

물리1 실전 문제 풀이를 위한 사고의 흐름

By 가불

Lecture 1. 일과에너지

물리1에서 나름 '킬러'파트인 일과 에너지 문제를 풀 때 어떤 생각을 하면서 풀어야 하는지, 이러한 조건에서는 어떤 과정을 거칠지 떠올리게 해주기 위해서 이런 글을 쓰게 되었습니다. 개념서가 아닙니다. 물리1에 대한 적당한 공부가 적어도 한 번은 이루어지고 나서 읽는게 도움이 될 것입니다. 완전 노베이스는 안됩니다.

물리1 교과서에 있는 내용부터 출발하여 그로부터 충분히 확장해 나갈 수 있는 지식들을 전달할 것이고, 이걸 쓰는 저도 현역 고3이기 때문에 당연히 고등학교 과정 이상의 사고가 필요한 내용은 없습니다.

제가 문제를 푸는 논리를 여기에 소개하려고 애쓰겠습니다. 굳이 다 따라하지 않으셔도 되고요. 이걸 글로 써져있는 상태니까 왜 이렇게? 라는 생각이 들면 차근차근 읽어보면서 생각을 정리하는 시간을 가지는 게 좋을 것 같습니다.

다 아는 내용같다고 뛰어넘어가지 말고 처음부터 찬찬히 읽어보세요. 문제만 풀고 "아 뭐야 풀리네"라고 넘어가지 마시고 해설도 보시고 본인의 풀이와 제 풀이 중 더 효율적인 것을 골라서 몸에 체화시키길 바라겠습니다. (사실 제 풀이도 대단하진 않아서 비슷할겁니다.)

그럼 시작하겠습니다.

1. 일과 에너지(교과서의 확장)

왜 교육과정이 이 소단원 이름을 일과 에너지로 정했는지는 생각해보셨나요?

<일과 에너지>라는 단원명이 우리가 생각해야하고 알아가야할 모든 것을 내포하고 있습니다.

'일과 에너지는 관련이 있다'

당연하지요. 이 부분을 읽는 분들은 "이걸 누가 몰라?"라고 생각할 수 있겠지만 물리를 어설프게 하는 친구들이 실제적으로 문제를 풀 때 이걸 간과해서 잠시 멈춰있는 경우가 꽤 있습니다. 문제에서 일을 했다, 혹은 힘으로 몇 m 움직였다 라는 말이 나오면 물체의 에너지가 변하겠구나! 라고 생각해야됩니다.

그렇다면 교과서에서 설명하고 있는 가장 핵심적인 내용을 다시 잡아봅시다.

수능에서 일과 에너지 문제가 차지하고 있는 중요도에 비해서 교과서는 아주 짧은 내용으로 설명을 마치고 있습니다. 그 말은 '교과서에 기반하여 나오는' 수능도 방대한 도구들을 사용해야하는 일들은 아마도 없을 것이라는 걸 보여주고 있지요.

일은 (힘) x (이동거리)입니다. $W = F \cdot s$ 라고 쓰지요. 이에 대해 더 파고들 내용은 없습니다. 왜 이게 일인가요? 라는 질문이 나온다면 설명해줄 수 도 없고 굳이 설명해줄 이유도 없습니다. 교육과정이 그래요.

위에서 말했듯이 일과 에너지는 연관이 있습니다.

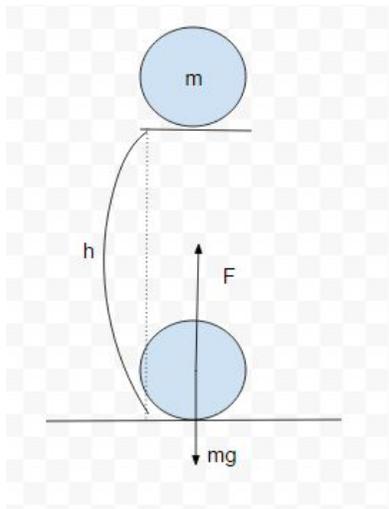
교과서에 나와있는 결론부터 쓰고 말하자면 ‘**알짜힘이 한 일 = 운동에너지 변화량**’ 입니다.

$\Sigma F = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$ 이렇게 수식으로 표현하기도 합니다. 중요한건 여기서 ‘**알짜힘**’이라는 것이지요.

그냥 아무생각없이 “힘 100N이 작용해서 5m 움직인거네? 그럼 운동에너지가 500J 늘어났겠다!”라고 생각하면 안됩니다.

왜냐하면 중력과 연직방향으로 움직이는 상황도 생각해야하기 때문이죠. 중력과 관계없이 땅바닥에나 붙어서 양 옆으로 움직이게 하는 힘이면 운동에너지가 변한다고 해도 상관이 없지만, 실로 잡아당겨서 물체를 연직방향 위로 당긴다든가 빗면에 있는 물체를 끌어 올린다든가 하는 상황에서는 그렇게 생각하시면 큰일납니다. 그건 조금만 뒤에서 설명하도록 하죠.

다시 한번 얘기하지만 모든 상황에서 운동에너지의 변화량을 알기 위해서는 알짜힘을 알아야합니다.



위 그림과 같은 상황을 생각해볼게요. F의 힘이 공에 작용하여 h만큼의 높이로 올라갔습니다. 여기서는 $F \cdot h = \Delta$ 운동에너지라고 생각해서는 곤란합니다. mg라는 중력이 작용하고 있기 때문이죠. 물체의 알짜힘은 $(F - mg)$ 입니다. 그래서 만약 이런 상황에서 운동에너지의 변화량을 알고싶다면 알짜힘자리에는 $F - mg$ 를 넣어야죠.

$$(F - mg)h = \Delta$$
운동에너지

이렇게 해야합니다.

그럼 알짜힘을 따지지 않고 그냥 F가 h 만큼 움직이면서 한 일은 뭐가 될까요?

역학적 에너지의 변화량과 같습니다.

정리해서 말하자면 **중력을 제외한 힘 ‘외력 F’가 한 일은 물체의 역학적 에너지의 변화량과 같다** 입니다. 물리1을 수능에서 풀기 위해서 필요한 아주 기본적인 확장 내용이라서, 숙지하셔야합니다.

왜 그런지 생각해볼까요?

여러분들이 저 공을 F만큼 힘을 줘서 h만큼 들어올렸다고 생각해봅시다.

그렇다면 이 공은 속도도 당연히 붙어서 운동에너지가 증가했겠죠. 하지만 그것만 증가했나요? 아니죠. 중학교때부터 배웠던 '위치에너지'도 물체에 생겨버렸죠. 땅을 기준점으로 잡을 때 h만큼의 높이가 생겼으니깐요. 아주 흔한 공식인 mgh 만큼의 중력에 대한 퍼텐셜에너지가 생기게 됩니다.

수식으로 계산해봐도 아주 간단합니다.

$(F - mg)h = \Delta$ 운동에너지 라는 식을 $Fh - mgh = \Delta$ 운동에너지로 고칠 수 있고,

$mgh = \Delta$ 중력에 대한 퍼텐셜 에너지(위치에너지) 이므로

$$F \cdot h = \Delta$$
운동에너지 + Δ 퍼텐셜에너지 = Δ 역학적에너지

라는 아주 중요한 식을 알 수 있습니다.

