고지우의

사관기출분석

2014년 Part I

1. $\log_2(4\sqrt{2}-\sqrt{10})-\log_2(4-\sqrt{5})$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

2. $\lim_{x\to 1}\frac{\ln x}{x^3-1}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

3. 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$, $|3\vec{a}-2\vec{b}|=6$일 때, 내적 $\vec{a}\cdot\vec{b}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 1008, 1233과 같이 각 자리의 숫자의 합이 9인 네 자리의 자연수의 개수는? [3점]

① 165 ② 170 ③ 175
④ 180 ⑤ 185

5. 주머니 속에 1, 2, 3, 4, 5의 수가 각각 하나씩 적힌 5개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어 적힌 수를 확인하고 다시 집어넣는 시행을 한다. 이와 같은 시행을 25회 반복할 때, 꺼낸 3개의 공에 적힌 수들 중 두 수의 합이 나머지 한 수와 같은 경우가 나오는 횟수를 확률변수 X라 하자. 확률변수 X^2의 평균 $\mathrm{E}(X^2)$의 값은? [3점]

① 102 ② 104 ③ 106
④ 108 ⑤ 110

6. $0<\alpha<\beta<\frac{\pi}{2}$인 두 수 α, β가

$$\sin\alpha\sin\beta=\frac{\sqrt{3}+1}{4},\ \cos\alpha\cos\beta=\frac{\sqrt{3}-1}{4}$$

을 만족시킬 때, $\cos(3\alpha+\beta)$의 값은? [3점]

① -1 ② $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ 0

[7~8] 두 연속함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$을 다음과 같이 정의하자.

$$a_n=\int_0^n f(x)\,dx,\ b_n=\int_{n-1}^n g(x)\,dx\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

다음 두 물음에 답하여라.

7. $f(x)=\sqrt{x}$, $g(x)=f(x)+1$일 때, a_3+b_4의 값은? [3점]

① 5 ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{17}{3}$

④ 6 ⑤ $\frac{19}{3}$

8. $f(x)=g(x)$이고 $b_n=2n+3$일 때, a_{10}의 값은? [3점]

① 110 ② 120 ③ 130

④ 140 ⑤ 150

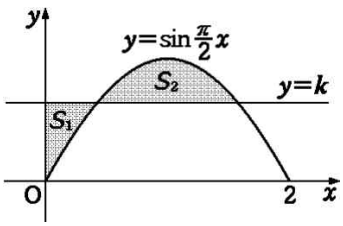
9. 모든 실수 x에서 미분가능하고 역함수가 존재하는 함수 $f(x)$에 대하여

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-2}{x-1}=\frac{1}{2},\ \lim_{x\to 2}\frac{f(x)-3}{x-2}=4$$

가 성립한다. 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $\lim_{x\to 3}\frac{g(g(x))-1}{x-3}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

10. 그림과 같이 곡선 $y=\sin\frac{\pi}{2}x\ (0\le x\le 2)$와 직선 $y=k\ (0<k<1)$가 있다.



곡선 $y=\sin\frac{\pi}{2}x$와 직선 $y=k$, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1,

곡선 $y=\sin\frac{\pi}{2}x$와 직선 $y=k$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자.

$S_2=2S_1$ 일 때, 상수 k의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2\pi}$ ② $\frac{1}{\pi}$ ③ $\frac{3}{2\pi}$ ④ $\frac{2}{\pi}$ ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

11. 수직선 위의 원점에 위치한 점 A가 있다. 주사위 1개를 던질 때 3의 배수의 눈이 나오면 점 A를 양의 방향으로 3만큼 이동하고, 그 이외의 눈이 나오면 점 A를 음의 방향으로 2만큼 이동하는 시행을 한다. 이와 같은 시행을 72회 반복할 때, 점 A의 좌표를 확률변수 X라 하자. 확률 $\mathrm{P}(X \geq 11)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1.00	0.3413
1.25	0.3944
1.50	0.4332
1.75	0.4599
2.00	0.4772

① 0.0228 ② 0.0401 ③ 0.0668
④ 0.1056 ⑤ 0.1587

12. 두 이차정사각행렬 A, B가

$A^2 - A = O$, $A - B = E$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

(단, O는 영행렬이고, E는 단위행렬이다.) [3점]

보기

ㄱ. $AB = O$

ㄴ. $A \neq E$이면 A의 역행렬은 존재하지 않는다.

