2017학년도 수능 나형 분석

2017학년도 대학수학능력 수학 나형 문항 대조표			
번호		교과서(미래엔)	수능, 평가원 기출문제(이동훈 기출)
1	○	수학2 160p(본문) 문제3	D025
2	○	수학2 22p(본문) 문제1	A018
3	○	수학2 171p(본문) 예제1	D101
4	○	수학2 26p(본문) 문제9 확통 65p(본문) 확률의 덧셈정리	N034
5	○	수학2 121p(본문) 문제5	C061
6	○	수학2 80p(본문) 문제1	B031, B042
7	○	수학1 114p(본문) 예제1 수학2 56p(본문) 문제1	A061, V040
8	○	미적분1 55p(본문) 좌극한과 우극한	F008
9	○	미적분1 168p(본문) 문제2	H029
10	◎	수학2 82p(본문)함수와 그 역함수의그래프 수학2 91p(본문) 예제1	B054
11	○	확통 82p(본문) 문제2	N148
12	○	미적분1 186p(본문) 예제1	H083
13	○	확통 76p(본문) 예제2	N059
14	◎	미적분1 76p(본문) 문제1 미적분1 86p(본문) 문제12	F097
15	◎	수학2 115p(본문) 등차중앙 수학2 114p(본문) 등차수열의 일반항	C022, C042
16	○	확통 131p(본문) 예제1	P146
17	◉	중등 기하(원, 삼각형,닮음비와 넓이의 비) 미적분1 46p(연습) 15	E161
18	◉	미적분1 62p(본문) 예제3	F064
19	◉	확통 23p(본문) 예제3 확통 95p(본문) 확률질량함수의 성질	M012, M044
20	◉	미적분1 122p(본문) 예제1 미적분1 166p(본문) 적분과 미분의 관계 미적분1 167p(본문) 미적분의 기본 정리	H036, H038

○ : 교과서 예제 수준의 문제

◎ : 수능/평가원 기출 문제를 풀었던 경험이 있으면 수월하게 풀리는 문제

◉ : 수능/평가원 기출 문제를 풀었던 경험과 교과서의 개념에 대한 정확한 이해를 요구하는 문제

2017학년도 수능 나형 분석

21	◉	수학1 190p(본문) 예제1 수학1 207p(본문) 문제3 수학2 124p(본문) 시그마의 정의	W045
22	○	확통 15p(본문) 문제1 확통 31p(본문) 문제1	M088
23	○	미적분1 102p(본문) 예제2	G023
24	○	수학2 26p(본문) 문제9	A029
25	○	수학2 126p(본문) 시그마의 기본성질 수학2 128p(본문) 자연수의 거듭제곱의 합	C137
26	○	미적분1 98p(본문) 예제3	G074, W014
27	◉	확통 35p(본문) 예제1	M103
28	◎	수학2 157p(본문) 문제4 수학1 136p(본문) 문제2 미적분1 24p(본문) 예제1	E019
29	◉	확통 111p(본문) 확률밀도함수의 성질 확통 114p(본문) 예제2	P104
30	◉	미적분1 102p(본문) 예제2 수학2 82p(본문)함수와 그 역함수의그래프 미적분1 130p(본문) 예제1	G055, G141

○ : 교과서 예제 수준의 문제

◎ : 수능/평가원 기출 문제를 풀었던 경험이 있으면 수월하게 풀리는 문제

◉ : 수능/평가원 기출 문제를 풀었던 경험과 교과서의 개념에 대한 정확한 이해를 요구하는 문제

2017학년도 수능 나형 분석

2017학년도 수학 나형 1번	이동훈 기출문제집 수학2 D025 (2009-가형1/나형1)
8×2^{-2}의 값은? [2점] ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16	$9^{\frac{3}{2}}\times27^{-\frac{2}{3}}$의 값은? [2점] ① $\frac{1}{3}$ ② 1 ③ $\sqrt{3}$ ④ 3 ⑤ $3\sqrt{3}$
[풀이1] 지수법칙에 의하여 $8\times2^{-2}=2^3\times2^{-2}=2^{3-2}=2$ 답 ②	[풀이] 지수법칙에 의하여 $9^{\frac{3}{2}}\times27^{-\frac{2}{3}}=3^{2\times\frac{3}{2}}\times3^{3\times\left(-\frac{2}{3}\right)}=3^{3-2}=3$ 답 ④
☀ 지수법칙을 적용하는 교과서 예제 수준의 계산 문제	

2017학년도 나형 2번	이동훈 기출문제집 A018 (2017(6)-나형2)
두 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$ 에 대하여 $n(A\cup B)$의 값은? [2점] (2017-나형2) ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10	두 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3\}$, $B=\{3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$에 대하여 $n(A\cup B)$의 값은? [2점] ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8
[풀이] 집합 A에 속하거나 집합 B에 속하는 원소는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10 이므로 $A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8,\ 10\}$ $\therefore\ n(A\cup B)=8$ 답 ③	[풀이] 집합 A에 속하거나 집합 B에 속하는 원소는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이므로 $A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$ $\therefore\ n(A\cup B)=7$ 답 ④
☀ 합집합의 원소의 개수를 구하는 교과서 예제 수준의 문제	

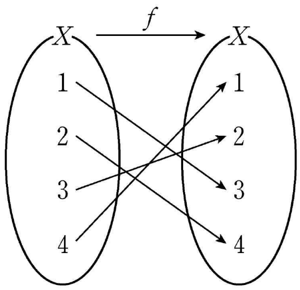
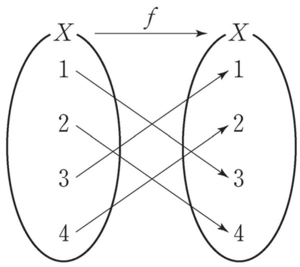
2017학년도 나형 3번	이동훈 기출문제집 D101 (2015(6)-A형5)
$\log_{15}3+\log_{15}5$의 값은? [2점] (2017-나형3) ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5	$\log_8 2+\log_8 4$의 값은? [3점] ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5
[풀이] 로그의 성질과 로그의 정의에 의하여 $\log_{15}3+\log_{15}5=\log_{15}(3\times5)=\log_{15}15=1$ 답 ①	[풀이] 로그의 성질에 의하여 $\log_8 2+\log_8 4=\log_8(2\times4)=\log_8 8=1$ 답 ①
☀ 로그의 성질을 적용하는 교과서 예제 수준의 계산문제	