이는 위 그림과 같은 연직방향 운동에서만 성립하는 것이 아니라, 빗면에서 운동하는 상황이든 수평운동을 하는 상황이든 성립하는 법칙이니깐 잘 생각해두시길 바랍니다. 증명은 그닥 어렵지 않으니 궁금하다면 스스로 해볼 수 있으면 좋겠습니다. 제가 귀찮아서 안하는거 아닙니다.

외력이 한 일은 역학적 에너지 변화량이다.

2. 퍼텐셜에너지란 무엇일까? (알아두면 좋을 개념)

흔히 중학교때부터 위치에너지라는 말이 익숙해져 있어서, 중력에 대한 퍼텐셜에너지와 같은 용어는 낯선게 사실입니다. 하지만 중학교 때 생각하던대로 '높아서 생기는 에너지'라고만 생각해서는 물리적 상황들을 이해하기 힘들 수 있습니다. 지금 이 내용에 대한 공부가 반드시 필요한 것은 아니지만, 여러분들의 물리에 대한 이해도를 높이기 위해 보존력과 퍼텐셜에너지에 대해 설명해드리겠습니다.

퍼텐셜에너지는 기본적으로 '보존력'들에 대해서 생기게 됩니다.

아, 그럼 보존력이 뭔지부터 알아야겠군요.

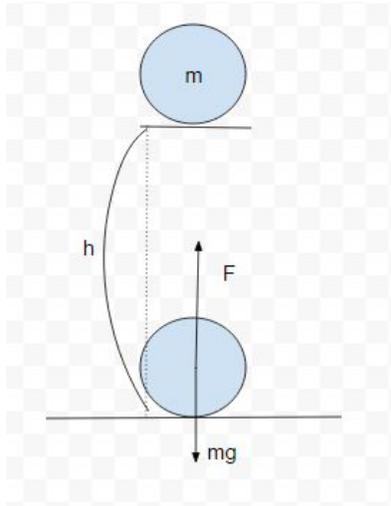
일반적인 보존력의 정의는 그 힘이 작용하는 영역에서 어떤 지점 A에서 출발한 뒤 A로 다시 돌아왔을 때, 변화가 없는 경우의 힘을 의미합니다.

이렇게만 읽으니까 무슨 소리인지 감도 안오죠? 자세한 것은 역학적에너지 보존까지 배워야지 이해하기 편하니까, 그러려니하고 퍼텐셜에너지가 뭔지나 생각해봅시다.

보존력에는 여러가지 종류가 있는데요. 주로 OO에 대한 퍼텐셜에너지라는 말을 쓸 때 OO에 들어가는 힘들이 보존력의 일종입니다. 가장 대표적으로 중력, 탄성력, 전기력이 있습니다.

여기서 가장 우리가 많이 다뤄왔고 사고하기 익숙한 중력을 들어가며 설명해보겠습니다.

중력에 대한 퍼텐셜 에너지를 처음 설명할 때는 이런 상황을 많이 보여줍니다. 위에서 사용했던 그림을 다시 가져오겠습니다.



일단 여기서 F라는 힘은 mg에 아주 가깝게 근사하는 힘이라고 가정합시다. 그렇게 해야지 알짜힘 $(F - mg) = ma$ 라는 공식에 따라서 가속도 a가 거의 0에 수렴하게 되거든요. 그렇게 되면 물체의 속도가 늘어나지 않아서 물체의 운동에너지가 생기지 않습니다. 아주 조금씩 위로 끌려오기만 하는 상태가 되기 때문에 오직 위치에너지만 생기게 됩니다. 아까 우리가 유도한 식인

$$F \cdot h = \Delta \text{운동에너지} + \Delta \text{퍼텐셜에너지} = \Delta \text{역학적에너지}$$

를 가져와서 생각해봐도, F가 h만큼 한 일이 역학적에너지 변화량과 같은데 속도가 변하지 않았으니 운동에너지 변화량은 0이 됩니다. F가 한 일이 모두 위치에너지로 전환된 것입니다. 교과서에서는 이 상황을 '아주 천천히 공을 움직인다'라고 표현합니다. 예술적인 표현이죠.

이때 우리는 중력이 작용하는 방향, 즉 바닥으로 향하는 방향의 반대로 힘을 주어 일을 하였습니다. 그때 mgh만큼의 일을 했는데(위에서 F는 mg에 근사하는 힘이라고 했지요? 그리고 그 힘으로 h만큼 움직였으니까 mgh의 일을 한게 맞습니다), 그 만큼의 에너지가 물체에 '퍼텐셜 에너지'로 저장되게 됩니다. 중력에 대해서 반대로 일을 했기 때문에 중력에 대한 퍼텐셜에너지라고 하는 것이고요.

집중하세요. 중력에 대한 퍼텐셜에너지가 저장되었습니다.

이 문장을 다시 한번 읽어보세요. 평소 우리가 생각했던 위치에너지의 이미지와는 상당히 다른 느낌 아닌가요? 충분히 다른 느낌을 받을 수 있으셔야 합니다.

우리가 공중에 떠있는 공을 놓아버리면 공은 크기 mg의 중력을 받아서 h의 높이를 떨어지게 됩니다. 이걸 중력이 mgh의 일을 하였다고 할 수 있습니다. 아까 뭐라고 했죠? 일을 하면 에너지가 변한다고 말했죠? 바닥에 닿을 때쯤엔 공은 mgh만큼의 운동에너지를 가지게 됩니다.

여기서 퍼텐셜에너지가 무엇을 의미하는 지 알 수 있습니다.

퍼텐셜에너지는 앞으로 받을 수 있는 에너지의 양을 표시한 것입니다. 그냥 순전히 높아서 생기는 힘이라고 생기기 보다는 이렇게 생각하시는게 보다 정확합니다.

물리적이지는 않지만 이해를 돕기 위해 예시를 하나 들어주겠습니다.

여러분이 돈을 가지고 있는데 친구에게 돈을 빌려주었다고 생각해봅시다. 그 친구가 맨날 먹튀만 하는 사람이 아니라면 당신은 그렇게 기분이 나쁘지 않겠죠. 결국 확실히 앞으로 받아낼 돈이니까요. 중력과 같은 보존력에 대한 퍼텐셜에너지는 그런 빌려준 돈의 양을 장부에 적어둔 것과 같습니다. 이러한 논리는 뒤에서 역학적에너지 보존에 대해 얘기할 때도 다시 만나게 될 것입니다.

여기서 가장 중요한 생각은 **퍼텐셜에너지는 그 힘에 거슬러서 운동이나 일을 할 때 ‘반드시 다시 받을 에너지’가 저장된 것을 의미한다**는 걸 이해하시는 겁니다. 이러한 생각을 가지고 계신다면 앞에서 말한 일과 에너지와의 관계나, 역학적에너지 보존 상황을 만났을 때 조금 더 명확한 사고를 하실 수 있을 것이라고 기대합니다.

다음 단락인 역학적에너지 보존까지의 설명을 읽고 나시면, 보존력이 뭔지 더 정확히 알 수 있도록 내용이 진행될 것입니다. 앞으로도 진지한 마음으로 읽어주세요.

3. 역학적에너지 보존(교과서의 확장)

수능에서도 아주 중요하게 다루어지는 부분입니다. 계산을 해야하는 문제도 꽤 자주 나오는 개념입니다. 하지만 역시나 별다른 기교까지 필요하지는 않고 최소한의 논리로 문제에 접근할 수 있습니다.

