

고지우의난문현답

제 11 일

1. 2009년 9월 평가원
2. 2013년 3월 교육청
3. 2016년 사관학교
4. 2013년 수능
5. 2014년 7월 교육청
6. 2013년 사관학교
7. 2009년 수능
8. 2005년 6월 평가원
9. 2012년 10월 교육청
10. 2004년 12월 평가원

1. $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$ 일 때, 함수

$$f(x) = \frac{b^x + \log_a x}{a^x + \log_b x}$$

에 대하여 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. $1 < a < b$ 이면 $x > 1$ 인 모든 x 에 대하여 $f(x) > 1$ 이다.
 ㄴ. $b < a < 1$ 이면 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ 이다.
 ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \log_a b$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2. 지름의 길이가 1인 원에 내접하는 사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

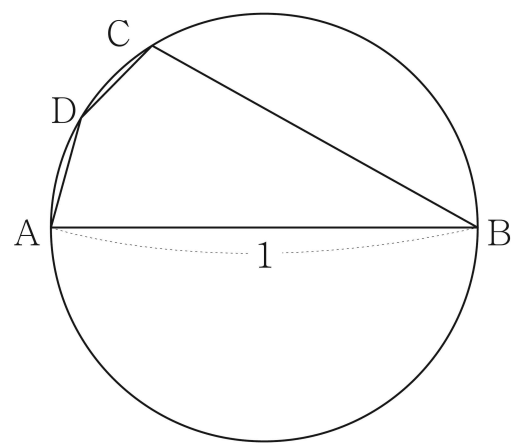
(가) 선분 AB는 원의 지름이다.

(나) $\overline{AD} = \overline{CD} < \frac{\sqrt{2}}{2}$

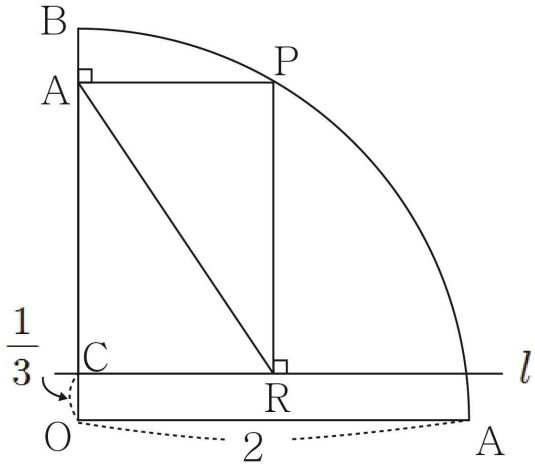
사각형 ABCD의 둘레의 길이가 $\frac{19}{8}$ 일 때, 선분 AD의 길이는

$\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



3. 그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OB 위에 $\overline{OC} = \frac{1}{3}$ 인 점 C를 잡고, 점 C를 지나고 선분 OA와 평행한 직선을 l 이라 하자. 호 AB 위를 움직이는 점 P에서 선분 OB와 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 할 때, 삼각형 PQR의 넓이의 최댓값은?

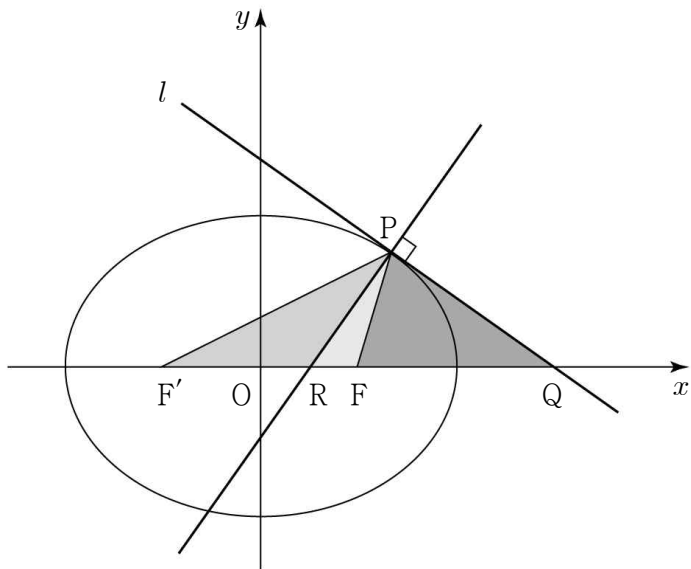


- ① $\frac{\sqrt{7}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{6}$ ③ $\frac{5\sqrt{7}}{24}$
 ④ $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{7}}{24}$

4. 함수 $f(x) = kx^2e^{-x}$ ($k > 0$)과 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서 x 축까지의 거리와 y 축까지의 거리 중 크지 않은 값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 한 점에서만 미분가능하지 않도록 하는 k 의 최댓값은?

- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ③ $\frac{e}{2}$
 ④ $\sqrt{e}$ ⑤ e

5. 그림과 같이 두 초점이 F, F' 인 타원 $3x^2 + 4y^2 = 12$ 위를 움직이는 제 1 사분면 위의 점 P 에서의 접선 l 이 x 축과 만나는 점을 Q , 점 P 에서 접선 l 과 수직인 직선을 그어 x 축과 만나는 점을 R 라 하자. 세 삼각형 $PRF, PF'R, PFQ$ 의 넓이가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 점 P 의 x 좌표는?

