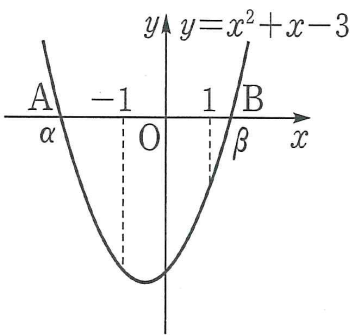
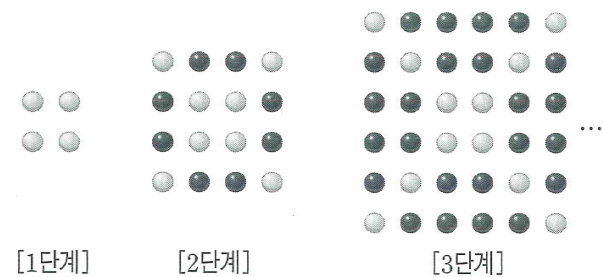


14일차 과제

1. 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 + x - 3$ 의 그래프가 x 축과 두 점 A, B에서 만난다. 점 A, B의 x 좌표를 각각 α, β 라 할 때, 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\alpha^n} + \frac{1}{\beta^n} \right)$ 의 합을 구하여라.



2. 다음 그림과 같이 대각선 방향에는 흰색 바둑돌을, 나머지에 검은색 바둑돌을 정사각형 모양으로 놓는다.



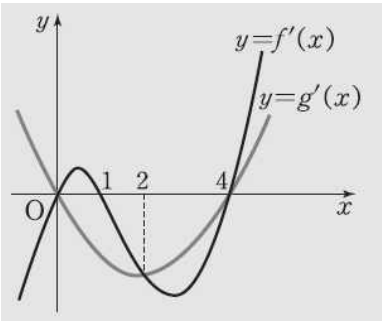
이와 같은 방법을 계속하여 바둑돌을 놓을 때, $[n$ 단계]에 놓인 검은색 바둑돌의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{6}$
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{3}{4}$
- ⑤ 1

3. 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값을 구하시오.

- (가) 닫힌 구간 $[0, 1]$ 에서 연속이고 열린 구간 $(0, 1)$ 에서 미분가능하다.
- (나) $0 < c < 1$ 인 모든 c 에 대하여 $|f'(c)| \leq 5$ 이다.
- (다) $f(0) = 3$

4. 사차함수 $f(x)$ 와 삼차함수 $g(x)$ 에 대하여 두 함수 $y = f'(x), y = g'(x)$ 의 그래프는 그림과 같다. 함수 $h(x)$ 를 $h(x) = f(x) - g(x)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



- 보기
- ㄱ. 방정식 $h'(x) = 0$ 의 모든 실근의 합은 6이다.
- ㄴ. $1 < x < 2$ 에서 함수 $h(x)$ 는 증가한다.
- ㄷ. 함수 $h(x)$ 는 $x = 4$ 에서 극대이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14일차 과제

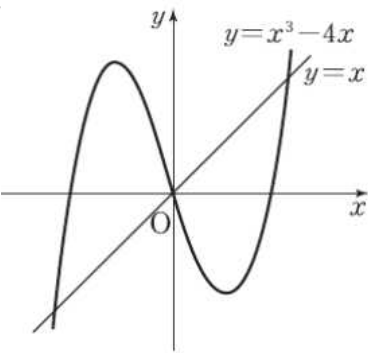
5. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)=x^3-3ax^2+a$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은?

(가) 함수 $f(x)$ 는 $x=\alpha$ 에서 극대이고 $x=\beta$ 에서 극소이다.

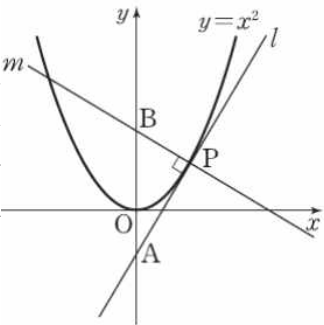
(나) $\frac{f(\beta)-f(\alpha)}{\beta-\alpha}=f'(1)-3$

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

6. 함수 $f(x)=x^3-4x$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동시켜 직선 $y=x$ 에 접하도록 하는 m 에 대하여 $27m^2$ 의 값을 구하시오.
(단, m 은 상수이다.)



7. 양수 a 에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $P(a, a^2)$ 에서의 접선을 l , 점 P 를 지나고 직선 l 과 수직인 직선을 m 이라 할 때, 두 직선 l, m 이 y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 두 점 A, B 사이의 거리가 1이 되도록 하는 a 의 값은?



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$
 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

8. 다항함수 $f(x)$ 가 $\int_0^2 2xf(x)dx + \int_0^2 (x^2+1)f'(x)dx = 8, f(0) = 2$ 를 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오.

