

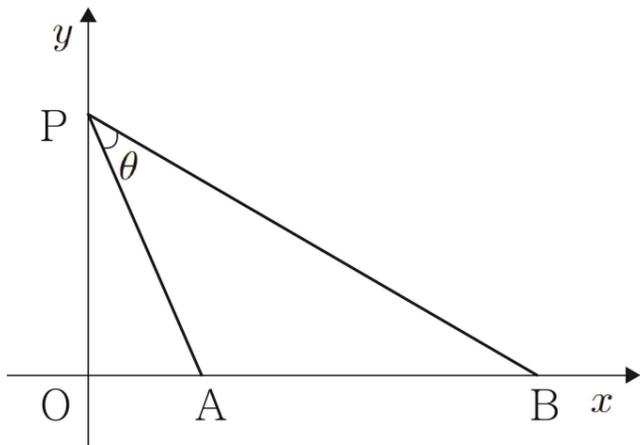
# 고지우의 **난문현답**

---

## 제 15 일

1. 2005년 9월 평가원
2. 2015년 3월 교육청
3. 2014년 사관학교
4. 2014년 수능
5. 2011년 10월 교육청
6. 2008년 사관학교
7. 2013년 9월 평가원
8. 2010년 6월 평가원
9. 2011년 경찰대
10. 2009년 7월 교육청

1. 그림과 같이  $x$ 축 위의 두 점  $A(20, 0)$ ,  $B(80, 0)$ 과 양의 축  $y$ 축 위의 점  $P(0, y)$ 에 대하여  $\angle APB = \theta$ 라고 할 때,  $\tan\theta$ 의 값이 최대가 되는 점  $P$ 의  $y$ 좌표를 구하시오.



2. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sin^2 x + a \cos x, \quad g(x) = \begin{cases} 0 & (x < -\frac{\pi}{2}) \\ x & (-\frac{\pi}{2} \leq x < \pi) \\ bx & (x \geq \pi) \end{cases}$$

에 대하여 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?  
(단,  $a, b$ 는 실수이다)

ㄱ.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} g(x) = 0$

ㄴ.  $a = 2$ 이면 합성함수  $(f \circ g)(x)$ 는  $x = -\frac{\pi}{2}$ 에서 연속이다.

ㄷ.  $a$ 의 값에 관계없이 합성함수  $(f \circ g)(x)$ 가  $x = \pi$ 에서 연속이면  $b = 2n - 1$  ( $n$ 은 정수)이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3. 두 함수  $f(x)=e^x(x^2+ax+b)$ ,  $g(x)=e^{-x}(x^2+ax+b)$ 는 각각  $x=-3$ ,  $x=2$ 에서 극댓값을 갖는다. 두 함수  $f(x), g(x)$ 의 극솟값을 각각  $m_1, m_2$ 라 할 때,  $m_1+m_2$ 의 값은?  
(단,  $a, b$ 는 상수이다.)

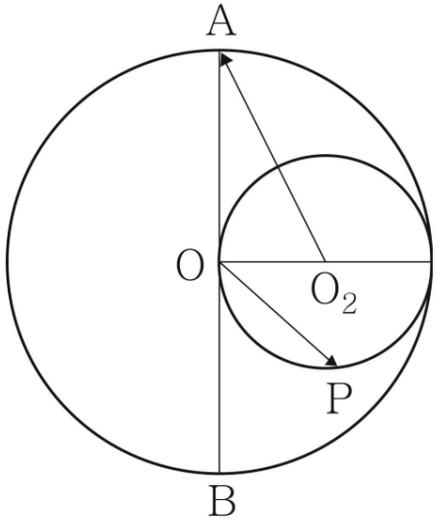
- ①  $-2e$       ②  $-e-1$       ③  $0$   
④  $e-1$       ⑤  $2e$

4. 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)=f(x)e^{-x}$ 이 다음 조건을 만족한다.

- (가) 점  $(1, g(1))$ 과 점  $(4, g(4))$ 의 곡선  $y=g(x)$ 의 변곡점이다.  
(나) 점  $(0, k)$ 에서 곡선  $y=g(x)$ 에 그은 접선의 개수가 3인  $k$ 의 값의 범위는  $-1 < k < 0$ 이다.

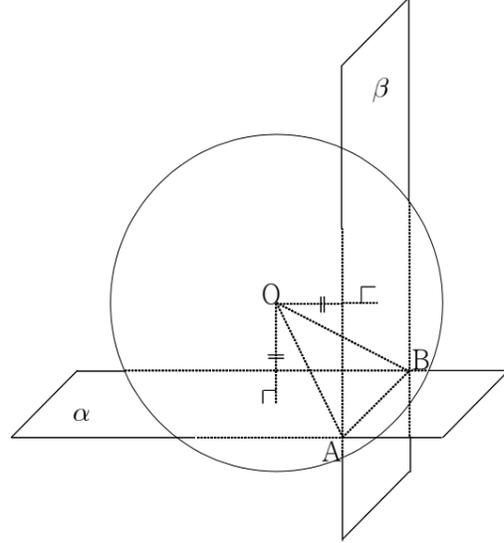
$g(-2) \times g(4)$ 의 값을 구하시오.

5. 그림과 같이 두 점  $O_1, O_2$ 를 중심으로 하는 반지름의 길이가 각각 2, 1인 두 원이 내접하고, 큰 원의 지름 AB와 선분  $O_1O_2$ 가 수직이다. 점 P가 작은 원 위를 움직일 때, 두 벡터  $\vec{O_1P}, \vec{O_2A}$ 의 내적  $\vec{O_1P} \cdot \vec{O_2A}$ 의 최댓값 M에 대하여  $12(M+1)^2$ 의 값을 구하시오.



6. 중심이 O이고 반지름의 길이가 1인 구와, 점 O로부터 같은 거리에 있고 서로 수직인 두 평면  $\alpha, \beta$ 가 있다. 그림과 같이 두 평면  $\alpha, \beta$ 의 교선이 구와 만나는 점을 각각 A, B라 하자.

삼각형 OAB가 정삼각형일 때, 점 O와 평면  $\alpha$  사이의 거리는?



- ①  $\frac{\sqrt{2}}{5}$       ②  $\frac{\sqrt{6}}{4}$       ③  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- ④  $\frac{\sqrt{3}}{6}$       ⑤  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

7. 좌표공간에서 구

$$S: (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$$

위를 움직이는 점 P가 있다. 점 P에서 구 S에 접하는 평면이 구  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ 과 만나서 생기는 도형의 넓이의 최댓값은  $(a+b\sqrt{3})\pi$ 이다.  $a+b$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $a, b$ 는 자연수이다.)

8. 50 이하의 자연수  $n$  중에서  $\sum_{k=1}^n {}_n C_k$ 의 값이 3의 배수가 되도록 하는  $n$ 의 개수를 구하시오.

9. 다항식  $(x^3 + 3x^2 + 3x + a)^4$ 의 전개식에서  $x^7$ 의 계수가  $2^3 \times 3^5$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① 9            ② 18            ③ 27  
④ 36           ⑤ 45

10. 어느 배구선수의 공격이 성공하는 횟수를 확률변수  $X$ 라 하면,  $n$ 번 공격했을 때  $k$ 번 성공할 확률은 다음과 같다.

$$P(X=k) = {}_n C_k \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

이때,  $\sum_{k=0}^n (k+1)^2 \cdot P(X=k) = 451$ 을 만족하는  $n$ 의 값을 구하시오.