

고지우의난문현답

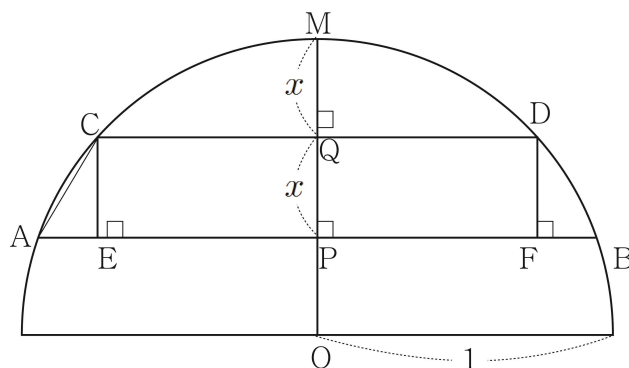
제 12 일

1. 2007년 9월 평가원
2. 2013년 사관학교
3. 2015년 7월 교육청
4. 2010년 수능
5. 2013년 경찰대
6. 2002년 수능
7. 2013년 7월 교육청
8. 2012년 7월 교육청
9. 2006년 사관학교
10. 2007년 경찰대

1. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = \frac{1}{4}$ 이고 $na_{n+1} = \sum_{k=1}^n a_k (n=1, 2, 3, \dots)$ 을 만족한다. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{S_n S_{n+2}}$ 의 값을 구하시오.

2. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심이 O인 반원의 호를 이등분하는 점을 M이라 하고, 선분 OM 위의 점 P를 지나고 선분 OM에 수직인 직선과 반원이 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 또, 선분 PM의 중점 Q를 지나고 선분 OM에 수직인 직선과 반원이 만나는 점을 각각 C, D라 하고, 점 C, D에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하자.

$\overline{PM} = 2x$ 일 때, 사다리꼴 ABDC와 직사각형 EFDC의 넓이를 각각 $S(x)$, $T(x)$ 라 하자. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{T(x)}{S(x)}$ 의 값은?



- ① $\sqrt{2}-1$ ② $2-\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}-1$
 ④ $2(\sqrt{2}-1)$ ⑤ $2(3-\sqrt{3})$

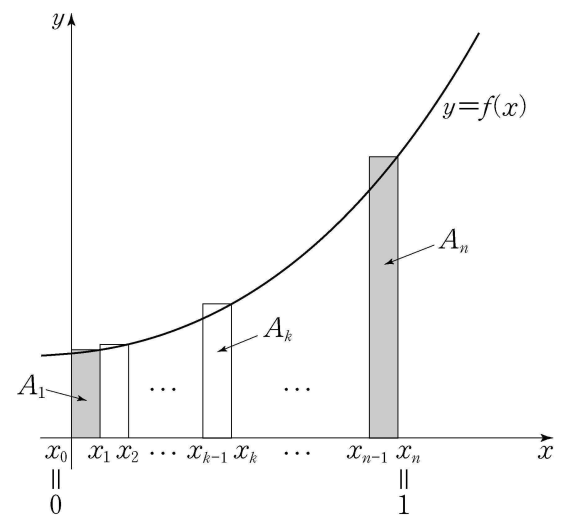
3. 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^3 f(x)dx$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $4m$ 의 값을 구하시오.

- (가) $f(0)=0$
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(2-x)=f'(2+x)$ 이다.
 (다) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq -3$ 이다.

4. 함수 $f(x)=x^2+ax+b$ ($a \geq 0, b > 0$)이 있다. 그림과 같이 2이상인 자연수 n 에 대하여 닫힌 구간 $[0, 1]$ 을 n 등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로

$0 = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n = 1$ 이라 하자.

닫힌 구간 $[x_{k-1}, x_k]$ 를 밑변으로 하고 높이가 $f(x_k)$ 인 직사각형의 넓이를 A_k 라 하자. ($k=1, 2, 3, \dots, n$)



양 끝에 있는 두 직사각형의 넓이의 합이

$$A_1 + A_n = \frac{7n^2 + 1}{n^3}$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{9k}{n} A_k$ 를 구하시오.

5. 곡선 $y=x^3$ 위에 있는 점 $A(a, a^3)$ 에서의 접선이 이 곡선과 점 B에서 만나고, 점 B에서의 접선은 이 곡선과 점 C에서 만난다고 하자. 선분 BC와 이 곡선 사이의 넓이를 선분 AB와 이 곡선 사이의 넓이로 나눈 값은? (단, $a \neq 0$ 이다.)