2017학년도 수능 나형 분석

<table>
<tr><th>2017학년도 나형 4번</th><th>이동훈 기출문제집 N034 (2009(9)-나형4)</th></tr>
<tr><td>두 사건 A, B에 대하여
$\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{1}{8}$, $\mathrm{P}(A\cap B^C)=\dfrac{3}{16}$
일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은? (단, B^C은 B의 여사건이다.) [3점] (2017-나형4)
① $\dfrac{3}{16}$ ② $\dfrac{7}{32}$ ③ $\dfrac{1}{4}$ ④ $\dfrac{9}{32}$ ⑤ $\dfrac{5}{16}$</td><td>두 사건 A, B는 서로 배반사건이고 $\mathrm{P}(A\cap B^C)=\dfrac{1}{5}$,
$\mathrm{P}(A^C\cap B)=\dfrac{1}{4}$일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]
① $\dfrac{9}{20}$ ② $\dfrac{11}{20}$ ③ $\dfrac{13}{20}$ ④ $\dfrac{17}{20}$ ⑤ $\dfrac{19}{20}$</td></tr>
<tr><td>[풀이]
두 집합 $A\cap B^C$, $A\cap B$에 대하여 다음의 두 식이 성립한다.
$(A\cap B^C)\cup(A\cap B)=A$, $(A\cap B^C)\cap(A\cap B)=\varnothing$</td><td>[풀이] (풀이의 일부)
두 사건 A, B가 서로 배반사건이므로
$A\cap B=\varnothing$ 즉, $\mathrm{P}(A\cap B)=0$
$\mathrm{P}(A\cap B^C)=\mathrm{P}(A)=\dfrac{1}{5}$, $\mathrm{P}(A^C\cap B)=\mathrm{P}(B)=\dfrac{1}{4}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">☀ 서로 배반인 두 사건이 주어졌다.
(왼쪽) 두 사건 $A\cap B^C$와 $A\cap B$는 서로 배반이다.
(오른쪽) 두 사건 $A\cap B^C$와 $A^C\cap B$는 서로 배반이다.</td></tr>
<tr><td>두 사건 $A\cap B^C$, $A\cap B$가 서로 배반사건이므로
확률의 덧셈정리에 의하여
$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cap B^C)+\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{3}{16}+\dfrac{1}{8}=\dfrac{5}{16}$
답 ⑤</td><td>확률의 덧셈정리에 의하여
$\therefore\ \mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$
$=\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{4}-0=\dfrac{9}{20}$
답 ①</td></tr>
<tr><td colspan="2">☀ 서로 배반인 두 사건의 합집합으로 정의된 사건이 일어날 확률을 구한다.
문제가 가진 큰 틀을 그대로 두고, 주어진 사건만을 바꾸어 재출제한 문제로, 평가원이 새로운 문항을 만드는 방식을 엿볼 수 있다.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>2017학년도 나형 5번</th><th>이동훈 기출문제집 C061 (2007-나형6)</th></tr>
<tr><td>세 수 $\dfrac{9}{4}$, a, 4가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수 a의 값은? [3점] (2017-나형5)
① $\dfrac{8}{3}$ ② 3 ③ $\dfrac{10}{3}$ ④ $\dfrac{11}{3}$ ⑤ 4</td><td>세 수 a, 0, b가 이 순서로 등차수열을 이루고, 세 수 $2b$, a, -7이 이 순서로 등비수열을 이룰 때, a의 값은? [3점]
① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18</td></tr>
<tr><td>[풀이2]
등비중앙의 정의에 의하여
$a^2=\dfrac{9}{4}\times 4$
a에 대한 이차방정식을 풀면
$a=3\ (\because a>0)$
답 ②</td><td>[풀이] (풀이의 일부)
세 수 $2b$, a, -7이 이 순서대로 등비수열을 이루므로
등비수열의 정의에 의하여
$\dfrac{a}{2b}=\dfrac{-7}{a}$
답 ③</td></tr>
<tr><td colspan="2">☀ 등비중앙의 정의를 이용하여 등식을 세운 후, 간단한 방정식을 푸는 교과서 예제 수준의 문제.</td></tr>
</table>

2017학년도 수능 나형 분석

2017학년도 나형 6번	이동훈 기출문제집 B031 (2017(6)-나형5) 이동훈 기출문제집 B042 (2017(9)-나형24)
그림은 함수 f: $X \to X$를 나타낸 것이다.  $f(2)+f^{-1}(2)$의 값은? [3점] (2017-나형6) ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7	그림은 함수 $f: X \to X$를 나타낸 것이다. $f(2)+(f \circ f)(3)$의 값은? [3점]  ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7 + 함수 $f(x)=2x-13$에 대하여 $f^{-1}(7)$의 값을 구하시오. [3점]
[풀이] 정의역 X의 원소 2에 공역 X의 원소 4가 대응되므로 $f(2)=4$ $f^{-1}(2)=a$로 두면 역함수의 성질에 의하여 $f(a)=2$ 정의역 X의 원소 3에 공역 X의 원소 2가 대응되므로 $a=3$ $\therefore\ f(2)+f^{-1}(2)=4+3=7$ 답 ⑤	[풀이] 정의역의 원소 2에 대응하는 공역의 원소는 4이므로 $f(2)=4$ 정의역의 원소 3에 대응하는 공역의 원소는 1이므로 $f(3)=1$ 정의역의 원소 1에 대응하는 공역의 원소는 3이므로 $(f \circ f)(3)=f(f(3))=f(1)=3$ $\therefore\ f(2)+(f \circ f)(3)=4+3=7$ 답 ⑤ [풀이] $f^{-1}(7)=a$로 두자. 역함수의 성질에 의하여 $f(a)=2a-13=7$ a에 대한 일차방정식을 풀면 $\therefore\ a=10$ 답 10
☀ 2017학년도 6월과 9월에 출제된 두 함수 문제를 결합하여 11월에 출제함. 교과서 예제 수준의 문제이다.	

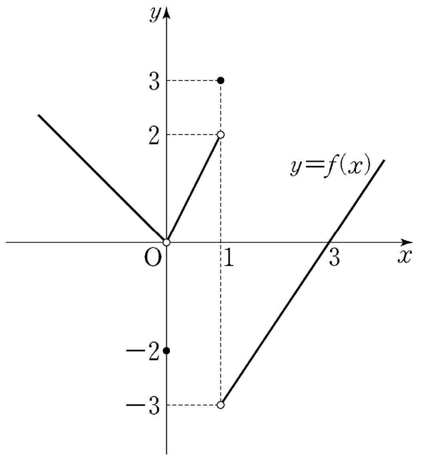
2017학년도 나형 7번	이동훈 기출문제집 V040 (2004(9)-예체능8) 이동훈 기출문제집 A061 (2004(9)-인문26/예체능26/자연26)
실수 x에 대한 두 조건 p: $\lvert x-1 \rvert \le 3$, q: $\lvert x \rvert \le a$ 에 대하여 p가 q이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수 a의 최솟값은? [3점] (2017-나형7) ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5	부등식 $\lvert x+a \rvert \le b$의 해가 $-1 \le x \le 2$일 때, a^2-b^2의 값은? [2점] ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2 + 두 조건 p와 q가 다음과 같다. p : $x^2-8x+15 \le 0$ q : $(x-2)(x-a) > 0$(단, a는 상수) p가 $\sim q$이기 위한 충분조건일 때, a의 최솟값을 구하시오. [2점]
[풀이] 조건 p에서 주어진 부등식을 풀면 $-3 \le x-1 \le 3$에서 $-2 \le x \le 4$ 조건 p의 진리집합을 P라고 하면 $P=\{x \mid -2 \le x \le 4\}$ 조건 q에서 주어진 부등식을 풀면 $-a \le x \le a$ 조건 q의 진리집합을 Q라고 하면 $Q=\{x \mid -a \le x \le a\}$ p가 q이기 위한 충분조건이므로 $P \subset Q$ $-a \le -2$이고 $a \ge 4$ a는 자연수이므로 $a \ge 4$이다. 자연수 a의 최솟값은 4이다. 답 ④	[풀이] 주어진 부등식을 풀면 $-b-a \le x \le b-a$ 주어진 조건에서 $-b-a=-1$, $b-a=2$ 위의 두 식을 변변히 곱하면 $\therefore\ a^2-b^2=-2$ 답 ① [풀이] (풀이의 일부) 조건 p의 진리집합을 P라고 하면 $P=\{x \mid 3 \le x \le 5\}$ 조건 q의 진리집합을 Q라고 하면 $a<2$일 때, $Q^C=\{x \mid a \le x \le 2\}$ …㉠ $a=2$일 때, $Q^C=\{2\}$ …㉡ $a>2$일 때, $Q^C=\{x \mid 2 \le x \le a\}$ …㉢ p가 $\sim q$이기 위한 충분조건이면 $P \subset Q^C$ …($\star$) ㉠, ㉡은 ($\star$)를 만족시키지 않는다. ㉢이 ($\star$)를 만족시킬 a의 범위는 $a \ge 5$이다. 따라서 a의 최솟값은 5이다. 답 5
☀ 명제 단원의 교과서 예제 수준의 문제. 2004학년도 9월에 출제된 두 문제를 물리적으로 결합한 것으로 볼 수도 있다.	