우리가 풀어나가야 할 논리는 유기적으로 꼭 연결됩니다. 벌써 3번째 만나는 식이지만 다시 가져오도록 하죠.

$$F \cdot h = \Delta \text{운동에너지} + \Delta \text{퍼텐셜에너지} = \Delta \text{역학적에너지}$$

이 식의 의미는 외력이 일을 하면 역학적에너지가 변한다 라는 말이었죠?

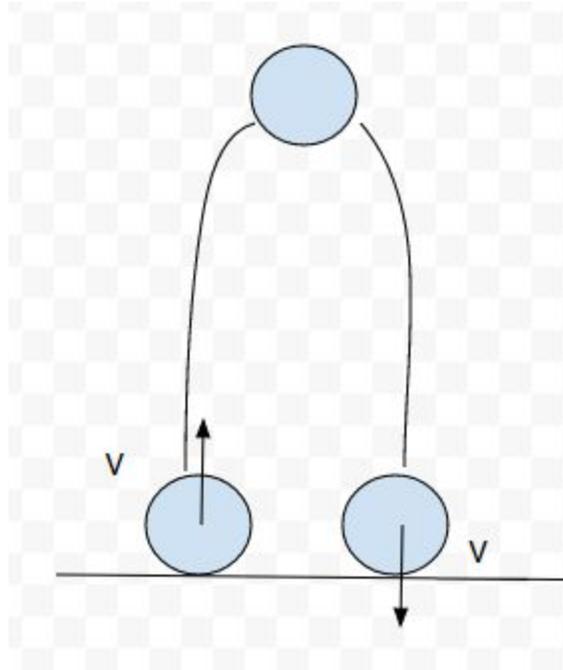
그럼 생각해봅시다. *외력이 없다면?*

외력 F가 없다면 말입니다. 그 상황에서는 중력만 작용하고 있겠죠. 위에서 외력이란건 중력을 제외한 힘이라는 걸 배웠죠? 전동기로 당기거나, 사람이 힘으로 물체를 당긴다든가 그런 힘들을 외력이라고 취급합니다. 중력도 외부의 힘이라고 생각하시면 헛갈리기 십상입니다. 주의해주세요.

위 식에 대입해 생각해보면 외력 $F = 0$ 일시에는 역학적에너지 변화량도 0이 된다는 말입니다. 즉 **중력만 작용할 때 역학적에너지는 변화가 없다** 라는 겁니다. 교과서에도 나와있는 가장 기본적인 개념입니다. 중력만 작용할 때 역학적에너지가 보존된다. ‘중력만 작용할 때!’

역학적에너지는 운동에너지와 퍼텐셜에너지의 합이라는건 중학교 때부터 배웠습니다. 근데 중력만 작용할 때는 물체가 운동을 할 때 가지고 있는 역학적에너지가 일정하다는 말이잖아요? 물체가 움직이면서 운동에너지와 퍼텐셜에너지가 일정 한도 내에서 서로서로 전환될 것이라고 예상할 수 있습니다.

그럼 이번엔 새로운 그림을 가져와 중력만 작용할 때 역학적에너지 보존에 대해 조금 더 자세히 알아봅시다.



지면을 퍼텐셜에너지의 기준점이라고 합시다. 지면방향으로 중력가속도 g 가 작용하고 있습니다. 공기저항은 당연히 무시하고요. 공기저항은 물리2에서도 안나옵니다.

지면에서 당신이 공을 v 의 속력으로 위로 냅다 던졌습니다. 그럼 던지는 순간 지면에서는 높이가 없으니 공은 운동에너지 $\frac{1}{2}mv^2$ 만을 가지게 됩니다.

그림에는 적혀있지 않지만 최고점 h 까지 공이 올라갔다고 합시다. 그렇다면 더 이상 올라갈 수 없는 최고점에 있으니까 속력은 0, 즉 운동에너지는 0이겠지요. 하지만 공에는 중력을 거슬러 올라가면서 중력에 대한 퍼텐셜에너지 mgh 가 저장되었습니다.

역학적에너지는 중력만 작용할 때 보존된다고 하였죠? 그럼 두 가지 상황에서의 역학적에너지를 각각 계산해 서로 같다고 할 수 있습니다. $\frac{1}{2}mv^2 = mgh =$ (일정한 역학적에너지)

그럼 이제 떨어지는 상황을 생각해봅시다. 2. 퍼텐셜에너지란 무엇일까? 에서 저장된 퍼텐셜에너지는 반드시 다시 받아내게 되어있다고 했죠? 최고점에서 저장된 mgh 는 중력에 의해 그 높이만큼 떨어져 내려오면서 물체는 운동에너지를 돌려받게 됩니다.

빠앗긴 에너지만큼 그대로 돌려받게 되니까 지면에 닿기 직전에 물체는 v 의 속력을 가지게 됩니다. 다시 $\frac{1}{2}mv^2$ 의 에너지를 가지게 되는 것이지요.

이러한 과정으로 역학적에너지는 보존되게 됩니다. 다시 강조하지만 중력만 작용할 때요.

여기서 아까 2번 단락에서 말했던 보존력의 정의를 다시 데리고 와 봅시다.

‘그 힘이 작용하는 영역에서 어떤 지점 A에서 출발한 뒤 A로 다시 돌아왔을 때, 변화가 없는 경우의 힘’이 보존력이라고 말했었는데, 우리는 위 상황에서 v 로 던진 공이 다시 지면으로 돌아왔을 때 v 의 속력을 가지게 되는 것을 확인했습니다. 공에 딱히 변화가 없고, 지니고 있는 에너지도 동일하죠? 변화가 없는 경우입니다. 따라서 중력이 보존력임을 알 수 있습니다.

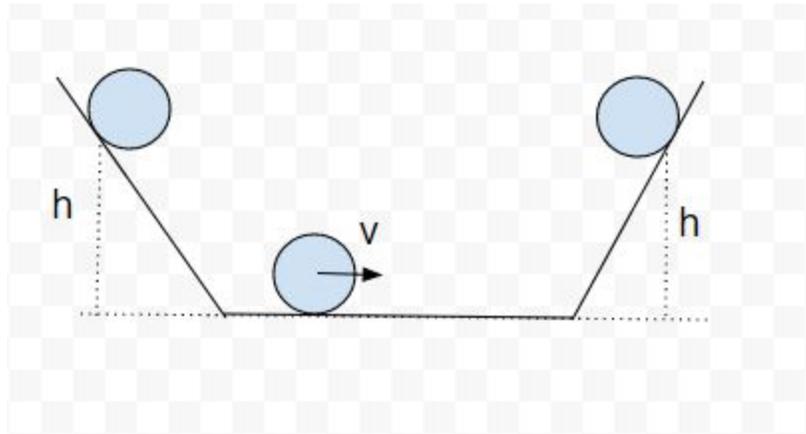
역학적에너지 보존에서 알아두어야 할 중요한 성질이 한 가지 있습니다.

바로 **기준점에서의 특정 높이엔 하나의 속력이 대응된다** 입니다. 이걸 좀 어려울 수 있습니다. 어려운 내용 맞으니까 읽으면서 좌절하지 않으셔도 됩니다.

말로만 들으면 바로 느낌이 안 오실 겁니다. 하지만 이 성질을 이용해야지 문제 푸는 사고 과정을 빠르게 할 수 있는 문제가 최근 평가원 기출에 나오고 있어서 자세히 설명해드리겠습니다. (그 문제는 뒤에 기출문제에의 적용에서 만나보도록 합시다ㅎㅎ)

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = (\text{일정})$$

이 식을 살펴봅시다. 만약에 기준점에서 h 라는 특정 높이에 물체가 있게 된다면 속력 v는 단 하나만 대응됩니다. 수식으로 봐도 무슨 말인지는 감이 오기 시작할 겁니다. v제곱이니까 v에는 음수도 대응되는거 아닌가요? 라는 말은 하지말시다. 운동에너지에는 벡터량인 속도가 들어가는게 아니고 스칼라량인 속력이 들어가는거니까요.