- ① 4 ② 8 ③ 16
④ 32 ⑤ 64

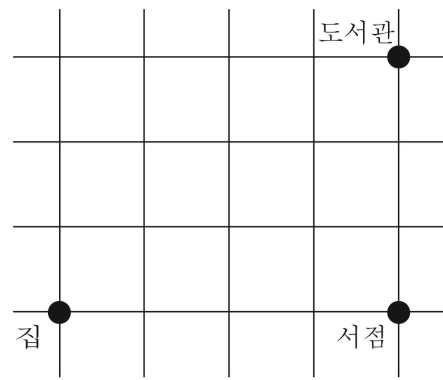
6. 함수 $f(x)=[x[x]]$ 에 대한 [보기]의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ㄱ. $f(x)=-1$ 이 되는 x 는 존재하지 않는다.
ㄴ. 자연수 n 에 대해서 집합 $\{f(x) \mid n \leq x < n+1\}$ 의 원소의 개수는 n 개이다.
ㄷ. 자연수 n 에 대해서 집합 $\{f(x) \mid -n \leq x < -n+1\}$ 의 원소의 개수는 $n+1$ 개이다.

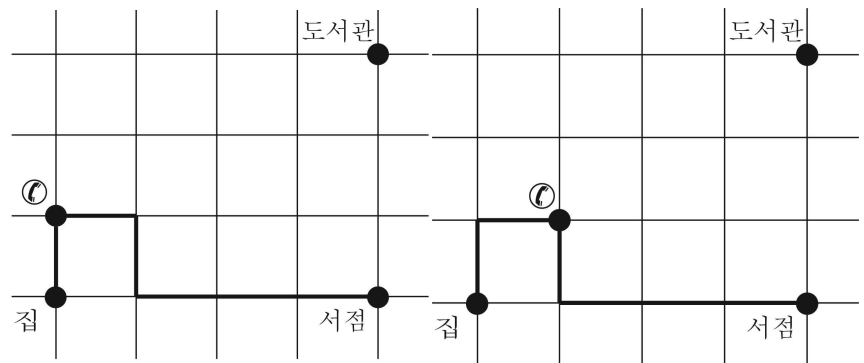
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 0이 아닌 세 실수 α, β, γ 가 이 순서대로 등차수열을 이룬다. $x^{\frac{1}{\alpha}} = y^{-\frac{1}{\beta}} = z^{\frac{2}{\gamma}}$ 일 때, $16xz^2 + 9y^2$ 의 최솟값을 구하시오. (단, x, y, z 는 1이 아닌 양수이다.)

8. 그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 같은 도로망이 있다.



철수가 집에서 도로를 따라 최단거리로 약속장소인 도서관으로 가다가 어떤 교차로에서 약속장소가 서점으로 바뀌었다는 연락을 받고 곧바로 도로를 따라 최단거리로 서점으로 갔다. 집에서 서점까지 지나 온 길이 같은 경우 하나의 경로로 간주한다. 예를 들어, [그림1]과 [그림2]는 연락받은 위치는 다르나, 같은 경로이다.



[그림 1]

[그림2]

철수가 집에서 서점까지 갈 수 있는 모든 경로의 수를 구하시오. (단, 철수가 도서관에 도착한 후에 서점으로 가는 경우도 포함한다.)

9. 양궁대회에 참가한 어떤 선수가 활을 쏘아 과녁의 10점 부분을 명중시킨 다음 다시 활을 쏘아 10점 부분을 명중시킬 확률이 $\frac{8}{9}$ 이고, 10점 부분을 명중시키지 못한 다음 다시 10점 부분을 명중시키지 못할 확률이 $\frac{1}{5}$ 이다. 이 선수가 반복하여 계속 활을 쏜다고 할 때, n 번째에 10점 부분을 명중시킬 확률을 p_n 이라 하자. 이때, $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ 의 값은?

- ① $\frac{14}{27}$ ② $\frac{17}{27}$ ③ $\frac{25}{41}$
 ④ $\frac{32}{41}$ ⑤ $\frac{36}{41}$

10. 여론 조사에서 찬성과 반대 의견이 거의 비슷한 어떤 안건을 투표로 결정하려고 한다. 전체 유권자 10000명 중 최소 $a\%$ 가 찬성해야 통과되는 것으로 정했을 때, 이 안건이 통과될 확률이 0.0228이하이기 위한 a 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 51 ② 52 ③ 53
 ④ 54 ⑤ 55