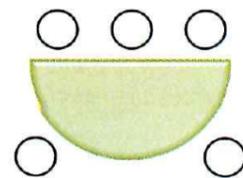
3일차 과제

13. 두 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 12z + 33 = 0$ 이 점 $P(a, b, c)$ 에서 서로 접할 때, $a+b-c$ 의 값은?

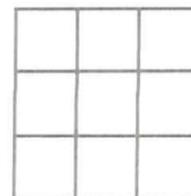
- ① $-\frac{33}{7}$ ② -3 ③ $-\frac{3}{7}$
 ④ $\frac{5}{7}$ ⑤ 2

14. 구 $(x-2)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 6$ 에 접하고 직선 $x-1=y=\frac{z+1}{2}$ 에 수직인 평면의 방정식을 모두 구하여라.

15. 오른쪽 그림과 같은 탁자에 5명이 둘러앉는 방법의 수를 구하여라.



16. 오른쪽 그림과 같이 정사각형을 9등분한 도형의 각 영역을 서로 다른 9가지 색을 모두 이용하여 칠하는 방법의 수는 $k \times 7!$ 이다. 이때 상수 k 의 값을 구하여라.



3일차 과제

17. 어느 음료수 회사에서 이벤트로 음료수 10병중에서 1병의 비율로 병뚜껑에 '한 병 더'라는 글씨를 새겨, 이 뚜껑을 가져온 고객에게는 음료수 한 병을 경품으로 준다고 한다. 이 음료수를 3병 구입한 사람이 경품으로 1병의 음료수를 받을 확률이 $\frac{3^k}{10^4}$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

18. 어느 호텔을 예약한 사람 중에서 실제로 그 호텔에 투숙하는 사람은 80%라 한다. 방이 20개인 이 호텔에서 같은 날 22개의 예약을 받은 경우 실제로 방이 부족할 확률을 구하여라.
(단, $0.8^{21} = 0.009$, $0.8^{22} = 0.007$ 로 계산한다.)

19. 확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = {}_{45}C_x \cdot \frac{2^x}{3^{45}} \quad (x=0, 1, 2, \dots, 45)$$

일 때, $E(X)$ 와 $V(X)$ 는?

- ① $E(X)=10, V(X)=1$
- ② $E(X)=10, V(X)=5$
- ③ $E(X)=15, V(X)=10$
- ④ $E(X)=30, V(X)=5$
- ⑤ $E(X)=30, V(X)=10$

20. 한 번의 타석에서 안타칠 확률이 0.2인 야구 선수가 10번의 타석에서 안타를 친 횟수를 확률변수 X 라 할 때, $P(X \leq 9)$ 는?

- ① $\left(\frac{4}{5}\right)^{10}$ ② $\left(\frac{4}{5}\right)^{11}$ ③ $1 - \left(\frac{1}{5}\right)^9$
- ④ $1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10}$ ⑤ $1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{11}$