한 속력이 대응된다는 사실을 좀 더 확장시켜봅시다. 기준점을 바닥으로 잡읍시다. 그렇다면 mgh에서 저장된 에너지는 바닥으로 내려와 모두 운동에너지로 바뀌게 됩니다. 그 때 공의 속력이 v로 된다고 가정합시다.

그렇다면 역학적에너지 보존에 따라서 다시 h의 높이로 올라가면 속력이 0이 되게 됩니다. 이후의 설명의 편의를 위해 우리는 지금부터 이런 상황에서 높이 h에 v의 속력이 대응된다고 생각할 겁니다.

여기서 가져가야 할 논리는 역학적에너지 보존 상황에서 특정 높이에는 단 하나의 속력만이 대응이 되는데, 그것이 확장되어 속력이 0일때의 최고점 높이(특정 높이)에는 기준점(바닥)에서의 속력 v(단 하나의 속력)가 대응된다 입니다.

1)h의 높이에서 가만히 놓은 물체는 바닥까지 내려와서 v의 속력을 가지게 된다.

2)바닥에서 v의 속력을 가진 물체는 h의 높이까지 올라갈 수 있다.

이 두가지가 성립한다고 생각하시면 됩니다. 제가 말을 영성하게 해서 좀 이상하게 들릴 수 있겠지만 1),2)라고 써둔 부분을 보시면서 잘 생각해보시길 바랍니다. 이후 문제 풀이를 할 때도 핵심적으로 작용할 수 있는 논리입니다.

하지만 이걸 이렇게만 보면 실수하기 쉬운 상황이 있습니다.

“h에 v가 대응한다라.. 그럼 2h에는 2v가 대응하나요?”입니다. 이건 잘못된 생각인데요. 위에서 쓴 것 처럼 두 가지 상황으로 나누어서 말해봅시다.

1) 2h의 높이에서 가만히 놓은 물체는 바닥까지 내려와 2v의 속력을 가지게 된다?
위의 상황에서 $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ 라는 사실이 주어졌죠. 그럼 우리는 공을 2h의 높이에서 놓아봅시다. 그렇다면 $2mgh$ 의 퍼텐셜에너지를 가진 채로 내려오게 되겠죠. 그렇다면 $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ 이 식의 양 변에 2를 곱해보면 $mv^2 = 2mgh$ 를 구하게 됩니다. 그럼 바닥까지 내려오면 운동에너지가 mv^2 있다는 소리인데, 이 끝은 $\frac{1}{2}m2v^2$ 으로 볼 수 있습니다. 그렇다면 바닥에서 이 물체는 $\sqrt{2}v$ 의 속력을 지니게 됩니다. 2v의 속력을 가지지 않지요? 계산해보면 아시겠지만 2v의 속력을 가지려면 4h의 높이에서 던져야 한다는 걸 알 수 있을겁니다.

2) h만큼 올라갈 때 마다 속력이 v만큼 줄어든다?
높이 h를 올라가기 전의 속력이 v라면 그만큼 속력이 줄어드는게 맞습니다. 그건 우리가 처음에 증명했던 자명한 사실이지요. 하지만 2v의 속력을 가진 물체가 h의 높이를 올라가면 속력이 v가 되고, 2h의 높이를 올라가면 속력이 0이 된다는 것은 잘못된 발상입니다.
그 이유도 1)에서 증명했던 것과 비슷한 이유입니다. 만약에 2v의 속력을 가진 물체가 빗면을 올라가는 상황에서 h의 높이만큼 올라간다면 위에서 계산한 것과 비슷한 과정을 거쳐 $\sqrt{2}v$ 의 속력을 가지게 됩니다. 이게 잘못된 생각이란건 꼭 머리에 새기셔야 합니다.

엄청 혼란스럽고 짜증나죠? 저도 쓰는동안 이걸 어떻게 명확하게 설명할 지 모르겠어서 혼란에 빠졌습니다. 하지만 여러분들이 꼭 해야하는 생각은 위에 있는 실수 상황이 왜 잘못되었는지 이유랑, **속력이 0일때의 최고점 높이(특정 높이)에서 떨어진 후 기준점(바닥)에의 속력 v(단 하나의 속력)가 대응된다**는 사실입니다.

문자를 대응시키는순간 속력이 조금도 달라서는 안되고, 높이도 조금도 달라서는 안됩니다. 다른 상황을 적용하고 싶다면 여러분이 설정한 문자를 역학적에너지 보존 공식에 대입하여 직접 계산하셔야합니다.

이렇게 한정적인 상황이 어디 쓸모가 있나 싶으시죠? 나중에 보시면 다 쓸모가 있습니다. 물리1에서는 한번에 여러가지 문자를 써야하는 상황은 잘 안나오거든요. 하여튼 이 골때리는 주제는 기출문제 분석에서 다시 만나도록하죠.

4. 기출문제에의 적용

그럼 지금까지 제가 여러분에게 일러드린 몇가지 내용을 실제적으로 문제에 적용시켜서 푸는 연습을 해봅시다. 4문제 정도를 다뤄보겠습니다.

본격적으로 들어가기 전에, 여러분이 문제를 풀 때 어떻게 접근해나가야하는지 제시해드리겠습니다. 특히 물리에서 중요한 부분을 짚어드리겠습니다.

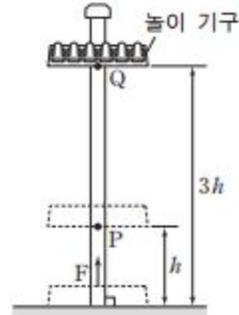
우선 문제와 그림에서 주어지고 있는 조건이 뭔지 정확히 파악하고 풀이에 들어가세요. 운동에너지 비가 몇이라든지, 질량은 서로 같든지.. 여러가지 조건들이 있습니다. 하나라도

빠뜨리면 문제 풀 때 혼란이 오기 쉬우니 그 문제를 시작할 때 조건들은 모두 체크하고 들어가세요.

그리고 ㄱㄴㄷ 보기 문제면 상관이 없는데 계산해서 수치를 내야하는 문제같은 경우에는 선지에서 어떤 문자를 사용하고 있는지 파악하셔야합니다. 그래야지 계산중에도 방향성을 잡고 문자를 사용할 수 있는데 다 계산해놓고 내 답이랑 선지랑 다른 문자를 쓰고 있으면 다시 생각하기 시간 걸립니다.

그럼 첫 번째 문제부터 만나보도록 하겠습니다. 한 번 풀어보세요.

19. 그림과 같이 지면에 정지해 있던 놀이 기구에 연직 방향의 일정한 힘 F 와 중력이 함께 작용하여 점 P 를 지날 때까지 가속 되다가, P 를 지난 순간부터는 중력만 작용하여 최고점 Q 에 도달하였다. P, Q 의 높이는 각각 $h, 3h$ 이며, 놀이 기구가 지면에서 Q 에 도달할 때까지 걸린 시간은 3초이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 10m/s^2 이고 지면에서 중력에 의한 퍼텐셜 에너지는 0이며, 마찰 및 공기 저항은 무시한다.) [3점]

— <보기> —

- ㄱ. Q 에서 놀이 기구의 중력에 의한 퍼텐셜 에너지는 F 가 한 일과 같다.
- ㄴ. F 의 크기는 놀이 기구에 작용하는 중력의 크기의 3배이다.
- ㄷ. $h=8\text{m}$ 이다.