ㄷ. $A + B$의 역행렬이 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 곡선 $x^2+(y-1)^2=1\,(y\geq 1)$과 두 직선 $x=-1$, $x=1$ 및 x축으로 둘러싸인 부분을 x축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는? [3점]

① $\frac{1}{2}\pi^2+\frac{5}{3}\pi$ ② $\frac{1}{2}\pi^2+\frac{10}{3}\pi$ ③ $\pi^2+\frac{5}{3}\pi$

④ $\pi^2+\frac{10}{3}\pi$ ⑤ $2\pi^2+\frac{5}{3}\pi$

14. 두 함수 $f(x)=e^{x}(x^{2}+ax+b)$, $g(x)=e^{-x}(x^{2}+ax+b)$는 각각 $x=-3$, $x=2$에서 극댓값을 갖는다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 극솟값을 각각 m_1, m_2라 할 때, m_1+m_2의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

[4점]

① $-2e$ ② $-e-1$ ③ 0
④ $e-1$ ⑤ $2e$

16. 첫째항이 -8인 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_{n+1}-2\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{k}=2^{n+1}(n^2+n+2)\ (n\geq 1)$$

이 성립한다. 다음은 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하는 과정의 일부이다.

주어진 식에 의하여

$$a_n-2\sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{k}=2^n(n^2-n+2)\ (n\geq 2)$$

이다. 따라서 2 이상의 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}-a_n-\frac{2}{n}a_n=\boxed{(가)}$$

이므로

$$a_{n+1}-\frac{n+2}{n}a_n=\boxed{(가)}$$

이다. $b_n=\dfrac{a_n}{n(n+1)}$이라 하면

$$b_{n+1}-b_n=\boxed{(나)}\ (n\geq 2)$$

이고, $b_2=0$이므로

$$b_n=\boxed{(다)}\ (n\geq 2)$$

이다.

$\vdots$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$이라 할 때, $\dfrac{f(4)}{g(5)}+h(6)$의 값은? [4점]

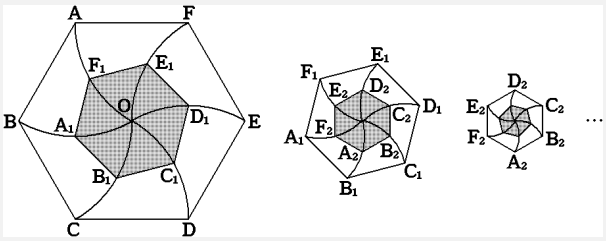
① 65 ② 70 ③ 75
④ 80 ⑤ 85

17. 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF에서 길이가 2인 대각선의 교점을 O라 하자. 그림과 같이 꼭짓점 A, B, C, D, E, F를 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 60°만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1이라 하자.

정육각형 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$에서 꼭짓점 A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1을 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 60° 만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2라 하자.

정육각형 $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$에서 꼭짓점 A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2를 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 60° 만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 A_3, B_3, C_3, D_3, E_3, F_3이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 정육각형 $A_nB_nC_nD_nE_nF_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $\frac{7-3\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{7-2\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{9-4\sqrt{3}}{4}$

④ $\frac{9-3\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{9-2\sqrt{3}}{4}$

18. $0 \le x \le \pi$에서 정의된 함수 $f(x)=\dfrac{\cos x}{\sin x+2}$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 직선 $x=\pi$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. S_1+S_2의 값은? [4점]

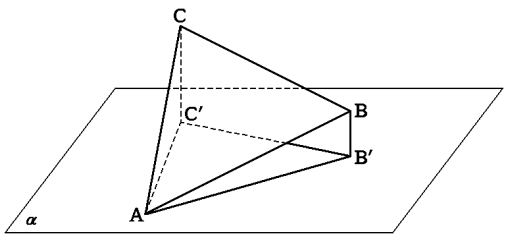
① $\ln\dfrac{3}{2}$ ② $\ln\dfrac{4}{3}$ ③ $2\ln\dfrac{3}{2}$

④ $2\ln\dfrac{4}{3}$ ⑤ $4\ln\dfrac{3}{2}$

19. 그림과 같이 평면 α와 한 점 A에서 만나는 정삼각형 ABC가 있다. 두 점 B, C의 평면 α 위로의 정사영을 각각 B′, C′이라 하자.

