2018학년도 수능수학

『이젠, 이정환 실전력 극대화 수학이 대세입니다.』

모의고사가 끝났습니다. 매번 말씀드리지만 '모의고사'에서 점수는 그 자체로는 중요하지 않습니다. 그렇다고 해서 모의고사의 결과를 무시해도 되는 것은 아닙니다. 드러난 문제점이 무엇이고, 그것을 해결하려면 앞으로 어떻게 공부해야 할지를 생각해보는 것은 중요합니다. 수능도 먼 훗날의 이야기이긴 하지만 문제점이 드러났음에도 불구하고 애써 그것을 외면하면 남은 공부기간에 큰 전환점을 만들기가 어려울 수도 있습니다.

몇 문항에 대해서만 논평을 드리도록 하겠습니다. 정답률이 매우 낮았던 문항, 1등급 이상을 위해서는 반드시 해결해야 하는 문항을 다루도록 하겠습니다. 다른 문항과 관련된 이야기들은 이 글이 아닌 다른 주제의 글을 통해서 일반적인 학습의 원칙과 방법을 말씀드릴 별도의 기회를 갖도록 하겠습니다.

〈 나형 〉

29. 이런 성격의 문항은 많이 다루어진 것입니다. 이 문제를 해결하려면 물론 '불연속'에 대해서 이해하고 있어야 합니다. 그런데 사실 '불연속'이 무슨 뜻인지 몰라서 문제를 틀린 경우는 또 거의 없을 것입니다. 문제를 해결하는 과정이 전형적으로 두 단계에 걸쳐서 이루어져야 한다는 것도 많은 학생이 알고 있다고 생각합니다. 우선은 문제에서 제시된 상황을 통해서 $y=f(x)$의 그래프 개형을 생각하고, 그때 불연속점을 찾으면 그만입니다.

대부분의 학생이 첫 번째 단계에서 특히 $x=\dfrac{10}{3}$일 때의 상황을 짐작하지 못했거나 또는 원이 변 $\overline{AC}$에 접하는 상황을 짐작은 했지만 필요한 계산을 하지 못해서 틀렸을 것으로 보입니다. 그런데 중요한 것은 '왜 그렇게 되는가?'하는 점입니다. 단지 문제의 풀이나 또는 해설을 통해서 자신이 파악하지 못했거나 계산하지 못한 부분을 아는 것만으로는 진정한 반성이 되지 않습니다.

일단 원이 변 $\overline{AC}$에 접하는 상황을 짐작은 했지만 그때의 x값을 계산하지 못했다면 중학과정에서 배우는 직각삼각형에서의 삼각비에 대한 기본적인 개념만 이 기회에 공부하면 됩니다. 나형의 경우 이런 수준에서는 직접적인 시험범위에 포함되지 않는다고 해도 반드시 알고 있어야 하는 기본적인 개념입니다.[1)]

문제는 아예 원이 접하는 상황을 짐작도 못한 경우입니다. 이런 경우는 문제를 해결한다는 것이 무엇인가에 대한 관점을 바꾸어야 합니다. 문제에서 제시되는 상황은 아무리 많은 양의 학습이 전제된다고 해도 '새로운 상황'일 수밖에 없다고 생각하는 것이 자연스러운 것입니다. 운이 좋게도 평소에 공부한 문제에서 비슷한 상황을 접할 수

1) 이에 대해서는 결론적으로 '알아야 한다.'는 정도만 말씀드립니다. 그 이유에 대해서는 잘 이해가 안 된다고 해도, 모의고사 문항으로 출제되었음에도 불구하고 이런 저런 이유로 '그럴 필요가 없다.'고 생각할 어떤 이유도 없습니다.

있으면 큰 도움이 되겠지만 '운'에 관한 한 굳이 운이 나쁠 것이라고 생각하는 것도 우습고, 나에게만 특별히 운이 좋을 것이라고 생각하는 것도 우스운 것일 뿐입니다.

문제를 해결하는 과정의 핵심은 주어진 반지름의 원을 그려보는 것입니다. 중심이 $\overline{AB}$위에 있으므로 선분 $\overline{AB}$에서 거리가 2가 되는 점을 생각해보면 됩니다. 그렇다면 중요한 보조선은 선분 $\overline{AB}$에 평행한 거리가 2가 되는 선분입니다. 그리고 원을 그려가면 접하는 상황에 대한 짐작이 비로소 가능해지는 것입니다. 반대로는 만약에 이 문제를 해결할 때 선분 $\overline{AB}$에 평행한 거리가 2가 되는 선분을 보조선으로 그리지 않은 상태에서, 또는 그러한 보조선을 가상으로 생각하는 상태에서 접하는 순간을 찾아낸 것이 아니라면 '앞'으로 비슷한 성격의 문제를 해결할 때는 틀릴 가능성도 있음도 인정할 수 있어야 합니다.

