



난짱극(?) 에 관련된 글을 보고 적는 글

$\theta \rightarrow 0+$ 일 때

$\sin\theta$, $\tan\theta$, $e^x - 1$, $\ln(1+x)$ 등등을 θ 혹은 x 로 근사 시킬 수 있는 이유

대학에서 배우는 내용이므로

가볍게 보고 넘어가주시면 될 것 같아요.

테일러 전개에 관련된 내용인데

아주 간단하게만 써볼게요.

어떤 함수 $f(x)$ 를 다항함수만으로 표현하고 싶다-는 생각에서 출발한 얘기인데요

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ 으로 나타낼 수 있지 않을까?

라는 점에서 출발한 내용이에요.

(물론, $f(x) = a_0 + a_1(x-a) + a_2(x-a)^2 + \dots + a_n(x-a)^n$ 으로도 나타낼 수 있겠죠)

즉 저 $f(x)$ 가 n 번 미분가능한 함수라고 가정하면

$f(0) = a_0$ 일거예요.

$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots + na_n(x-a)^{n-1}$ 일테니

$f'(0) = a_1$ 이겠죠?

한 번 더 미분해볼까요

$f''(x) = 2a_2 + (3 \cdot 2)a_3x + (4 \cdot 3)a_4x^2 + \dots + n(n-1)a_nx^{n-2}$ 일겁니다.

즉 $f''(0) = 2a_2$ 일거예요.

같은 방식으로 계속 계산해보면

$f^{(n)}(0) = n!a_n$ (여기서 $f^{(n)}(x)$ 라는 것은 $f(x)$ 를 n 번 미분한 것입니다.)

박성현
푸에르

이므로, $a_n = \frac{f^{(n)}(0)}{n!}$ 라는 것을 우리는 알 수 있어요.

즉 맨 처음 얘기했던

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$$

이 식이 이제

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n \text{ 으로 표현될 수 있어요.}$$

이 논리에 의해 $f(x) = \sin x$ 일 때

$$\sin x = x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 - \cdots$$

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 - \cdots$$

$$e^x = 1 + \frac{1}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \cdots$$

등등으로 쓸 수 있는 것입니다.

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(0)}{k!}x^k \text{ 로도 표현할 수 있는 것이구요.}$$

이 경우는 $f(x)$ 를 $x=0$ 근처에서 근사 시킨 것 입니다~