2017학년도 수능 나형 분석

<table>
<tr><th>2017학년도 나형 8번</th><th>이동훈 기출문제집 F008 (2013(9)-나형5)</th></tr>
</table>

2017학년도 나형 8번

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

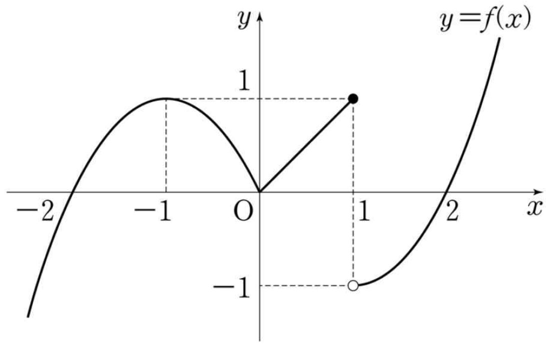


$\lim\limits_{x\to0-}f(x)+\lim\limits_{x\to1+}f(x)$의 값은? [3점] (2017-나형8)

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

이동훈 기출문제집 F008 (2013(9)-나형5)

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x\to-1}f(x)+\lim\limits_{x\to1+}f(x)$의 값은? [3점]

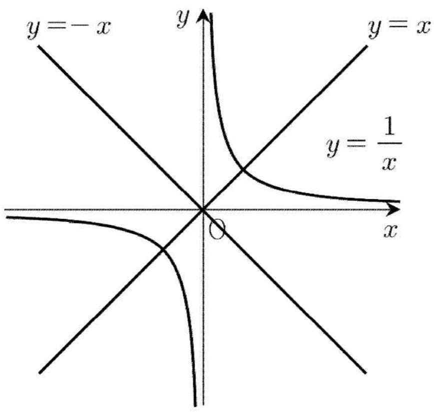
① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

2017학년도 나형 8번 풀이	이동훈 기출문제집 F008 풀이
[풀이] $x\to0-$일 때, $f(x)$는 0보다 큰 값을 가지면서 0에 한없이 가까워진다. $\lim\limits_{x\to0-}f(x)=0$ $x\to1+$일 때, $f(x)$는 -3보다 큰 값을 가지면서 -3에 한없이 가까워진다. $\lim\limits_{x\to1+}f(x)=-3$ $\therefore\ \lim\limits_{x\to0-}f(x)+\lim\limits_{x\to1+}f(x)=0+(-3)=-3$ 답 ③	[풀이] $x\to-1+$이면 $f(x)$는 1보다 작은 값을 가지면서 1에 수렴한다. $x\to-1-$이면 $f(x)$는 1보다 작은 값을 가지면서 1에 수렴한다. 함수의 극한에 대한 정의에 의하여 $\lim\limits_{x\to-1}f(x)=1$ $x\to1+$이면 $f(x)$는 -1보다 큰 값을 가지면서 -1에 수렴한다. $\lim\limits_{x\to1+}f(x)=-1$ $\therefore\ \lim\limits_{x\to-1}f(x)+\lim\limits_{x\to1+}f(x)=0$ 답 ③

☀ 2013학년도 9월에 출제된 문제와 주어진 상황이 거의 같다. 교과서 예제 수준의 문제.

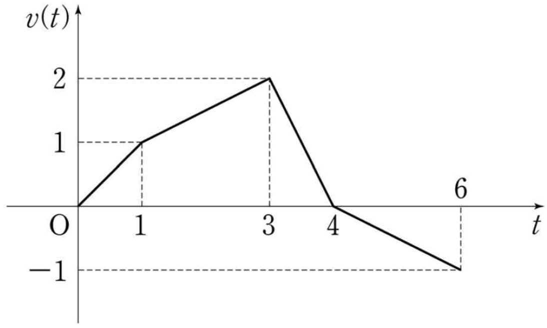
2017학년도 수능 나형 분석

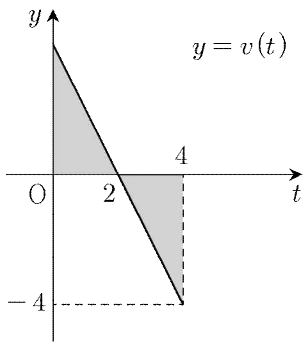
2017학년도 나형 9번	이동훈 기출문제집 H029 (2017(9)-나형23)
$\int_0^2 (6x^2-x)dx$의 값은? [3점] (2017-나형9) ① 15 ② 14 ③ 13 ④ 12 ⑤ 11	$\int_0^3 (x^2-4x+11)dx$의 값을 구하시오. [3점]
[풀이] 미적분의 기본 정리에 의하여 $\int_0^2 (6x^2-x)dx=\left[2x^3-\frac{1}{2}x^2\right]_0^2=14$ 답 ②	[풀이] 미적분의 기본 정리에 의하여 $\int_0^3 (x^2-4x+11)dx=\left[\frac{1}{3}x^3-2x^2+11x\right]_0^3$ $=9-18+33=24$ 답 24
☀ 미적분의 기본 정리를 적용하는 교과서 예제 수준의 전형적인 계산 문제이다.	