접할 때를 생각하고 그 순간의 x값을 계산하기 위하여 필요한 직각삼각형에서의 삼각비보다 원과 삼각형이 만나는 상황을 판단하기 위하여 필요한 선분 $\overline{AB}$에 평행한 보조선을 이용하는 것이 앞으로 출제 가능성이 더 높은 요소라고 할 수 있습니다.[2] 그만큼 중요하며, 특히 나형의 경우 가장 기본적인 도형 소재의 문제에도 해결에 어려움을 겪는 경우가 많으므로 반드시 반성해야 할 요소라고 생각하기 바랍니다.

29번 문항에 대해서는 이런 정도로 하겠습니다. 결론적으로 매우 중요한 성격의 문항이며 문제를 틀린 경우 정확하게 반성할 필요가 있는 문항입니다.

30. 현실적으로 출제 가능한 30번[3] 문항과 비교할 때 오히려 객관적으로는 '낮은 난이도'라고 보아야 할 것입니다. 즉, 실제 수능에서는 이 문항보다 더 복잡하고 어려운 문항을 맞힐 수 있어야 한다고 생각하기 바랍니다.

이 문항 역시 문제를 해결하기 위해서 알아야 할 수학적 개념, 공식 등은 매우 간단합니다. 시간적 여유가 많았다면 이 문제가 '중복조합'과 연관되어 있음을 심지어 몰라도 됩니다. 또 이 문항은 수열의 귀납적 정의를 만들어가면서 해결[4]하는 방법도 있습니다. 물론 '매우' 시간적인 여유가 있었다면 정말로 일일이 구해가면서 해결할 수도 있었을 것입니다. 어느 방법이든 문제를 해결하는 것 자체가 일단은 중요한 문항이라고 생각하는 것이 필요합니다.

가장 바람직하지 못한 것은 문제를 틀린 상태에서 '중복조합 문항 이었구나'라고 결론을 내리고 '중복조합' 문제의 또 다른 유형으로 '추가해두는 것'입니다. 이런 반성은 좀

2) 이 근거는 여기서는 자세히 말씀드리지는 않겠습니다. 어차피 둘 다 알아야 할 내용이므로 굳이 비교하지 않아도 좋으며 저의 개인적인 판단일 뿐이라고 생각하셔도 좋습니다.

3) 또는 수능에서는 21번이 될 수도 있습니다.

4) 이 방법에 대해서는 이 문제를 맞힌 학생이 한번 생각해볼 과제 정도로 제시하도록 하겠습니다. 이에 대해서 궁금한 점은 '이정환수학' 홈페이지를 통해서 질문하면 답변해드리도록 하겠습니다.

심하게 말하면 백해무익한 것입니다. 앞으로 나올 문제에서는 '전형적인 중복조합' 문항의 해결에 오히려 방해만 되며, 난이도 높은 '다른 추론 문제'를 해결함에도 머리만 복잡하게 만들 뿐입니다.

이런 문항에서 가장 중요한 것은 간단한 경우 또는 특수한 경우를 통해서 문제와 연관된 개념을 찾아내는 과정입니다.

$n=1$일 때는 $0,1$를 대상으로 하는 것이고
$n=2$일 때는 $0,1,2$를 대상으로 하는 것입니다. 이런 과정을 통해서 '일반화할 수 있는 힘', 평가원의 '용어'로는 발견적으로 추론하는 힘이 중요합니다.

또는 $n=5$ 정도를 가정하고, 즉 a_5를 구해봄으로써 a_n을 추론하는 것입니다. 물론 이것도 전형적인 '발견적 추론'의 과정입니다.

이런 발견적 과정을 전제하지 않고, 가령 풀이에 '결론적으로 쓰인' 일반적인 결론에만 주목한다면 아무것도 얻을 것이 없습니다. 보통 대다수의 학생이 이런 '발견적으로 추론해가는 과정'을 그 자체로 싫어하는 경향이 있습니다.

수학문제를 해결한다는 것은 문제에 필요한 개념을 찾아서 적용하면 된다고 생각하는 것은 반은 맞고 반은 틀린 생각입니다. 왜냐하면 '결국' 문제에 필요한 개념을 찾아서 적용하는 것이지만, 그 '결론'에 이르는 과정은 구체적인 관찰, 조사, 탐구를 거쳐서 이루어지는 것이지 누가 제시해주거나 미리 정리해둘 수 있는 것이 아니기 때문입니다. 30번 문항의 해결을 고민한다는 것은 목표가 최소한 1등급 이상, 만점이라는 것을 뜻합니다. 그렇다면 이 말에 대해서 반드시 깊게 생각해보길 권합니다. 그럴 때만 비로소 30번 문항을 해결하기 위한 공부의 길이 보일 것입니다.