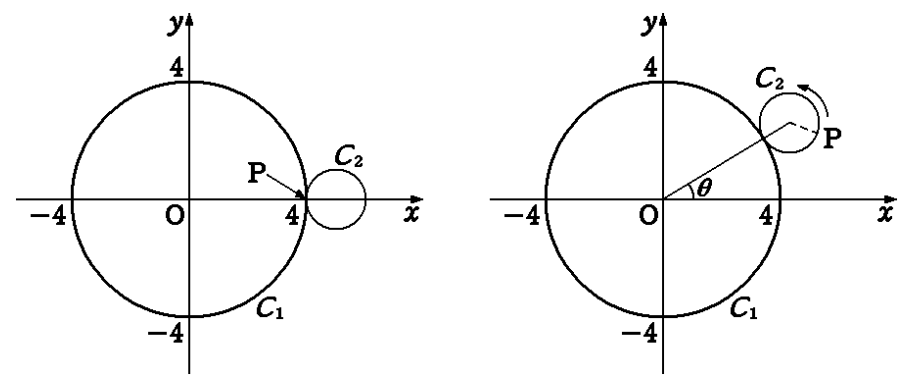


- ① $\frac{13}{12}$ ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{5}{4}$
 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{17}{12}$

6. [그림1]과 같이 좌표평면 위에 중심이 원점이고 반지름의 길이가 4인 큰 원 C_1 과 반지름의 길이가 1인 작은 원 C_2 가 점 $(4, 0)$ 에서 외접하고 있다. 이때 작은 원 위의 한 점을 P 라 하자.

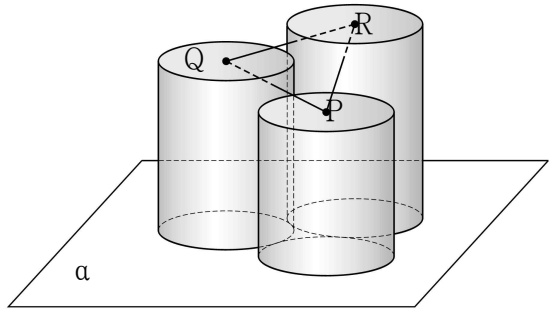
[그림2]와 같이 원 C_2 가 원 C_1 에 접한 상태로 굴러갈 때, 두 원의 중심을 연결한 선분이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ 라 하자.

θ 의 값이 0에서 $\frac{\pi}{2}$ 까지 변할 때, 점 $(4, 0)$ 에서 출발한 점 P 가 움직인 거리는?

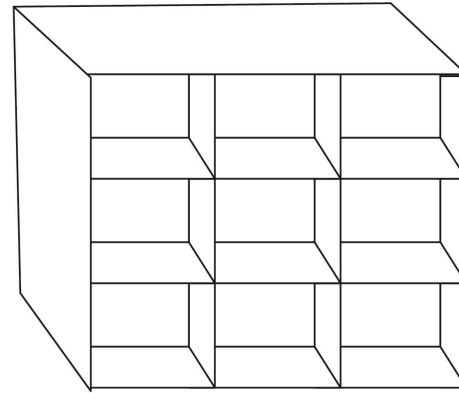


- ① 8 ② 9 ③ 10
 ④ 11 ⑤ 12

7. 그림과 같이 반지름의 길이가 모두 $\sqrt{3}$ 이고 높이가 서로 다른 세 원기둥이 서로 외접하며 한 평면 α 위에 놓여 있다. 평면 α 와 만나지 않는 세 원기둥의 밑면의 중심을 각각 P, Q, R이라 할 때, 삼각형 QPR은 이등변삼각형이고, 평면 QPR과 평면 α 가 이루는 각의 크기는 60° 이다. 세 원기둥의 높이를 각각 8, a , b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.
(단, $8 < a < b$)



8. 세 종류의 상품이 3개씩 있다. 이 상품을 그림과 같은 진열장에 한 칸에 하나씩 모두 진열하고자 한다. 가로줄에는 서로 다른 세 종류의 상품을 진열하고 세로줄에는 같은 종류의 상품을 진열하고 세로줄에는 같은 종류의 상품이 이웃하지 않게 진열하는 방법의 수는?



- ① 24 ② 30 ③ 36
④ 42 ⑤ 48

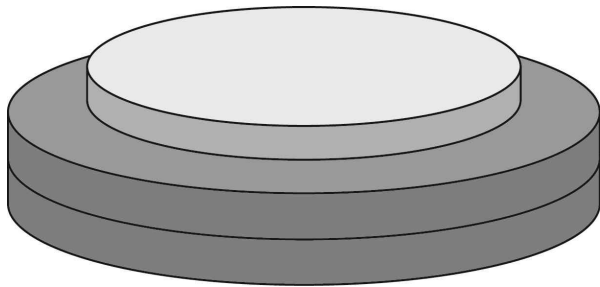
9. 반지름의 길이가 서로 다른 여섯 종류의 원판이 각각 3개씩 18개가 있다. 원판을 다음과 같은 규칙으로 쌓으려고 한다.

- (가) 원판 3개를 택하여 원판의 중심이 일치하도록 쌓는다.

(나) 반지름의 길이가 작은 원판은 반지름의 길이가 큰 원판 위에 쌓는다.

(다) 반지름의 길이가 같은 원판은 구별하지 않으면서 쌓는다.

그림은 반지름의 길이가 같은 두 개의 원판과 반지름의 길이가 작은 한 개의 원판을 규칙에 따라 쌓은 예이다.



이와 같은 쌓는 방법의 수를 구하시오.

10. 상훈이를 포함한 5명의 학생이 쪽지시험을 본 후, 5장의 답안지를 섞은 다음에 임의로 하나씩 뽑는다. 상훈이만 자신의 답안지를 뽑고 나머지 4명은 다른 학생의 답안지를 뽑을 확률을 기약분수 $\frac{q}{p}$ 로 나타낼 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.