

4일차 과제

1. $0 < a < 1$ 일 때, 함수 $y = a^{-x^2+4x-2}$ 의 최솟값이 $\frac{1}{4}$ 이다. 이때 상수 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4\sqrt{2}}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$-x^2 + 4x - 2 \leq 2$$

$$a^2 = \frac{1}{4}$$

$$a = \frac{1}{2}$$

∴ ④

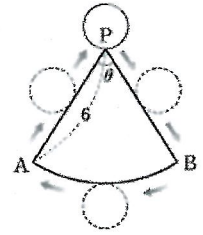
2. 방정식 $(x-2)^{x-5} = 6^{x-5}$ 의 모든 근의 곱을 구하여라.
(단, $x > 2$)

① $x-2 = 6 \quad \therefore x = 8$
별

② $x-5 = 0 \quad \therefore x = 5$
저

∴ 40

3. 중심각의 크기가 θ 이고 반지름의 길이가 6인 부채꼴 PAB 위의 점 P에서 반지름의 길이가 1인 원이 부채꼴과 접하고 있다. 원이 점 P를 출발하여 부채꼴과 접하면서 세 바퀴를 굴렀더니 점 P로 되돌아왔다. 이때 θ 의 값은?



- ① $\pi - \frac{5}{2}$ ② $\pi - 2$ ③ $\pi - \frac{3}{2}$
- ④ $\frac{\pi}{2} - 1$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

부채꼴 둘레 = $2 + 6\theta$

$2\pi \times 3 = 2 + 6\theta$
세바퀴

∴ $\pi - 2$

4. $\cos 2x = \frac{1}{3}$ 일 때, 등비급수

$$1 + \cos^2 x + \cos^4 x + \cos^6 x + \dots$$

의 합을 구하여라.

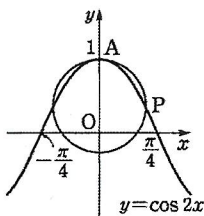
$$2\cos^2 x - 1 = \frac{1}{3} \quad \therefore \cos^2 x = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{1 - \cos^2 x} = \frac{1}{1 - \frac{2}{3}}$$

∴ 3

4일차 과제

5. 곡선 $y = \cos 2x$ 위의 두 점 $A(0, 1)$, $P(a, b)$ 에 대하여 두 점 A, P를 지나고 중심이 y 축 위에 있는 원의 반지름의 길이를 r 라 하자. 점 P가 점 A에 한없이 가까워질 때, r 의 극한값을 구하여라.
(단, P는 제1사분면 위의 점이다.)



$A(0, 1)$
 $P(a, \cos 2a)$
 $(0, 1-r)$

$$r = \sqrt{0^2 + (1 - \cos 2a - r)^2}$$

$$1 - \cos 2a = 2 \sin^2 a$$

절대 값 1차

$$0 = a^2 + 4 \sin^4 a - 4 \sin^2 a \cdot r$$

$$r = \frac{a^2}{4 \sin^2 a} + \sin^2 a$$

$$\lim_{a \rightarrow 0} r = \frac{1}{4} \quad \therefore \frac{1}{4}$$

6. 함수 $f(x) = x^3 + 2x - 2$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)g(x) - 1}{x - 1}$ 의 값은?

- ① $\frac{11}{5}$ ② $\frac{16}{5}$ ③ $\frac{21}{5}$
- ④ $\frac{26}{5}$ ⑤ $\frac{31}{5}$

$$f(1) = 1, g(1) = 1$$

$$f'(1) = 5, g'(1) = \frac{1}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{g'(x)}{f'(x)} \quad (\text{단, } \frac{0}{0} \text{ 꼴 + 비가})$$

가끔은 로피탈도 가능함

$$\lim_{x \rightarrow 1} \{ f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \}$$

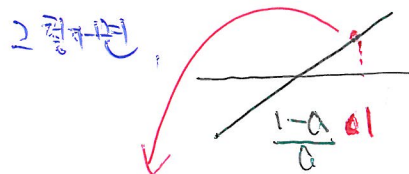
$$= f'(1) \times g(1) + f(1) \times g'(1)$$

$$\therefore \frac{26}{5}$$

7. 함수 $f(x) = \frac{e^{ax}}{x+1}$ 이 구간 $(1, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 정수 a 의 최솟값을 구하여라.