일단 우리는 'ㄱ'보기만 풀이할 것입니다. ㄴ 이랑 ㄷ은 역학적에너지 보존으로 풀기에는 적절치 않다고 생각되는 보기라서 일단 'ㄱ'만 푸시면 됩니다.

14 수능 물리1 문제였습니다. 19번 문제임에도 불구하고 정답률이 44%였던 생각보다 무난한 문제였습니다.

이 문제에서 생각하기 어려운 부분은 L, C에 있는데, 제가 등가속도운동 문제를 푸는 방식을 설명해드리지 않아서 여기서는 풀지 않겠습니다.

일단 문제를 분석합시다.

-높이 h까지는 F가 작용해서 가속되었다는 것에서 F가 중력보다는 크다는 걸 알 수 있습니다.

-그 이후에는 힘이 작용하지 않고 중력만 아래로 작용했으니 점점 속력이 줄어들어 점 Q, 즉 높이 3h에서 최고점을 찍습니다. **최고점에 있다는 말은? 속력이 0이라는 말이겠죠.**

-지면에서 퍼텐셜 에너지는 0입니다.

자, 그럼 우리가 아까 배웠던 성질을 이용해 순식간에 풀어봅시다.

점 P까지는 힘 F가 일을 했습니다. 중력이 아닌 외력 F가 일을 하면 뭐라고 했죠?

외력이 한 일은 역학적 에너지 변화량이다.

까먹지 않았죠? F가 한 일만큼 역학적 에너지가 변하게 됩니다.

점 P에서 Q까지는 중력만 작용합니다. 중력만 작용하는 상황에서는 역학적에너지가 보존된다고 했죠? 그렇다면 P까지 F가 일을 하며 생긴 역학적에너지가 이 물체의 역학적에너지 전부가 됩니다.

점 Q에서는 최고점이라 속력이 0입니다. 운동에너지가 없고 퍼텐셜에너지만 있습니다.

역학적에너지 전체가 퍼텐셜에너지네요.

이때 Q에서 중력에 의한 퍼텐셜 에너지는 (F가 점 P까지 한 일) = (역학적에너지 전부)가 됩니다.

따라서 ㄱ은 맞는 선지입니다.

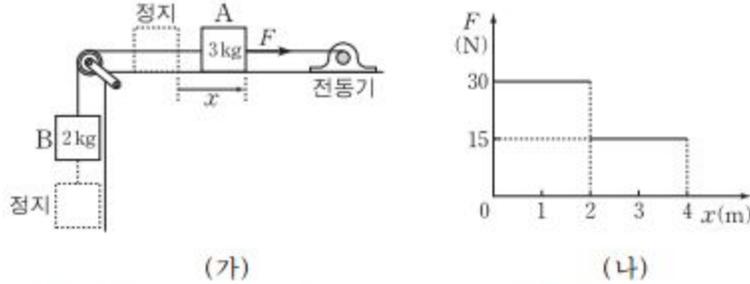
****최고점에 있으면 속력이 0이다?**

꼭 그런건 아닙니다. 물리2만 당장 들어가도 이렇게 생각하면 틀리게 됩니다. 물리2에서는 수평방향 속도와 연직방향 속도를 따로 측정하거든요.

하지만 물리1에서는 2차원 운동을 다루지 않지요. 한 축에서 움직이는 운동만 다룹니다. 그래서 역학적에너지 보존에 의해 h가 제일 클 때 속력이 0이라고 볼 수 있습니다. 그게 속편해요

쉬운 선지 풀이를 굳이 길게 늘어 썼지만 사실 이 사고 과정이 순식간에 흘러가야 합니다. 그럼 다음 문제로 넘어갑시다. 먼저 한 번 풀어보세요.

8. 그림 (가)는 B와 실로 연결되어 수평면에 정지해 있던 A를 전동기가 수평 방향으로 힘 F 로 당기고 있는 것을 나타낸 것이다. 그림 (나)는 A가 4m 이동하는 동안 F 의 크기를 A의 위치 x 에 따라 나타낸 것이다. A, B의 질량은 각각 3kg, 2kg이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 10m/s^2 이고, 모든 마찰과 공기 저항, 실의 질량은 무시한다.) [3점]

- <보기> —
- ㄱ. $x=3\text{m}$ 일 때, 실이 B를 당기는 힘의 크기는 18N이다.
 - ㄴ. F 가 한 일은 B의 역학적 에너지 증가량과 같다.
 - ㄷ. A의 최대 속력은 2m/s 이다.

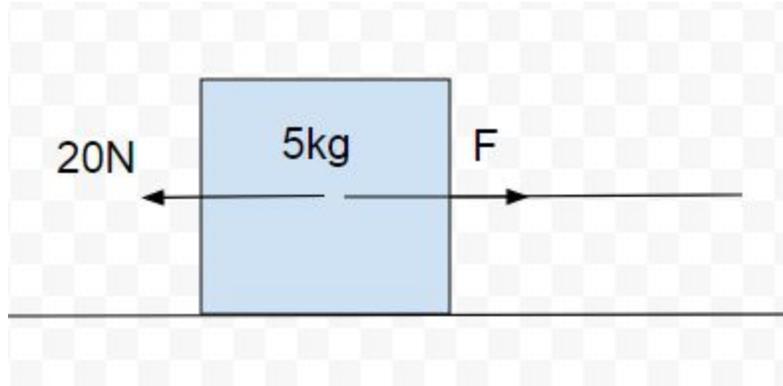
15학년도 6월 평가원 8번 문제입니다. 8번임에도 불구하고 정답률이 20%대인 눈물나는 문제입니다.

일단 물리1을 한 번 정도는 풀어봤으리라 믿고(..) 도르래와 전동기가 있는 이 문제를 풀어보겠습니다.

일단 문제를 분석합시다.

- A는 전동기가 F 의 힘으로 당기고 있고, B는 중력에 의해 20N의 힘을 받고 있습니다.
- 그래프가 주어졌네요. 여기서 힘과 움직인 거리에 대한 그래프입니다. 착각하시면 안됩니다. 2m까지 갈 때는 전동기가 30N의 힘으로 당겼고 2~4m를 끌 땐 15N의 힘을 주었군요.

여기서 알 수 있는 점은 우선 2m까지 당겼을 때랑 2~4m를 당길 때의 알짜힘이 다르다는 것입니다. 실로 연결된 두 물체는 한 물체로 볼 수 있다는 사실은 아시죠? 그럼 잠깐 이 물체를 이렇게 보겠습니다.



5kg짜리 물체를 이런 식으로 당기고 있다고 생각하면 됩니다.

그럼 2m까지는 F가 30N이니까 물체는 전동기 쪽으로 10N의 알짜힘을 받겠네요. 그렇다면 $F=ma$ 에 따라 물체는 2의 가속도를 받게 됩니다. (가속도 단위는 생략하겠습니다.)

그런데 실로 묶어 놓은 물체들은 같이 움직이게 되지요? 그래서 속력도 같고 가속도도 같습니다. 따라서 다시 이 물체들을 원래대로 분해해도 둘 다 같은 가속도 2로 움직이게 됩니다.

