

고지우의

사관기출분석

2016년 Part I

The bottom half of the page features a teal background with various white geometric shapes. These include circles of different sizes, some solid and some hollow, and several triangles of different sizes and orientations. Some shapes are overlapping, creating a layered effect. The overall aesthetic is clean and modern.

1. ${}_3H_1 + {}_3H_2 + {}_3H_3$ 의 값은?

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

2. 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 $(A+B)\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ 이고 행렬 A 의 모든 성분의 합이 2일 때, 행렬 B 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

3. 좌표공간에서 두 점 $A(2, 3, -1)$, $B(-1, 3, 2)$ 에 대하여 선분 AB 를 1:2로 내분하는 점의 좌표를 (a, b, c) 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [2점]

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

4. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 가 있다. 행렬 AB 로 나타내어지는 일차변환에 의하여 두 점 $(1, 0)$, $(0, 1)$ 이 각각 두 점 $(0, 2)$, $(-2, 0)$ 으로 옮겨질 때, $a+b+c+d$ 의 값은? [4점]

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

5. 쌍곡선 $7x^2 - ay^2 = 20$ 위의 점 $(2, b)$ 에서의 접선이 점 $(0, -5)$ 를 지날 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

6. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = e^x + \int_0^1 t f(t) dt$$

를 만족시킬 때, $\int_0^1 f(x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① $e-1$ ② $e+1$ ③ $2e-1$
 ④ $2e$ ⑤ $2e+1$

9. 주머니에 흰 공 1개, 파란 공 2개, 검은 공 3개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 색을 확인한 후 꺼낸 공과 같은 색의 공을 1개 추가하여 꺼낸 공과 함께 주머니에 넣는다. 이와 같은 시행을 두 번 반복하여 두 번째 꺼낸 공이 검은 공이었을 때, 첫 번째 꺼낸 공도 검은 공이었을 확률은? (단, 공의 크기와 모양은 모두 같다.) [3점]

① $\frac{3}{7}$

② $\frac{10}{21}$

③ $\frac{11}{21}$

④ $\frac{4}{7}$

⑤ $\frac{13}{21}$

10. $0 \leq x \leq \pi$ 에서 함수 $f(x) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3}\cos x$ 는 $x = \theta$ 일 때 최댓값을 갖는다. $\tan \theta$ 의 값은?

[3점]

① $\frac{\sqrt{3}}{12}$

② $\frac{\sqrt{3}}{6}$

③ $\frac{\sqrt{3}}{4}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

[11~12] 좌표평면에서 매개변수 θ 로 나타내어진 곡선

$$x = 2\cos\theta + \cos 2\theta, \quad y = 2\sin\theta + \sin 2\theta$$

에 대하여 11번과 12번의 두 물음에 답하십시오. (단, θ 는 실수이다.)

11. $\theta = \frac{\pi}{6}$ 에 대응하는 이 곡선 위의 점에서의 접선의 기울기는? [3점]

① -2

② $-\sqrt{3}$

③ -1

④ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $-\frac{1}{2}$

12. $0 \leq \theta \leq \pi$ 일 때, 이 곡선의 길이는? [3점]

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

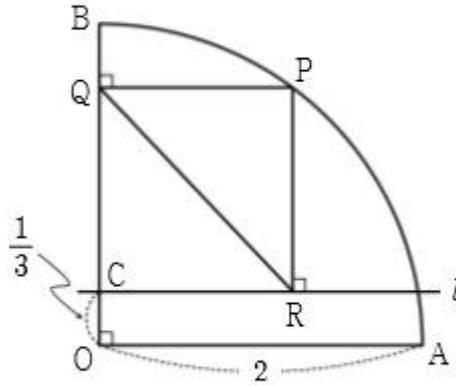
13. 이차함수 $f(x) = x^2 + 2kx + 2k^2 + k$ 가 있다. x 에 대한 방정식

$$\frac{1}{\sqrt{f(x)+3}} - \frac{1}{f(x)} = \frac{3}{f(x)\sqrt{f(x)+3}}$$

이 서로 다른 두 개의 실근을 갖도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

15. 그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OB 위에 $\overline{OC} = \frac{1}{3}$ 인 점 C를 잡고, 점 C를 지나고 선분 OA와 평행한 직선을 l 이라 하자. 호 AB 위를 움직이는 점 P에서 선분 OB와 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 할 때, 삼각형 PQR의 넓이의 최댓값은? [4점]



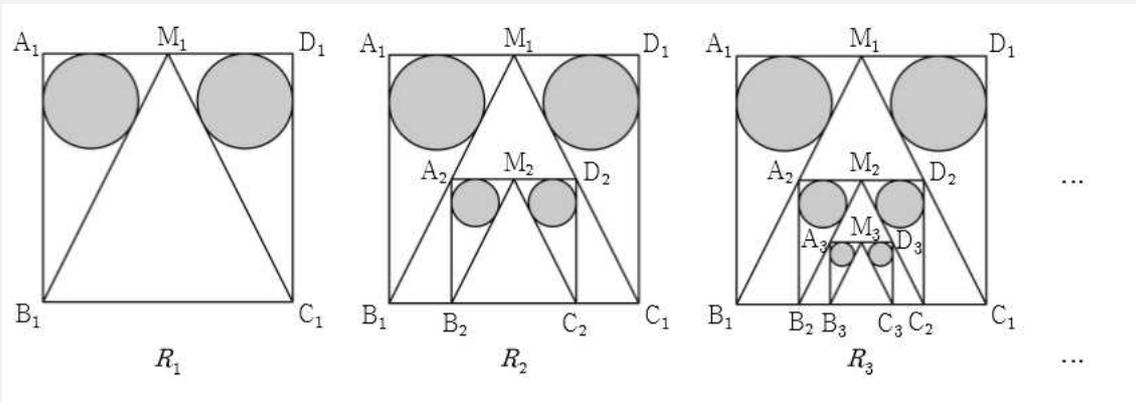
- ① $\frac{\sqrt{7}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{6}$ ③ $\frac{5\sqrt{7}}{24}$
 ④ $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{7}}{24}$