$$f'(x) = \frac{(ax + a - 1) \cdot e^{ax}}{(x+1)^2}$$

$f'(x)$ 의 부호는 $ax + a - 1$ 에 달려있음



$$2a - 1 \geq 0$$

$$\therefore a = 1$$

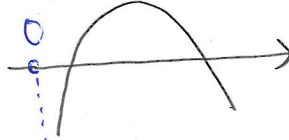
8. 함수 $f(x) = \frac{a}{x} + \ln x^3 - x$ 가 극댓값과 극솟값을 모두 가질 때, 모든 정수 a 의 값의 합은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

$$f'(x) = \frac{-x^2 + 3x - a}{x^2}$$

$x > 0$ (\because 좌측 근간)에서

$$-x^2 + 3x - a = g(x)$$



$$\Delta D = 9 - 4a > 0$$

$$\ominus g(0) < 0$$

"
-a

$$0 < a < \frac{9}{4}$$

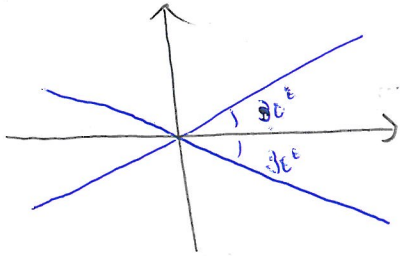
$\therefore 3$

4일차 과제

9. 쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$ 의 두 점근선이 이루는 둔각의 크기를 구하여라.

$$g = \frac{1}{3}x$$

$$g = -\frac{1}{3}x$$



$\therefore 60^\circ$

10. 기울기가 -1 이고 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 에 접하는 두 직선 사이의 거리는?

- ① $\sqrt{3}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ③ $\sqrt{6}$
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

$$g = mx \pm \sqrt{a^2m^2 - b^2} \quad \left(\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \right)$$

강 알자.

$$g = -x \pm \sqrt{3}$$

$(0, \sqrt{3})$ 에서 $x+g+\sqrt{3}=0$ 까지

$$\frac{|2\sqrt{3}|}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}$$

\therefore ③

11. 매개변수 t 로 나타낸 함수

$$x = a(t - \sin t), \quad y = a(1 - \cos t)$$

에 대하여 $\frac{dy}{dx}$ 를 t 에 대한 함수로 나타내면? (단, $a > 0$)

- ① $\cos \frac{t}{2}$ ② $\tan \frac{t}{2}$ ③ $\sec \frac{t}{2}$
- ④ $\csc \frac{t}{2}$ ⑤ $\cot \frac{t}{2}$

$$\frac{dx}{dt} = a - a \cos t, \quad \frac{dy}{dt} = a \sin t$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{\sin t}{1 - \cos t} = \frac{2 \sin \frac{t}{2} \cos \frac{t}{2}}{2 \sin^2 \frac{t}{2}} = \cot \frac{t}{2}$$

\therefore ⑤

12. 곡선 $x = \theta + \sin \theta, y = 1 - \cos \theta$ 에서 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 에 대응하는 점에서의 접선과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $\frac{\pi^2}{8}$ ② $\frac{\pi^2}{4}$ ③ $\frac{\pi^2}{2}$
- ④ 1 ⑤ π

$$\frac{dy/d\theta}{dx/d\theta} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}, \quad \theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1$$

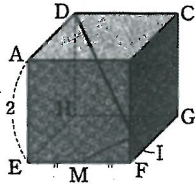
$$g = 1 \left(x - \frac{\pi}{2} - 1 \right) + 1$$

$$\therefore g = x - \frac{\pi}{2}$$

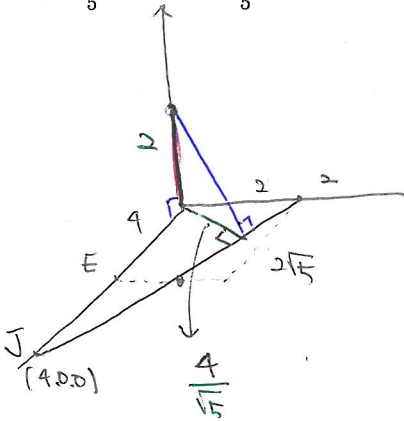
$\therefore \frac{\pi^2}{8}$

4일차 과제

13. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정육면체에서 \overline{EF} 의 중점을 M , 꼭짓점 D 에서 \overline{GM} 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, \overline{HI} 의 길이는?

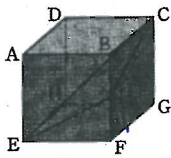


- ① $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$
- ④ $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

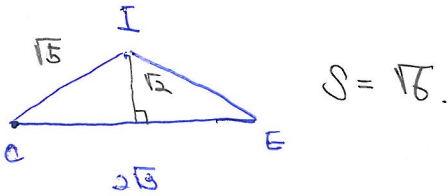


$\therefore \frac{4}{\sqrt{5}}$

14. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정육면체에서 모서리 \overline{BF} 의 중점을 I 라 하고, 두 평면 \overline{CEI} , \overline{EFGH} 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?



- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

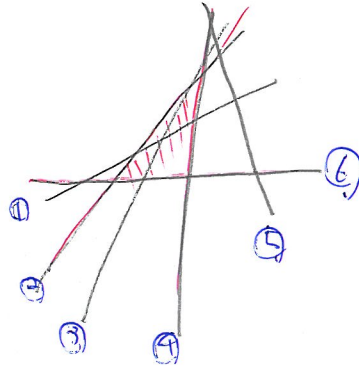


ΔEFG 의 넓이 $S = 2$

$\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\therefore \frac{\sqrt{5}}{5}$

15. 한 평면 위에 있는 6개의 직선 중에서 어느 두 직선도 평행하지 않고 어느 세 직선도 한 점에서 만나지 않을 때, 6개의 직선으로 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.



C_3

$\therefore 20$

16. 지우와 헤리가 각각 오후 2시부터 오후 2시 30분 사이의 임의의 시간에 A지점에 가서 10분 동안 기다리기로 하였다. 두 사람이 만나게 될 확률을 구하여라.

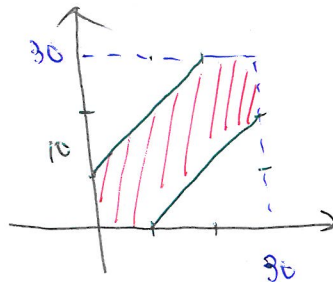
지우 도착 시간 x 분, $0 \leq x \leq 30$

헤리 " y 분, $0 \leq y \leq 30$

만나려면 $|x-y| \leq 10$

그러!

$$\begin{cases} y \leq x+10 \\ y \geq x-10 \end{cases}$$



$\Rightarrow \frac{500}{900}$

$\therefore \frac{5}{9}$

4일차 과제

17. 두 사건 A, B에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 골라라.

- 보기
- ㄱ. A, B가 서로 배반사건이면 A, B는 서로 독립이다.
 - ㄴ. A, B가 서로 독립이면 A, B^c도 서로 독립이다.
 - ㄷ. A^c, B^c가 서로 독립이면 A, B도 서로 독립이다.

그제만 알자.

"A, B가 동사건이 아닐 때, A, B가 배반이면 종속이다." T

즉 P(A) × P(B) ≠ 0

P(A ∩ B) = 0

∴ P(A ∩ B) ≠ P(A) × P(B)

"A, B가 독립이면 A, B^c 독립." =

A^c, B " T

A^c, B^c "

∴ L, D.

18. 6개의 문자 a, b, c, d, e, f 중에서 임의로 한 개의 문자를 뽑을 때, b를 뽑는 사건을 [b], b 또는 c를 뽑는 사건을 [b, c]라 하자. 사건 [a, b, c, d]와 서로 독립인 사건인 것만을 보기에서 있는 대로 골라라. A 사건

- 보기
- ㄱ. [d, f]
 - ㄴ. [a, d, e]
 - ㄷ. [c, d, e, f]

B 사건

C 사건

D 사건

P(A) = 2/3

ㄱ. P(B) = 1/3, P(A ∩ B) = 1/6 ≠ P(A) × P(B)

∴ 종속

ㄴ. P(C) = 1/2, P(A ∩ C) = 1/3 = P(A) × P(C)

∴ 독립.

ㄷ. P(D) = 2/3, P(A ∩ D) = 1/3 ≠ P(A) × P(D)

∴ 종속

∴ L.

19. 표준편차가 5인 정규분포를 따르는 모집단의 평균을 신뢰도 99%로 추정할 때, 모평균 m과 표본평균 \bar{X} 의 값 \bar{x} 의 차가 1/2 이하가 되도록 하려면 적어도 몇 개의 표본을 조사해야 하는가? (단, P(|Z| ≤ 3) = 0.99)

- ① 100개 ② 225개 ③ 400개
- ④ 625개 ⑤ 900개

$$|\bar{X} - m| = s \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \frac{1}{2}$$

$$\frac{3 \cdot 5}{\sqrt{n}} \leq \frac{1}{2}$$

$$n \geq 900$$

∴ 900

20. 어느 도시의 주민 525명을 임의추출하여 자전거 사용률을 조사했더니 16%이었다. 이 도시 주민의 자전거 사용률 p의 신뢰도 95%의 신뢰구간은? (단, P(|Z| ≤ 2) = 0.95)

- ① 0.128 ≤ p ≤ 0.192 ② 0.132 ≤ p ≤ 0.188
- ③ 0.136 ≤ p ≤ 0.184 ④ 0.140 ≤ p ≤ 0.180
- ⑤ 0.144 ≤ p ≤ 0.176

$$\left[\hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

↓ ↓ ↓
 0.16 2 525

∴ [0.128, 0.192]