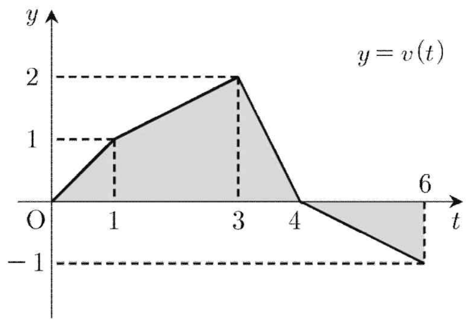
2017학년도 나형 10번	이동훈 기출문제집 B054 (2001-인문8/예체능8)
좌표평면에서 함수 $y=\frac{3}{x-5}+k$의 그래프가 직선 $y=x$에 대하여 대칭일 때, 상수 k의 값은? [3점] (2017-나형10) ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5	분수함수 $y=\frac{1}{x}$의 그래프가 직선 $y=ax$에 대하여 대칭이 되는 상수 a의 값을 모두 구하면? [3점] ① -1, $1$② -2, $2$③ -3, $3$④ -4, $4$⑤ -5, 5
[풀이] (풀이의 일부) 문제에서 주어진 함수 $y=\frac{3}{x-5}+k$ …㉠ 의 방정식을 x에 대하여 풀면 $xy-5y=3+kx-5k$, $(y-k)x=5y+3-5k$ $x=\frac{5y+3-5k}{y-k}$ x와 y를 서로 바꾸어 역함수를 구하면 $y=\frac{5x+3-5k}{x-k}$ 정리하면 $y=\frac{3}{x-k}+5$ …㉡ ㉠, ㉡(㉠의 역함수)의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 서로 대칭이므로 ㉠, ㉡의 그래프가 서로 일치하면 ㉠은 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다. ∴ $k=5$ 답 ⑤	[풀이] (풀이의 일부)  ∴ $a=1$ 또는 $a=-1$ 답 ①
☀ 2001학년도 수능에 출제된 문제와 평행이동의 관점을 내적 결합하여 2017학년도 수능에 다시 출제함. 예전의 평가원 기출문제라도 현재 교육과정 안에 있다면 반드시 풀어보아야 한다.	

2017학년도 수능 나형 분석

2017학년도 나형11번/가형7번	이동훈 기출문제집 N148 (2013(9)-가형3)
한 개의 주사위를 3번 던질 때, 4의 눈이 한 번만 나올 확률은? [3점] (2017-가형7/나형11) ① $\frac{25}{72}$ ② $\frac{13}{36}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{18}$ ⑤ $\frac{29}{72}$	한 개의 주사위를 6번 던질 때, 홀수의 눈이 5번 나올 확률은? [2점] ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{3}{32}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{5}{32}$ ⑤ $\frac{3}{16}$
[풀이] 주사위를 한 번 던질 때, 4의 눈이 나오는 사건을 A라고 하자. 수학적 확률의 정의에 의하여 $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{6}$ 여사건의 확률의 정의에 의하여 $\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)=\frac{5}{6}$ 구하는 확률을 p라고 하자. 독립시행의 확률의 정의에 의하여 $p={}_3\mathrm{C}_1(\mathrm{P}(A))^1(\mathrm{P}(A^C))^2=3\times\frac{1}{6}\times\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{25}{72}$ 답 ①	[풀이] 6 이하의 자연수 중에서 홀수는 각각 1, 3, 5이다. 한 개의 주사위를 던질 때, 홀수의 눈이 나올 사건을 A라고 하면 수학적 확률의 정의에 의하여 $\mathrm{P}(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ 여사건의 확률에 의하여 $\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ 구하는 확률을 p라고 하자. 독립시행의 확률에 의하여 $p={}_6\mathrm{C}_5(\mathrm{P}(A))^5(\mathrm{P}(A^C))^1=\frac{3}{32}$ 답 ②
☀ 사건 A만 바뀌었을 뿐, 독립시행의 확률의 전형적인 풀이를 적용하는 교과서 예제 수준의 문제.	

<table>
<tr><th>2017학년도 나형 12번</th><th>이동훈 기출문제집 H083 (2014(예비)-A형10)</th></tr>
<tr><td>수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가
$v(t)=-2t+4$
이다. $t=0$부터 $t=4$까지 점 P가 움직인 거리는? [3점] (2017-나형12)
① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12</td><td>원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(0 \leq t \leq 6)$에서의 속도 $v(t)$의 그래프가 그림과 같다. 점 P가 시각 $t=0$에서 시각 $t=6$까지 움직인 거리는? [3점]


① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{11}{2}$</td></tr>
<tr><td>[풀이]
$0 \leq t \leq 2$일 때 $v(t) \geq 0$이고,
$2 \leq t \leq 4$일 때 $v(t) \leq 0$이다.


$t=0$에서 $t=4$까지 점 P가 움직인 거리를 s라고 하면
$s=\int_0^4 |v(t)|dt=\int_0^2(-2t+4)dt+\int_2^4(2t-4)dt$
$=\left[-t^2+4t\right]_0^2+\left[t^2-4t\right]_2^4=4+4=8$
답 ①</td><td>[풀이]


삼각형과 사각형의 넓이를 구하는 공식에 의하여
(점 P가 시각 $t=0$에서 시각 $t=6$까지 움직인 거리)
$=\int_0^6 |v(t)|dt$
$=(v(t)$의 그래프와 t축 및 직선 $t=6$으로 둘러싸인 도형의 넓이)
$=\frac{1}{2}+3+1+1=\frac{11}{2}$
답 ⑤</td></tr>
<tr><td colspan="2">☀ 2014학년도 예비평가 문제에서는 그림을 주었지만, 2017학년도 수능 문제에서는 그림을 주지 않았다.
올해 수능 문제에서는 속도 함수의 그래프의 개형까지 그려야 하므로 난이도가 소폭 상승한 것으로 볼 수 있다.</td></tr>
</table>

2017학년도 수능 나형 분석

2017학년도 나형 13번	이동훈 기출문제집 N059 (2015-B형15)
어느 학교의 전체 학생은 360명이고, 각 학생은 체험 학습 A, 체험 학습 B 중 하나를 선택하였다. 이 학교의 학생 중 체험 학습 A를 선택한 학생은 남학생 90명과 여학생 70명이다. 이 학교의 학생 중 임의로 뽑은 1명의 학생이 체험 학습 B를 선택한 학생일 때, 이 학생이 남학생일 확률은 $\frac{2}{5}$이다. 이 학교의 여학생의 수는? [3점] (2017-나형13) ① 180 ② 185 ③ 190 ④ 195 ⑤ 200	어느 학교의 전체 학생 320명을 대상으로 수학동아리 가입여부를 조사한 결과 남학생의 60%와 여학생의 50%가 수학동아리에 가입하였다고 한다. 이 학교의 수학동아리에 가입한 학생 중 임의로 1명을 선택할 때 이 학생이 남학생일 확률을 p_1, 이 학교의 수학동아리에 가입한 학생 중 임의로 1명을 선택할 때 이 학생이 여학생일 확률을 p_2라 하자. $p_1=2p_2$일 때, 이 학교의 남학생의 수는? [4점] ① 170 ② 180 ③ 190 ④ 200 ⑤ 210

[풀이]
이 학교의 여학생의 수를 x라고 두자.

	남학생	여학생	합
체험 학습A	90	70	160
체험 학습B	$270-x$	$x-70$	200
합	$360-x$	x	360

이 학교의 학생 중 임의로 뽑은 1명의 학생이 체험 학습 A를 선택하는 사건을 A, 남학생인 사건을 B라고 하자.
조건부 확률의 정의에 의하여

$$\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{\mathrm{P}(B\cap A^C)}{\mathrm{P}(A^C)}=\frac{\frac{270-x}{360}}{\frac{200}{360}}=\frac{270-x}{200}=\frac{2}{5}$$

x에 대한 일차방정식을 풀면
$\therefore\ x=190$
답 ③

[풀이]
이 학교의 남학생의 수를 x로 두고,
문제에서 주어진 조건을 표로 정리하자.