2~4m까지는 어떤가요? F가 15N이니까 왼쪽으로 5N의 알짜힘을 받게됩니다. 이때는 $F=ma$ 에 따라 가속도가 왼쪽으로 1이 됩니다. 여기서 주의해야할 점은 알짜힘 방향이 바뀐다고 바로 물체의 운동방향이 바뀌지 않는다는 점이지요. 이미 2m까지 움직이면서 오른쪽으로 속도가 생긴 물체를 느닷없이 반대방향으로 턴 시킬 수는 없습니다.

그렇다면 F가 한 일은 어떨까요? 다시 떠올려보세요. F는 중력이 아닌 외력이므로 일을 하면 역학적에너지가 변화합니다. 여기서는 5kg짜리 물체를 F가 당겨서 움직이므로 F의 역학적에너지가 증가하게 되지요.

거의 다 설명했네요. 이제 ㄱ 보기부터 해결해봅시다.

x=3일 때 물체는 왼쪽으로 가속도 1을 받습니다. 이 때 A,B로 나누어서 생각해보면 B는 2kg이고 가속도 1로 의해 $F=ma$ 로 인해 $F=2N$ 라는 알짜힘을 아래 방향으로 받게됩니다.

알짜힘이 2N이어야 하는데 중력이 20N으로 B를 당기고 있기 때문에 실이 18N으로 당겨준다고 생각해야 가속도가 1이 됩니다. ㄱ은 맞는 선지입니다.

외력 F가 한 일은 A,B 두 물체의 역학적 에너지를 증가시켰습니다. 따라서 B의 역학적에너지와 F가 한 일이 같다는 말은 맞지 않습니다. F가 한 일 중에서는 A의 역학적에너지가 늘어나는데도 기여한 양이 있거든요. 따라서 ㄴ은 틀린 선지입니다.

2m를 지나면서 부터 A는 가던 방향 반대편으로 힘을 받게 됩니다. 그럼 가속을 왼쪽으로 받는다는 말인데, 그 이전까지는 가속을 오른쪽으로 받아왔으니 점점 속력이 빨라졌겠죠? 그 가속은 2m인 지점까지 계속되니까 2m에서 A의 속력이 최대입니다. 아까 $a=2$ 를 구했는데, 주어진 시간이 없으니 $v = at$ 같은 공식으로는 구할 수 없습니다.

그럼 어떻게 할까요? 우리는 알짜힘이 한 일은 운동에너지 변화량과 같다는 기본 원리를 알고 있습니다. 2m까지의 상황에서 A는 가속도 2를 받습니다. 따라서 $F=ma$ 에 따라 6N의 알짜힘을 받고 있습니다.

6N의 힘으로 2m만큼 일을 했으니 12J의 운동에너지 변화량이 생겼군요.
 이때 $12J = \frac{1}{2}mv^2$ 이므로 $m=3kg$ 을 대입해 계산해보면 v 는 $2\sqrt{2}m/s$ 임을 알 수 있습니다. 따라서
 ⓐ은 틀린 선지입니다.

여기선 제가 따로 설명해주지 않았던 부분까지 사용해야해서 설명이 길어졌습니다. 실로 연결된 물체의 운동에서는 다음에 쓸 Lecture 어딘가에서 자세히 설명해드리도록 하겠습니다.

그런데 여기서 두 물체 이상이 연결된 상황에서 역학적에너지 보존을 활용해야하는 유형에 대해서는 설명해드려야겠네요. 허구한 날 출제되는 유형이니까 관련 문제를 다루기 전에 한 번 정리하고 넘어갑시다.

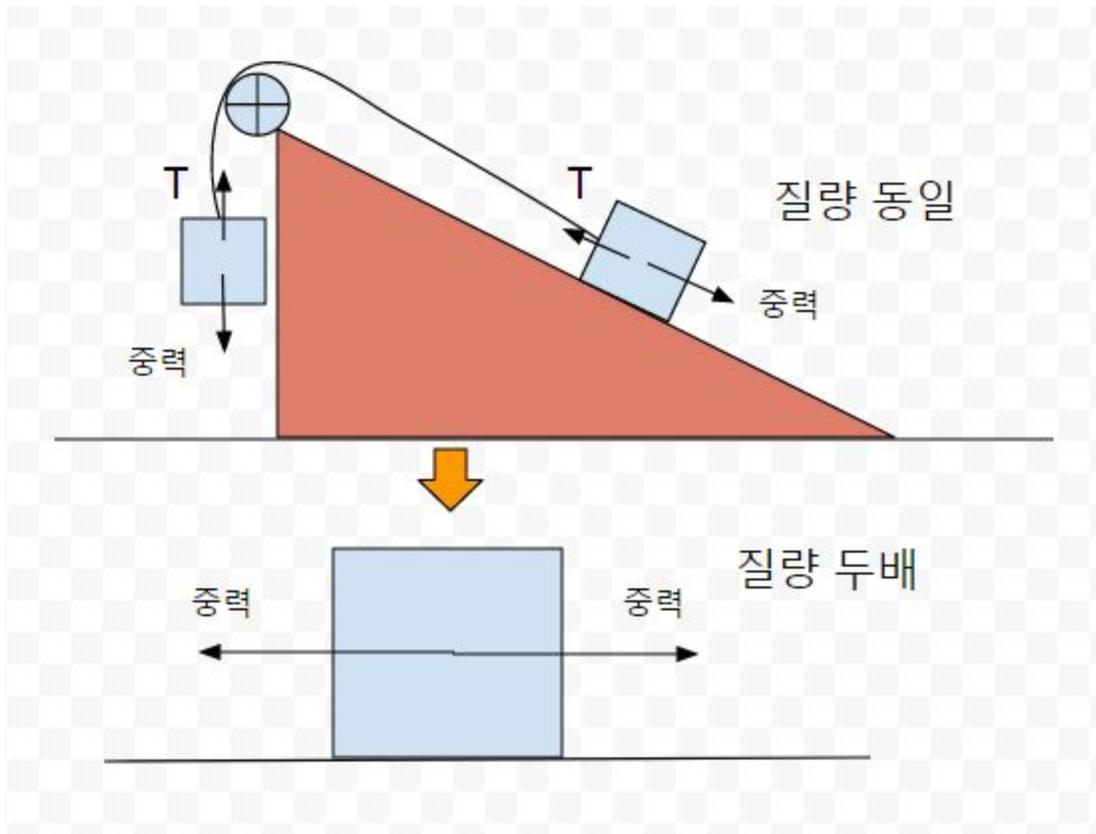
****두 물체 이상에서의 역학적에너지 보존(중요유형)**

역시나 여기서도 '중력만 작용할 때'라는 전제는 변하지 않습니다.

빠른 내용 전개를 위해 결론부터 내놓고 설명하겠습니다.

각자의 역학적에너지는 보존되지 않지만, 전체 역학적 에너지는 보존된다

설명하기 위해 그림을 가져오겠습니다.



페이지가 뒤로 넘어가게 되서 귀찮겠지만 글이랑 그림이랑 같이 보면서 이해해봅시다.

위 상황에서 빗면에 질량이 같은 물체를 뒀다고 생각해봅시다. 사실 질량이 같은 말든 상관없는데 그냥 설명하기 편하니까 같다고 할게요.

그렇다면 각 물체에는 중력이 작용합니다. 빗면에 있는 물체는 경사면 각도에 비례한 중력을 받게 되겠죠? 그 외에도 물체에는 각자 실이 당기고 있는 장력 T가 존재합니다. 실을 팽팽하게 연결하게 되면 실의 양 끝에서는 같은 크기의 힘이 작용합니다. 물체를 끄는 방향으로요. 그걸 장력이라고 합니다.