$\overline{AB'}=\sqrt{5}$, $\overline{B'C'}=2$, $\overline{C'A}=\sqrt{3}$일 때, 정삼각형 ABC의 넓이는?

[4점]



① $\sqrt{3}$ ② $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$

④ $\frac{1+2\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$

20. 함수 $f(x)=x\sin x$에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극솟값을 갖는다.

ㄴ. 직선 $y=x$는 곡선 $y=f(x)$에 접한다.

ㄷ. 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극댓값을 갖는 a가 구간 $\left(\frac{\pi}{2},\ \frac{3}{4}\pi\right)$에 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. 좌표평면에서 x축에 대한 대칭변환을 f, 원점을 중심으로 $60°$만큼 회전하는 회전변환을 g라 하자 일차변환 $(g \circ f)^{-1}$을 나타내는 행렬을 $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & a \\ b & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$이라 할 때, $100(a^2+b^2)$의 값을 구하여라. [3점]

23. 표는 어느 학교의 두 동아리 A, B의 남학생 수와 여학생 수를 나타낸 것이다.

구분 / 동아리	남학생(명)	여학생(명)	합계(명)
A	8	16	24
B	12	12	24

다음은 여름방학이 지난 후 두 동아리 A, B의 변동된 학생 수에 대한 설명이다.

> ㈎ 동아리 A에서는 남학생 x명이 새로 가입하여 동아리 A의 학생 중에서 남학생의 비율이 $y\%$가 되었다.
> ㈏ 동아리 B에서는 여학생 x명이 탈퇴하여 동아리 B의 학생 중에서 남학생의 비율이 $(y+25)\%$가 되었다.

$x+y$의 값을 구하여라.[3점]

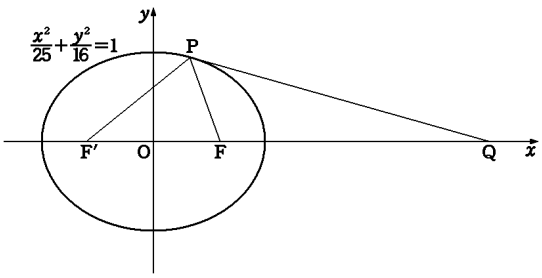
24. 한 모서리의 길이가 $6\sqrt{6}$인 정사면체 ABCD에 대하여 등식

$\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=2\overrightarrow{PA}$

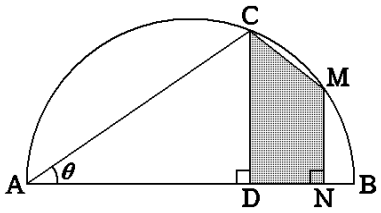
를 만족시키는 점 P가 있다. 삼각형 BCD의 무게중심을 G라 할 때, 선분 PG의 길이를 구하여라. [3점]

25. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$의 두 초점을 각각 F, F′이라 하자. 타원 위의 한 점 P와 x축 위의 한 점 Q에 대하여 $\overline{PF}:\overline{PF'}=\overline{QF}:\overline{QF'}=2:3$일 때, $\overline{PQ}^2$의 값을 구하여라.

(단, 점 Q는 타원 외부의 점이다.) [3점]



27. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위를 움직이는 점 C가 있다. 호 BC의 길이를 이등분하는 점을 M이라 하고, 두 점 C, M에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 각각 D, N이라 하자. $\angle CAB=\theta$라 할 때, 사각형 CDNM의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to+0}\frac{S(\theta)}{\theta^3}=a$일 때, $16a$의 값을 구하여라.



(단, 점 C는 선분 AB의 양 끝점이 아니다.) [4점]

30. 자연수 n에 대하여 $\log n$의 지표와 가수를 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하자. 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}_n(f(n),\ g(n))$이 연립부등식

$$\begin{cases} y \geq \dfrac{1}{3}x \\ 0 \leq y \leq \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

의 영역에 속하도록 하는 자연수 n의 개수를 오른쪽 상용로그표를 이용하여 구하여라.

[4점]

x	$\log x$
2.1	0.3222
2.2	0.3424
3.1	0.4914
3.2	0.5051