	남학생	여학생	합
수학 동아리○	$\frac{3}{5}x$	$160-\frac{x}{2}$	$160+\frac{x}{10}$
수학 동아리×	$\frac{2}{5}x$	$160-\frac{x}{2}$	$160-\frac{x}{10}$
합	x	$320-x$	320

조건부확률의 정의에 의하여

$$p_1=\frac{\frac{3}{5}x}{160+\frac{x}{10}},\quad p_2=\frac{160-\frac{x}{2}}{160+\frac{x}{10}}$$

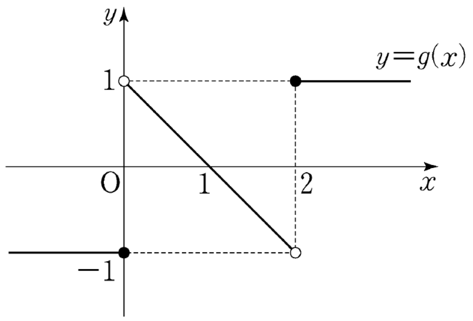
주어진 조건에서 $p_1=2p_2$이므로

$$\frac{\frac{3}{5}x}{160+\frac{x}{10}}=2\frac{160-\frac{x}{2}}{160+\frac{x}{10}}$$ 정리하면 $\frac{3}{5}x=2\left(160-\frac{x}{2}\right)$

일차방정식을 풀면
$\therefore\ x=200$
답 ④

☀ 조건부확률의 실생활 활용문제는 (1) 두 사건 $A(A^C)$, $B(B^C)$에 대한 표를 그리고 (2) 조건부확률의 정의를 적용하여 풀면 된다. 이 단원에서 출제되는 문제들은 이 유형에서 거의 벗어나지 않는다.

2017학년도 수능 나형 분석

<table>
<tr><th>2017학년도 나형 14번</th><th>이동훈 기출문제집 F097 (2013(6)-가형6)</th></tr>
<tr><td>두 함수
$f(x)=\begin{cases} x^2-4x+6 & (x<2) \\ 1 & (x \ge 2) \end{cases}$, $g(x)=ax+1$
에 대하여 함수 $\dfrac{g(x)}{f(x)}$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [4점] (2017-나형14)
① $-\dfrac{5}{4}$ ② -1 ③ $-\dfrac{3}{4}$ ④ $-\dfrac{1}{2}$ ⑤ $-\dfrac{1}{4}$</td>
<td>최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 함수
$g(x)=\begin{cases} -1 & (x \le 0) \\ -x+1 & (0<x<2) \\ 1 & (x \ge 2) \end{cases}$
에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이다. $f(5)$의 값은? [3점]


① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23</td></tr>
<tr><td>[풀이] (풀이의 일부)
$x^2-4x+6=(x-2)^2+2 \ge 2$이고, $1 \ne 0$이므로
실수 전체의 집합에서 $f(x) \ne 0$이다.
$\dfrac{g(x)}{f(x)}=\begin{cases} \dfrac{ax+1}{x^2-4x+6} & (x<2) \\ ax+1 & (x \ge 2) \end{cases}$
따라서 함수 $\dfrac{g(x)}{f(x)}$가 $x=2$에서 연속이면 함수 $\dfrac{g(x)}{f(x)}$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
$\lim\limits_{x \to 2+}\dfrac{g(x)}{f(x)}=\lim\limits_{x \to 2+}(ax+1)=2a+1$
$\lim\limits_{x \to 2-}\dfrac{g(x)}{f(x)}=\lim\limits_{x \to 2-}\dfrac{ax+1}{x^2-4x+6}=\dfrac{2a+1}{2}$
$\dfrac{g(2)}{f(2)}=2a+1$
함수의 연속에 대한 정의에 의하여
$\lim\limits_{x \to 2+}\dfrac{g(x)}{f(x)}=\lim\limits_{x \to 2-}\dfrac{g(x)}{f(x)}=\dfrac{g(2)}{f(2)}$이므로 $2a+1=\dfrac{2a+1}{2}$
a에 대한 일차방정식을 풀면
$\therefore\ a=-\dfrac{1}{2}$
답 ④</td>
<td>[풀이] (풀이의 일부)
$f(x)=x^2+ax+b$으로 두자.
함수 $f(x)g(x)$의 $x=0$에서의 함숫값은
$f(0)g(0)=b\times(-1)=-b$
함수의 극한에 대한 성질에 의하여
$\lim\limits_{x \to 0-}f(x)g(x)=b\times(-1)=-b$
$\lim\limits_{x \to 0+}f(x)g(x)=b\times 1=b$
함수의 연속의 정의에 의하여
$\lim\limits_{x \to 0-}f(x)g(x)=-b=b=\lim\limits_{x \to 0+}f(x)g(x)$
풀면 $b=0$
$b=0$이면 $\lim\limits_{x \to 0}f(x)g(x)=0=f(0)g(0)$
함수의 연속의 정의에 의하여 함수 $f(x)g(x)$는 $x=0$에서 연속이다.
답 ①</td></tr>
<tr><td colspan="2">☀ 두 함수의 곱으로 만들어진 함수 $f(x)g(x)$의 연속성에 대한 문제가 주로 출제되었다가
2017학년도 수능에서는 두 함수의 나눗셈으로 만들어진 함수 $\dfrac{f(x)}{g(x)}$가 출제되었다.
익숙하지 않은 상황을 제시하여 난이도를 높였지만, 두 문제에 적용되는 풀이는 동일하다.
(2017학년도 수능 문제에서는 분수식의 분모에 절대부등식을 주어서 난이도를 높이기도 하였다. 간단한 절대부등식을 내적 결합하여 난이도를 높이는 것은 평가원에서 주로 사용하는 방식)
(오른쪽) $\lim\limits_{x \to 0-}f(x)g(x)=\lim\limits_{x \to 0-}f(x)g(x)=f(0)g(0)$ (함수의 연속의 정의)
(왼쪽) $\lim\limits_{x \to 2-}\dfrac{g(x)}{f(x)}=\lim\limits_{x \to 2+}\dfrac{g(x)}{f(x)}=\dfrac{g(2)}{f(2)}$ (함수의 연속의 정의)</td></tr>
</table>