근데 장력은 중력이 아닌 '외력'이죠?

여러번 말하지만 외력이 일을 하면 그만큼 역학적에너지가 변화합니다.

그러니까 저기 매달려있는 각각의 물체는 장력의 일을 받아서 스스로가 가지고 있는 역학적에너지는 변화하게 됩니다.

거시적 관점에서 봅시다. 실로 연결한 물체는 두 개의 질량을 합쳐서 한 물체로 두고 생각할 수도 있다고 말씀했습니다. 그 밑의 그림은 그것을 표현한겁니다. 질량을 합치면 줄이 서로 당기고 있는 장력 T가 캔슬되어 버리죠? 그렇다면 전체 물체에는 보존력인 중력만 남게 됩니다. 중력만 작용하는 상황에서는 역학적에너지가 변하지 않습니다. 따라서 전체 계에서의 역학적에너지는 변하지 않습니다.

전체 역학적 에너지 = (한 물체의 역학적 에너지) + (다른 물체의 역학적 에너지) = 일정 입니다. 전체 역학적 에너지가 일정하려면 한 물체의 역학적 에너지가 늘어난 만큼 다른 물체의 역학적 에너지는 줄어들어야겠죠? 그걸 수식으로 멋있게 써보면

$$(\Delta E_{kA} + \Delta E_{pA}) + (\Delta E_{kB} + \Delta E_{pB}) = \text{일정 입니다.}$$

이 식의 의미는 A 물체와 B 물체가 있으면 각각 역학적에너지 변화량, 즉 운동에너지(ΔE_k)와 퍼텐셜에너지(ΔE_p)의 변화량의 합이 같다는 의미입니다. 실제 문제에서 이 수식을 써놓고 생각해야하는 경우도 있으니 원리를 이해해 이 식을 끌어낼 수 있도록 생각해주시길 바랍니다.

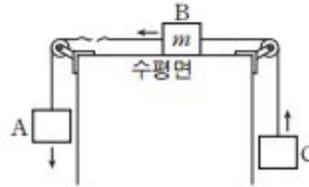
다시 한번 말하겠습니다.

각자의 역학적에너지는 보존되지 않지만, 전체 역학적 에너지는 보존된다

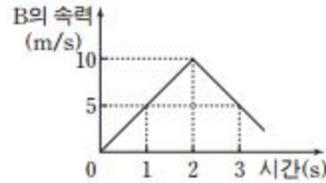
그럼 이와 관련이있는 문제도 하나 풀어보도록 합시다.

뒷장에 문제가 있으니 일단 한 번 풀어보세요.

10. 그림 (가)는 0초일 때 정지해 있던 물체 A, B, C가 실로 연결된 채 등가속도 운동을 하다가 2초일 때 A와 B를 연결하고 있던 실이 끊어진 후 A, B, C가 등가속도 운동을 하고 있는 것을, (나)는 시간에 따른 B의 속력을 나타낸 것이다. 질량은 A가 C보다 크고, B의 질량은 m 이다.



(가)



(나)

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 10m/s^2 이고, 모든 마찰과 공기 저항은 무시한다.) [3점]

— <보기> —

- ㄱ. C의 운동 방향은 1초일 때와 3초일 때가 서로 반대이다.
 ㄴ. 질량은 A가 C의 4배이다.
 ㄷ. C의 역학적 에너지는 3초일 때가 2초일 때보다 크다.

바로 17년도 수능에 나왔던 10번 문제입니다. 이런 문제가 늘 그렇듯 정답률이 높지는 않았습니디. 이 문제도 정답률 30%대의 문제니까요.

사실 우리가 지금 배운 내용으로 접근할 때 가장 집중해야 할 것은 ㄷ 선지입니다. 그렇기에 저는 ㄷ 선지부터 풀이해드리도록 하겠습니다.

일단 문제를 분석해봅시다.

A, C는 중력때문에 아래로 힘을 받고 있는 상태인데, A가 질량이 더 크다고 했으니까 A가 받는 중력이 더 강합니다. 따라서 2초까지 물체들은 A 쪽으로 힘을 받아 움직이게 됩니다.

하지만 2초 때 줄이 끊어진다고 하는군요. 이때부터는 C 쪽으로만 중력이 작용하니까 힘을 C가 있는 오른쪽으로만 받게 됩니다.

그리고 속도-시간 그래프가 주어졌네요. 여기서 우린 2초 전후 상황에서 물체의 가속도를 알 수 있습니다. 방향만 다르고 크기는 똑같네요. 저 그래프에서 가속도는 기울기와 같으니까요.

그럼 이제 ϵ 을 풀어봅시다.

2~4초에서 운동을 하는 동안은 B와 C만 연결되어있고 C가 있는 오른쪽 방향으로 힘을 받고 있습니다. 원래는 A때문에 B기준 왼쪽으로 속력이 생긴 상태인데, 그래프에 따라 B의 속력이 2초를 기준으로 점점 줄어들고 있는 것을 확인할 수 있습니다. 이는 아직 왼쪽으로 가고 있긴 하지만 C의 중력때문에 힘을 받아 오른쪽으로 가속이 되고 있기 때문이죠.

두 물체가 엮여 있는 역학적에너지 보존 상태니까 그 식을 다시 들고와봅시다.

$$(\Delta E_{kC} + \Delta E_{pC}) + (\Delta E_{kB} + \Delta E_{pB}) = \text{일정}$$

이때 B는 수평면 위에서 움직이니 퍼텐셜 에너지의 변화는 없습니다.

하지만 B의 속력은 점점 줄어들고 있습니다. 따라서 B의 운동에너지는 감소합니다.

그렇다면 B의 역학적에너지는 줄어들고 있으니 C의 역학적에너지는 증가합니다.

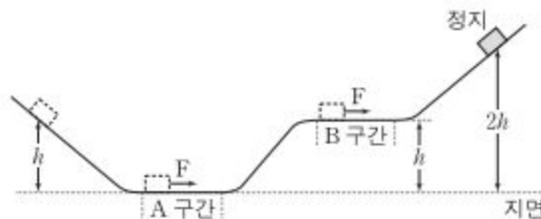
따라서 ϵ 은 맞는 선지입니다.

γ 은 위에서 설명했습니다. 아직 B기준 왼쪽으로 움직이고 있거든요. 착각하기 쉬운데 힘 방향이 바뀐다고 바로 물체 운동 방향이 바뀌는건 아닙니다. 적당한 시간이 지나면 속도가 반대가 되겠죠. 하지만 여기서는 1,3초에서의 속력을 보여주는 그래프까지 제공하고 있습니다. 따라서 γ 은 틀린 선지입니다.

ι 선지는 귀찮지만 계산하셔야 합니다. 서로 가속도의 크기가 같으니 힘 다 써보시고 $F=ma$ 써서 계산해보시면 4배 차이라는걸 알 수 있습니다. ι 은 맞는 선지입니다. 자세한 설명은 하지 않겠습니다.

드디어 마지막 문제 풀어보겠습니다. 어렵긴한데 한번 풀어보세요.

20. 그림과 같이 물체가 높이 h 인 곳에서 가만히 출발하여 마찰이 없는 면을 따라 높이 $2h$ 인 곳에 도달한다. 물체는 수평면 구간 A와 B를 지나는 도중에 각각 운동 방향으로 크기가 같은 힘 F 를 같은 시간 동안 받는다. 높이 $2h$ 인 곳에 도달하였을 때 물체의 속력은 0이다.