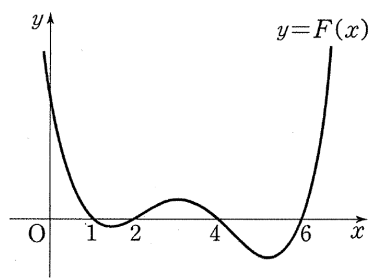
14일차 과제

9. 삼차함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 할 때, 함수 $y=F(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. 부등식

$$\int_m^{m+1} f(x)dx < 0$$

을 만족시키는 모든 자연수 m 의 값의 합은?

- ① 5 ② 7 ③ 9
④ 11 ⑤ 13

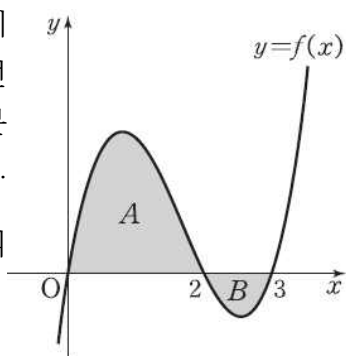


11. 함수 $f(x)=2x+|x|+4$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g(1)+g^{-1}(1)$ 의 값을 구하시오.

10. 함수 $f(x)$ 가 닫힌 구간 $[0,3]$ 에서 연속일 때, 그림과 같이 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 두 부분 A, B 의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 하자.

$S_1 = \frac{8}{3}$, $\int_0^3 f(x)dx = \frac{9}{4}$ 일 때, S_2 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$



12. 두 집합 $X=\{2, 4, 6, 8\}$, $Y=\{4, 6, 8, 10\}$ 에 대하여 함수 f 는 X 에서 Y 로의 일대일 대응이고

$$f(x) = \begin{cases} f(x+2)+2 & (x=2, 4) \\ 6 & (x=6) \\ a & (x=8) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a+f(2)$ 의 값은?

- ① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

14일차 과제

13. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2$ 이고

$$a_{n+1} = \frac{2a_n}{a_n - 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킬 때, a_4 의 값은?

- ① $\frac{14}{5}$ ② $\frac{29}{10}$ ③ 3
- ④ $\frac{31}{10}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

14. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 = 99, a_2 = 103$
(나) $a_{n+2} = a_n - 4 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

$a_k + a_{k+1} < 0$ 을 만족시키는 자연수 k 의 최솟값을 구하시오.

15. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \rightarrow X$ 의 개수는?

(가) $f(1) < f(2) < f(3)$
(나) $f(4) \leq f(5)$

- ① 110 ② 120 ③ 130
- ④ 140 ⑤ 150

16. 서로 다른 5개의 사탕을 A, B, C 세 사람에게 각 사람이 적어도 한 개씩 받도록 남김없이 나누어 줄 때, A가 받은 사탕의 개수가 B, C가 각각 받은 사탕의 개수보다 많거나 같은 경우의 수는?

- ① 50 ② 60 ③ 70
- ④ 80 ⑤ 90

14일차 과제

17. 서로 다른 5가지 음식을 파는 식당이 있다. 갑이 이 식당에서 아침, 점심, 저녁에 각각 하나씩의 음식을 서로 다르게 주문하고 같은 날 을도 이 식당에서 아침, 점심, 저녁에 각각 하나씩의 음식을 서로 다르게 주문하려고 한다. 아침, 점심, 저녁 중 한 번만 두 사람이 주문한 음식이 같고 갑과 을이 주문한 음식의 종류가 총 4가지가 되도록 주문하는 경우의 수는?

- ① 700 ② 710 ③ 720
- ④ 730 ⑤ 740

18. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 X 로의 함수 중 임의로 선택한 한 함수를 $f(x)$ 라 할 때, $f(1)f(2)f(3)$ 의 값이 6의 배수일 확률은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{10}{27}$ ③ $\frac{11}{27}$
- ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{13}{27}$

19. 1층에서 5층까지 운행하는 엘리베이터에 1층에서 탑승한 6명의 탑승객이 2층, 3층, 4층, 5층 중 3개의 층에서 모두 내리는 경우의 수는? (단, 새로 타는 탑승객은 없다.)

- ① 2080 ② 2120 ③ 2160
- ④ 2200 ⑤ 2240

20. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 집합 $Y = \{-2, -1, 0, 1\}$ 로의 함수 중에서 임의로 선택한 한 함수를 $f(x)$ 라 할 때, $f(1)f(2)f(3) = 0$ 또는 $f(4) \geq 0$ 이 성립할 확률은?

- ① $\frac{95}{128}$ ② $\frac{97}{128}$ ③ $\frac{99}{128}$
- ④ $\frac{101}{128}$ ⑤ $\frac{103}{128}$