2017학년도 수능 나형 분석

<table>
<tr><th>2017학년도 나형 15번</th><th>이동훈 기출문제집 C022 (2010-나형18)
이동훈 기출문제집 C042 (2005(6)-가형7/나형7)</th></tr>
<tr><td>공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_2의 값은? [4점] (2017-나형15)
(가) $a_6+a_8=0$
(나) $|a_6|=|a_7|+3$
① -15 ② -13 ③ -11 ④ -9 ⑤ -7</td><td>등차수열 $\{a_n\}$이 $a_2+a_4=8$, $a_7=52$를 만족시킬 때, 공차를 구하시오. [3점]
+
등차수열 $\{a_n\}$에서 $a_1=6$, $a_{10}=-12$일 때,
$|a_1|+|a_2|+|a_3|+\cdots+|a_{20}|$의 값은? [3점]
① 280 ② 284 ③ 288 ④ 292 ⑤ 296</td></tr>
<tr><td>[풀이1]
등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 $d(>0)$라고 하자.
조건 (가)에서 등차중앙의 정의에 의하여
$a_6+a_8=2a_7=0$ 즉, $a_7=0$
이를 조건 (나)에서 주어진 등식에 대입하면
$|a_6|=3$ 풀면 $a_6=3$ 또는 $a_6=-3$
만약 $a_6=3$이면 $d=a_7-a_6=0-3=-3<0$이므로
문제에서 주어진 조건에 모순이다.
따라서 $a_6=-3$이다.
공차가 양수인지를 확인해보면
$d=a_7-a_6=0-(-3)=3>0$
등차수열의 정의에 의하여
$\therefore\ a_2=a_7-5d=0-5\times3=-15$
답 ①</td><td>[풀이2]
수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라고 하자.
등차중앙의 정의에 의하여
$a_2+a_4=2a_3=8$에서 $a_3=4$
$\therefore\ d=\dfrac{a_7-a_3}{7-3}=\dfrac{52-4}{7-3}=\dfrac{48}{4}=12$
답 12

[풀이]
등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라고 하면
$a_{10}=a_1+9d=6+9d=-12$에서 $d=-2$
일반항 a_n은 $a_n=-2n+8\,(n\ge1)$
$n\le4$이면 $a_n\ge0$, $n>5$이면 $a_n<0$
등차수열의 합의 공식에 의하여
$\therefore\ |a_1|+|a_2|+|a_3|+\cdots+|a_{20}|$
$=(6+4+2+0)+(2+4+\cdots+32)$
$=12+\dfrac{2+32}{2}\times16=284$
답 ②</td></tr>
<tr><td colspan="2">☀ 2017학년도 나형 15번의
조건 (가): 등차중앙을 이용하여 가운데 항의 값을 구함. (2010학년도 나형 18번)
조건 (나): 수열의 특정항(a_7)의 값과 (공차)>0임을 이용하여 또 다른 특정항(a_8)의 부호를 결정함. (2005(6)-가형 7/나형7)
즉, 2017학년도 나형 15번은 오른쪽에 주어진 두 평가원 기출문제를 내적 결합한 것으로 생각할 수 있다.</td></tr>
</table>

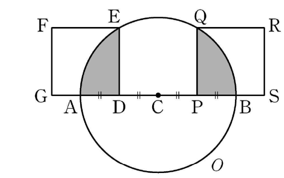
2017학년도 수능 나형 분석

2017학년도 나형 16번	이동훈 기출문제집 P146 (2012-가형9)
어느 농가에서 생산하는 석류의 무게는 평균이 m, 표준편차가 40인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농가에서 생산하는 석류 중에서 임의추출한, 크기가 64인 표본을 조사하였더니 석류 무게의 표본평균의 값이 $\overline{x}$이었다. 이 결과를 이용하여, 이 농가에서 생산하는 석류 무게의 평균 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간을 구하면 $\overline{x}-c \le m \le \overline{x}+c$이다. c의 값은? (단, 무게의 단위는 g이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.58)=0.495$로 계산한다.) [4점] (2017-나형 16) ① 25.8 ② 21.5 ③ 17.2 ④ 12.9 ⑤ 8.6	어느 회사에서 생산하는 음료수 1병에 들어 있는 칼슘 함유량은 모평균이 m, 모표준편차가 σ인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산한 음료수 16병을 임의추출하여 칼슘 함유량을 측정할 결과 표본평균이 12.34이었다. 이 회사에서 생산한 음료수 1병에 들어 있는 칼슘 함유량의 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $11.36 \le m \le a$일 때, $a+\sigma$의 값은? (단, Z가 표준정규분포를 따를 때 $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96)=0.4750$이고, 칼슘 함유량의 단위는 mg이다.) [3점] ① 14.32 ② 14.82 ③ 15.32 ④ 15.82 ⑤ 16.32
[풀이] $n=64$, $\sigma=40$이므로 모평균 m의 신뢰도 99%의 신뢰구간은 $\overline{x}-2.58\times\frac{40}{\sqrt{64}} \le m \le \overline{x}+2.58\times\frac{40}{\sqrt{64}}$ $\therefore\ c=2.58\times\frac{40}{\sqrt{64}}=2.58\times\frac{40}{8}=2.58\times5=12.9$ 답 ④	[풀이] (풀이의 일부) 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \left(\frac{\sigma}{4}\right)^2\right)$을 따른다. 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은 $12.34-1.96\times\frac{\sigma}{4} \le m \le 12.34+1.96\times\frac{\sigma}{4}$ 주어진 조건에서 $12.34-1.96\times\frac{\sigma}{4}=11.36$ 풀면 $\sigma=2$이므로 $a=12.34+1.96\times\frac{2}{4}=13.32$ $\therefore\ a+\sigma=15.32$ 답 ③
☀ 모평균의 신뢰구간에 대한 교과서 예제 수준의 전형적인 문제이다.	

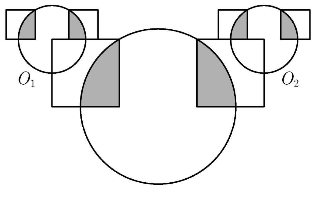
2017학년도 나형 17번

그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O가 있다. 원의 중심을 C라 하고, 선분 AC의 중점과 선분 BC의 중점을 각각 D, P라 하자. 선분 AC의 수직이등분선과 선분 BC의 수직이등분선이 원 O의 위쪽 반원과 만나는 점을 각각 E, Q라 하자. 선분 DE를 한 변으로 하고 원 O와 점 A에서 만나며 선분 DF가 대각선인 정사각형 DEFG를 그리고, 선분 PQ를 한 변으로 하고 원 O와 점 B에서 만나며 선분 PR가 대각선인 정사각형 PQRS를 그린다. 원 O의 내부와 정사각형 DEFG의 내부의 공통부분인 모양의 도형과 원 O의 내부와 정사각형 PQRS의 내부의 공통부분인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에서 점 F를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}\overline{\mathrm{DE}}$인 원 O_1, 점 R를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}\overline{\mathrm{PQ}}$인 원 O_2를 그린다. 두 원 O_1, O_2에 각각 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 모양의 2개의 도형과 모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]

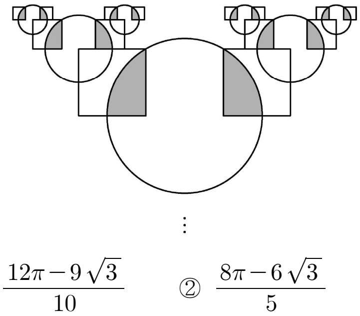
R_1



R_2



R_3

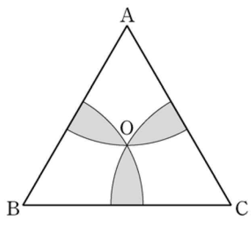


⋮ ⋮

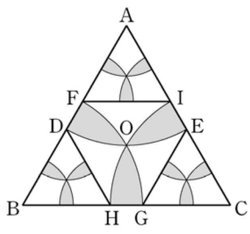
① $\frac{12\pi-9\sqrt{3}}{10}$ ② $\frac{8\pi-6\sqrt{3}}{5}$ ③ $\frac{32\pi-24\sqrt{3}}{15}$
④ $\frac{28\pi-21\sqrt{3}}{10}$ ⑤ $\frac{16\pi-12\sqrt{3}}{5}$