A에서 F 가 물체에 한 일을 W_A , B에서 F 가 물체에 한 일을 W_B 라 할 때, $\frac{W_B}{W_A}$ 는? (단, 물체의 크기와 공기 저항은 무시한다.)

17학년도 9월 평가원 20번 문제입니다. 개인적으로 지금까지 역대 역학적에너지 기출 문제 중 가장 어렵다고 생각합니다. 정답률이 20%가 채 안되는 수준인데, 이건 그냥 5개 중 하나 찍으면 수학적으로 그 확률이 나오죠? 다들 이걸 잘 못풀었다는 말입니다. 저도 실제 시험장이었으면 긴장되서 시간내에 이걸 풀긴 힘들었을 것 같습니다.

일단 문제를 분석해봅시다.

높이 h 에서 물체가 가만히 놓아졌으니 처음에 가진 역학적에너지는 그때의 위치에너지만큼 가졌겠네요. 이때 각 구간에서 같은 힘 F 로 일을 했네요. 역학적 에너지가 증가했겠죠?

그리고 나서 마지막 $2h$ 의 높이에서 운동에너지를 모두 소모하고 멈추게 됩니다.

아하, 그럼 여기서 알 수 있는 것이 하나 있네요. A구간에서 한 일과 B구간에서 한 일의 합은 전체과정에서 역학적에너지 변화량이란 같습니다. 근데 처음과 마지막을 비교해보면 $2mgh - mgh$ 라서 총 mgh 만큼의 에너지가 늘어났음을 알 수 있습니다.

그래서 $W_A + W_B = mgh$ 라는 식을 얻어낼 수 있습니다.

그리고 처음 h 만큼의 높이를 떨어졌을 때 바닥에서 물체가 달리는 속력을 v 라고 둡시다.

그렇다면 이런 식도 하나 세울 수 있죠. 떨어지는 동안에는 중력만 작용했으니까 역학적에너지 보존인 상황이고 $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ 이라는 식을 만들어낼 수 있죠.

근데 여기서 우리가 아까 배웠던 성질을 하나 생각해봅시다.

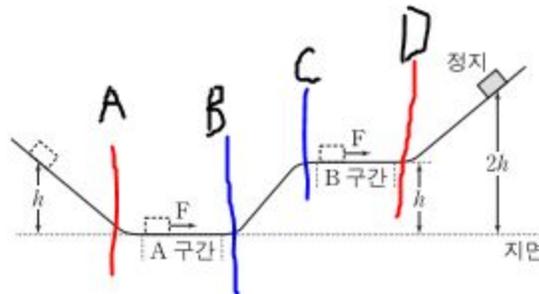
1) h 의 높이에서 가만히 놓은 물체는 바닥까지 내려와서 v 의 속력을 가지게 된다.

2) 바닥에서 v 의 속력을 가진 물체는 h 의 높이까지 올라갈 수 있다.

기억하시나요?

이 상황을 이 문제에 대입시켜봅시다. 처음에 h 에서 떨어뜨린 물체는 v 의 속력을 가진다고 가정했었죠. 그렇다면 v 의 속력을 가진 물체는 h 까지만 올라갈 수 있다는 것도 성립하는데.. 그런 부분이 있나요?

네, 마지막 B구간이 끝나고 $2h$ 의 높이까지 올라가는 부분이 이와 대응됩니다. 그 부분에서도 정확히 h 만큼을 올라갈 수 있습니다. 그렇다면 $2h$ 를 올라가는 빗면에 올라타기 직전에 물체는 v 의 속력을 가지고 있었다고 알 수 있죠.



그림이 개판이지만.. A와 D에서 물체는 v 의 속력을 가지고 있습니다.

이때 아까 실수하지 말라고 한 부분이 있지요. B에서 C까지 올라갈 때도 h 올라가면 v 만큼 줄어드는거 아닌가요? 라고 할 수 있는데 물체는 이미 A구간에서 힘을 받아 v 보다 더 빠른 속력을 가지고 있습니다. 그럼 B에서 C로 올라갈 때 v 만큼 속력이 줄어드는 거라고 생각할 수는 없죠.

여기에 다른 조건이 하나 있습니다. 힘을 같은 시간동안 받았다는 구절이 문제에 있지요?

이 말은 충격량을 말하는 건데, A구간과 B구간에서 물체는 같은 충격량을 받았다는 말입니다. '충격량은 운동량의 변화량이다' 정도는 알아두셨으면 좋겠는데, A구간과 B구간에서 같은 운동량만큼 변화했다는 말은 같은 수치만큼 속력이 바뀌었다는 말입니다. (운동에너지와는 다릅니다) 혹시 모르실까봐 수식으로 써드리면 $mv_B - mv = mv - mv_C$ 라는 말입니다. 같은 수치만큼 속력이 바뀐다라는 것에 대응하여 생각할 때 $(v_B - v) = (v - v_C) = v'$ 라고 두겠습니다. 그렇다면 B에서 가지는 속도 $v_B = v + v'$ 이고 C에서는 $v_C = v - v'$ 입니다.

근데 우리가 문제에서 구하는 것은 $\frac{W_B}{W_A}$ 를 구하는 것 입니다.

그렇다면 우리는 각 지점에서 속력을 구해줬으니 운동에너지변화량을 구해서 비율을 구하는 것이 편하겠네요.

처음에 구했던 $W_A + W_B = mgh$ 의 식에 운동에너지 변화량을 넣어 계산해봅시다.

$$\frac{1}{2}m(v+v')^2 - \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m(v-v')^2 = mgh$$

완전제곱식을 풀어보면 식이 의외로 깔끔하게 나옵니다. 약분할거 하고 식을 다시 정리해보면 $vv' = \frac{gh}{2}$ 가 나옵니다.

여기서 당황하지 마시고 앞에서 구했던 식으로 다시 돌아가야죠.

$mgh = \frac{1}{2}mv^2$ 이라는 관계식을 처음에 세웠었죠? 이걸 대입하면 $v' = \frac{1}{4}v$ 임을 알 수 있습니다.

이제 거의 다 왔습니다. 어차피 $W_A + W_B = mgh = \frac{1}{2}mv^2$ 니까 하나만 구하면 나머지도 나오겠죠?

$$W_A = \frac{1}{2}m(v+v')^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{5}{4}v\right)^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{9}{32}mv^2 \text{ 이 나오게 됩니다.}$$

그럼 $W_B = \frac{7}{32}mv^2$ 이겠죠?

따라서 답은 $\frac{7}{9}$ 이였습니다.

문제의 호흡이 상당히 길죠? 작년 9월문젠데, 점점 문제가 어려워지는걸 느낄 수 있는 문제였습니다. 근데 이걸 제가 되게 풀어쓰는 바람에 되게 길어보이는데, 실제로 생각하면서 계산하면 3분정도로 풀 수 있어요.

이렇게 이번 Lecture가 모두 끝났습니다. 제가 알려드린 기본적 도구들부터 해서 그런 것들을 문제에 적용시키는 방법까지 보여드렸습니다. 이러한 원리와 논리가 충분히 체화되시길 바랍니다. 마음에 안드시면 받아들이지 않으셔도 되요. 그럼 다음 강에서 다시 뵙도록 하겠습니다.

최소한의 논리로 최대한의 문제를 풀자.