16. 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 그림과 같이 변 A_1D_1 의 중점을 M_1 이라 할 때, 두 삼각형 $A_1B_1M_1$ 과 $M_1C_1D_1$ 에 각각 내접하는 두 원을 그리고, 두 원에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 두 꼭짓점이 변 B_1C_1 위에 있고 삼각형 $M_1B_1C_1$ 에 내접하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린 후 변 A_2D_2 의 중점을 M_2 라 할 때, 두 삼각형 $A_2B_2M_2$ 와 $M_2C_2D_2$ 에 각각 내접하는 두 원을 그리고, 두 원에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 두 꼭짓점이 변 B_2C_2 위에 있고 삼각형 $M_2B_2C_2$ 에 내접하는 정사각형 $A_3B_3C_3D_3$ 을 그린 후 변 A_3D_3 의 중점을 M_3 이라 할 때, 두 삼각형 $A_3B_3M_3$ 과 $M_3C_3D_3$ 에 각각 내접하는 두 원을 그리고, 두 원에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정으로 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



① $\frac{4(7-3\sqrt{5})}{3}\pi$

② $\frac{4(8-3\sqrt{5})}{3}\pi$

③ $\frac{6(7-3\sqrt{5})}{3}\pi$

④ $\frac{5(8-3\sqrt{5})}{3}\pi$

⑤ $\frac{5(9-4\sqrt{5})}{3}\pi$

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = -\frac{5}{3}$ 이고

$$a_{n+1} = -\frac{3a_n + 2}{a_n} (n \geq 1) \dots\dots(*)$$

를 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

(*)에서

$$a_{n+1} + 2 = \frac{a_n + \boxed{\text{(가)}}}{a_n} (n \geq 1)$$

이다. 여기서

$$b_n = \frac{1}{a_n + 2} (n \geq 1)$$

이라 하면 $b_1 = 3$ 이고

$$b_{n+1} = 2b_n - \boxed{\text{(나)}} (n \geq 1)$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \boxed{\text{(다)}} (n \geq 1)$$

이므로

$$a_n = \frac{1}{\boxed{\text{(다)}}} - 2 (n \geq 1)$$

이다.

위의 (가) 와 (나) 에 알맞은 수를 각각 p, q 라 하고, (다) 에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $p \times q \times (5)$ 의 값은? [4점]

- ① 54
- ② 58
- 62
- ④ 66
- ⑤ 70

18. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \sin x & (x \geq 0) \\ -1 + \sin x & (x < 0) \end{cases}$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

㉠. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)f(-x) = -1$

㉡. 함수 $f(f(x))$ 는 $x = \frac{\pi}{2}$ 에서 연속이다.

㉢. 함수 $\{f(x)\}^2$ 은 $x = 0$ 에서 미분가능하다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

19. 좌표공간에서 구 $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ 와 xy 평면이 만나서 생기는 원 위를 한 점을 P라 하자. 점 P에서 이 구와 접하고 점 $A(3, 3, -4)$ 를 지나는 평면 α 라 할 때, 원 점과 평면 α 사이의 거리는?
[4점]

① $\frac{14}{3}$

② 5

③ $\frac{16}{3}$

④ $\frac{17}{3}$

⑤ 6

21. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하자. $1 < x < 10^5$ 인 x 에 대하여 다음 두 조건을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 곱을 A 라 할 때, $\log A$ 의 값은?
(단, $\log 3 = 0.4771$ 로 계산한다.)

(가) $\sum_{k=1}^5 g(x^k) = g(x^{10}) + 2$

(나) $\sum_{k=1}^3 f(kx) = 3f(x)$

- ① 19
- ② 20
- ③ 21
- ④ 22
- ⑤ 23

22. 수열 $\{a_n\}$ 이
 $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 3n \quad (n \geq 1)$
 일 때, a_7 의 값을 구하시오. [3점]

23. 일차변환 f 를 나타내는 행렬이 $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ 이다. 합성변환 $f \circ f$ 에 의하여 좌표평면 위의 네 점 $A(2, 0)$, $B(2, 2)$, $C(-3, 4)$, $D(-3, -3)$ 이 옮겨진 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이를 S 라 할 때, $81S$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 타원 $2x^2 + y^2 = 16$ 의 두 초점을 F, F' 이라 하자. 이 타원 위의 점 P 에 대하여 $\frac{\overline{PF'}}{\overline{PF}} = 3$ 일 때, $\overline{PF} \times \overline{PF'}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 이차정사각행렬 A 가 다음 조건을 만족시킨다. (단, E 는 단위행렬이다.)

- (가) $A - E$ 의 역행렬은 $A - 3E$ 이다.
- (나) $A \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

$A \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 이차함수 $f(x)$ 가

$$f(1)=2, f'(1)=\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln f(x)}{x} + \frac{1}{2}$$

을 만족시킬 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 좌표평면에서 곡선 $y = \cos 2x$ 가 두 직선 $x = t, x = -t$ ($0 < t < \frac{\pi}{4}$)와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 곡선 $y = \cos 2x$ 가 y 축과 만나는 점을 R라 하자. 세 점 P, Q, R를 지나는 원의 중심을 $C(0, f(t))$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \alpha$ 이다. 100α 의 값을 구하시오. [4점]