이동훈 기출문제집 E161 (2016(9)-B형20)

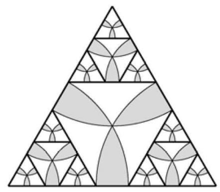
그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC가 있다. 정삼각형 ABC의 외심을 O라 할 때, 중심이 A이고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{AO}}$인 원을 O_{A}, 중심이 B이고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{BO}}$인 원을 O_{B}, 중심이 C이고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{CO}}$인 원을 O_{C}라 하자. 원 O_{A}와 원 O_{B}의 내부의 공통부분, 원 O_{A}와 원 O_{C}의 내부의 공통부분, 원 O_{B}와 원 O_{C}의 내부의 공통부분 중 삼각형 ABC 내부에 있는 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 원 O_{A}가 두 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E, 원 O_{B}가 두 선분 AB, BC와 만나는 점을 각각 F, G, 원 O_{C}가 두 선분 BC, AC와 만나는 점을 각각 H, I라 하고, 세 삼각형 AFI, BHD, CEG에서 R_1을 얻는 과정과 같은 방법으로 각각 만들어지는 모양의 도형 3개에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
그림 R_2에 새로 만들어진 세 개의 정삼각형에 각각 R_1에서 R_2를 얻는 과정과 같은 방법으로 만들어지는 모양의 도형 9개에 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



R_1



R_2

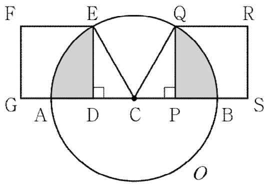


⋯

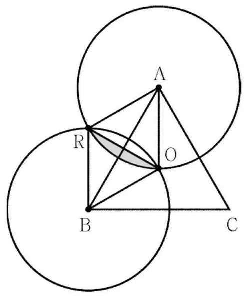
R_3 ⋯

① $(2\pi-3\sqrt{3})(\sqrt{3}+3)$ ② $(\pi-\sqrt{3})(\sqrt{3}+3)$
③ $(2\pi-3\sqrt{3})(2\sqrt{3}+3)$ ④ $(\pi-\sqrt{3})(2\sqrt{3}+3)$
⑤ $(2\pi-2\sqrt{3})(\sqrt{3}+3)$

[풀이] (풀이의 일부)



[풀이] (풀이의 일부)



☀ 원의 정의, 이등변삼각형의 성질을 이용하여 보조선을 긋는다.

부채꼴의 넓이를 구하는 공식과 삼각형의 넓이를 구하는 공식에 의하여

$a_1=$(부채꼴 CBQ의 넓이)$-$(삼각형 QCP의 넓이)

$=\pi\times\overline{\mathrm{CB}}^2\times\dfrac{60}{360}-\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{CP}}\times\overline{\mathrm{PQ}}=\dfrac{2}{3}\pi-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

이 도형의 넓이를 구하면

(부채꼴 ARO의 넓이)$-$(△ARO의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}(2\sqrt{3})^2\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}(2\sqrt{3})^2=2\pi-3\sqrt{3}$

☀ 부채꼴의 넓이에서 삼각형의 넓이를 뺀다. (즉, 도형의 넓이를 구할 때, 여집합의 관점을 적용)

두 원 O, $O_1(O_2)$의 지름의 길이의 비는

$\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{DE}}=4:\sqrt{3}$

이므로 그림 R_2에서 새롭게 그려진 () 모양의 도형 한 개의 넓이와 그림 R_1에서 새롭게 그려진 () 모양의 도형 한 개의 넓이의 비는 $16:3$이다.

서로 닮음인 두 삼각형 ABC, AFI의 닮음비가

$\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{AF}}=6:6-2\sqrt{3}$

닮은 도형의 넓이의 비에 의하여

$\dfrac{a_2}{a_1}=\left(\dfrac{\overline{\mathrm{AF}}}{\overline{\mathrm{AB}}}\right)^2=\dfrac{4-2\sqrt{3}}{3}$

☀ 두 도형의 닮음비에서 넓이의 비를 구한다.

$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_kb_k$이므로 $\lim_{n\to\infty}S_n$은 첫째항이 $\dfrac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$ $(=a_1b_1)$이고 공비가 $\dfrac{3}{8}$ $\left(=\dfrac{3}{16}\times 2\right)$인 등비급수이다.

$\therefore \lim_{n\to\infty}S_n=\dfrac{\dfrac{4}{3}\pi-\sqrt{3}}{1-\dfrac{3}{8}}=\dfrac{32\pi-24\sqrt{3}}{15}$

답 ③

$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_kb_k$이므로 일반항 S_n은 첫째항이 $3(2\pi-3\sqrt{3})$이고 공비가 $4-2\sqrt{3}$인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합이다. $0<4-2\sqrt{3}<1$이므로

등비급수의 합의 공식에 의하여

$\therefore \lim_{n\to\infty}S_n=\dfrac{3(2\pi-3\sqrt{3})}{1-(4-2\sqrt{3})}=(2\pi-3\sqrt{3})(2\sqrt{3}+3)$

답 ③

☀ 등비급수의 공식을 적용하여 답을 구한다.

이처럼 등비급수 기하응용문제는

'보조선 긋기→도형의 넓이 구하기(여집합의 관점 고려)→닮음비/넓이의 비→등비급수의 공식'

의 전형적인 과정을 거쳐서 풀면 된다. 보조선을 그을 때에는 중학교 수준의 기하의 성질을 알면 되고, 도형의 넓이를 구할 때에는 여집합의 관점을 적용하게 되는 경우가 많다.

2017학년도 수능 나형 분석

<table>
<tr><td>2017학년도 나형 18번</td><td>이동훈 기출문제집 F064 (2015(6)-A형21)</td></tr>
<tr><td>최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가
$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-(x-a)}{f(x)+(x-a)}=\dfrac{3}{5}$
을 만족시킨다. 방정식 $f(x)=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $|\alpha-\beta|$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점] (2017-나형18)
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5</td><td>최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.
(가) $g(1)=0$
(나) $\lim\limits_{x\to n}\dfrac{f(x)}{g(x)}=(n-1)(n-2)$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ 4)$
$g(5)$의 값은? [4점]
① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12</td></tr>
<tr><td>[풀이1] (풀이의 일부)
함수의 극한에 대한 성질에 의하여
$\lim\limits_{x\to a}\{f(x)-(x-a)\}$
$=\lim\limits_{x\to a}\{(x-\alpha)(x-\beta)-(x-a)\}$
$=(a-\alpha)(a-\beta)=f(a)$ …㉠
$\lim\limits_{x\to a}\{f(x)-(x-a)\}$
$=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-(x-a)}{f(x)+(x-a)}\times\{f(x)+(x-a)\}$
$=\dfrac{3}{5}\times f(a)$ …㉡
㉠=㉡: $f(a)=\dfrac{3}{5}\times f(a)$</td><td>[풀이] (풀이의 일부)
조건 (나)에서 $n=1$이면
$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{g(x)}=0$
함수의 극한에 대한 기본성질에 의하여
$\lim\limits_{x\to 1}f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\left\{\dfrac{f(x)}{g(x)}\times g(x)\right\}$
$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{g(x)}\times\lim\limits_{x\to 1}g(x)=0\times 0=0$
함수의 극한에 대한 성질에 의하여
$\lim\limits_{x\to 1}f(x)=f(1)$ 즉, $f(1)=0$ …㉠</td></tr>
<tr><td colspan="2">☀ 문제의 상황이 바뀌어도, 교과서의 본문의 전형적인 풀이인
$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{g(x)}{f(x)}=\alpha$, $\lim\limits_{x\to a}f(x)=\beta$이면 $\lim\limits_{x\to a}g(x)=\alpha\beta$
를 적용하여 문제를 풀면 된다.</td></tr>
<tr><td>풀면 $f(a)=0$이므로 인수정리에 의하여
$\alpha=a$ 또는 $\beta=a$
(1) $\alpha=a$인 경우
함수 $f(x)$의 방정식은 $f(x)=(x-a)(x-\beta)$</td><td>함수 $f(x)$, $g(x)$의 방정식을 다음과 같이 두자.
$f(x)=(x-1)(x-2)(x+b)$ ($\because$ ㉠, ㉡)
$g(x)=(x-1)(x^2+cx+d)$ ($\because$ (가))</td></tr>
<tr><td colspan="2">☀ 인수정리를 이용하여 문제에서 주어진 함수의 방정식을 세운다.</td></tr>
<tr><td>함수의 극한에 대한 성질에 의하여
$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-(x-a)}{f(x)+(x-a)}=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{(x-a)(x-\beta-1)}{(x-a)(x-\beta+1)}$
$=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x-\beta-1}{x-\beta+1}=\dfrac{a-\beta-1}{a-\beta+1}=\dfrac{3}{5}$
정리하면
$\beta=a-4$
답 ④</td><td>조건 (나)에서 $n=3$이면
$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x-1)(x-2)}{x^2+cx+d}=\dfrac{2}{9+3c+d}=2$
분수식을 풀면 $3c+d=-8$ …㉢
조건 (나)에서 $n=4$이면
$\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{(x-1)(x-2)}{x^2+cx+d}=\dfrac{6}{16+4c+d}=6$
분수식을 풀면 $4c+d=-15$ …㉣
(생략)
답 ⑤</td></tr>
<tr><td colspan="2">☀ 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 문제에서 주어진 함수의 방정식을 결정한다.
이처럼 함수의 극한의 미정계수 응용문제는 교과서 예제의 전형적인 풀이를 적용하면 반드시 풀린다.
2017학년도 나형 18번은 (그리고 대부분의 함수의 극한의 미정계수 응용문제의 경우) 귀류법을 이용하여 문제를 해결해도 좋으나, 평소에 교과서 예제의 전형적인 풀이도 익혀두어야 실전에서 당황하지 않을 것이다.</td></tr>
</table>

2017학년도 가형17번/나형19번	이동훈 기출문제집 M012 (2010(6)-가형25/나형25) 이동훈 기출문제집 M044 (2007(9)-가형30이산수학)

좌표평면 위의 한 점 $(x,\ y)$에서 세 점 $(x+1,\ y)$, $(x,\ y+1)$, $(x+1,\ y+1)$ 중 한 점으로 이동하는 것을 점프라 하자.

점프를 반복하여 점 $(0,\ 0)$에서 점 $(4,\ 3)$까지 이동하는 모든 경우 중에서, 임의로 한 경우를 선택할 때 나오는 점프의 횟수를 확률변수 X라 하자. 다음은 확률변수 X의 평균 $\mathrm{E}(X)$를 구하는 과정이다. (단, 각 경우가 선택되는 확률은 동일하다.)

점프를 반복하여 점 $(0,\ 0)$에서 점 $(4,\ 3)$까지 이동하는 모든 경우의 수를 N이라 하자. 확률변수 X가 가질 수 있는 값 중 가장 작은 값을 k라 하면 $k=\boxed{\text{(가)}}$이고, 가장 큰 값은 $k+3$이다.

$$\mathrm{P}(X=k)=\frac{1}{N}\times\frac{4!}{3!}=\frac{4}{N}$$

$$\mathrm{P}(X=k+1)=\frac{1}{N}\times\frac{5!}{2!2!}=\frac{30}{N}$$

$$\mathrm{P}(X=k+2)=\frac{1}{N}\times\boxed{\text{(나)}}$$

$$\mathrm{P}(X=k+3)=\frac{1}{N}\times\frac{7!}{3!4!}=\frac{35}{N}$$

이고

$$\sum_{i=k}^{k+3}\mathrm{P}(X=i)=1$$

이므로 $N=\boxed{\text{(다)}}$이다.

따라서 확률변수 X의 평균 $\mathrm{E}(X)$는 다음과 같다.

$$\mathrm{E}(X)=\sum_{i=k}^{k+3}\{i\times P(X=i)\}=\frac{257}{43}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c라 할 때, $a+b+c$의 값은? [4점]

① 190 ② 193 ③ 196 ④ 199 ⑤ 202

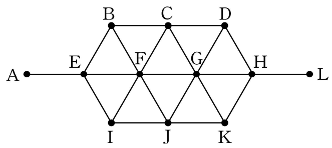
좌표평면 위의 점들의 집합 $S=\{(x,\ y)\,|\,x$와 y는 정수$\}$가 있다. 집합 S에 속하는 한 점에서 S에 속하는 다른 점으로 이동하는 '점프'는 다음 규칙을 만족시킨다.

점 P에서 한 번의 '점프'로 점 Q로 이동할 때, 선분 PQ의 길이는 1 또는 $\sqrt{2}$이다.

점 $\mathrm{A}(-2,\ 0)$에서 점 $\mathrm{B}(2,\ 0)$까지 4번만 '점프'하여 이동하는 경우의 수를 구하시오. (단, 이동하는 과정에서 지나는 점이 다르면 다른 경우이다.) [4점]

+

그림은 지점 A부터 지점 L까지 12개의 지점을 연결한 것이다.

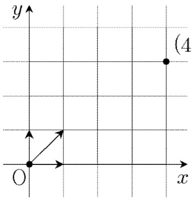


지점 A에서 출발하여 5개의 지점을 거쳐 지점 L에 도착하는 방법의 수를 구하시오. [4점]

[풀이] (풀이의 일부)

<과정>

원점에서 한 번 점프하여 이동할 수 있는 점은 아래 그림과 같다.

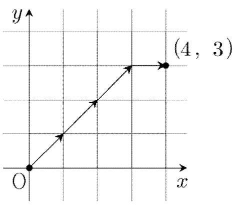


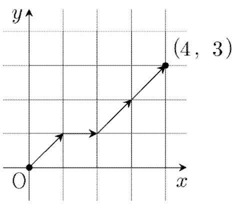
만약 이동 과정에서 ↗ 방향으로의 점프가 4회 이상이면 도착한 점의 y좌표가 4 이상이므로 문제에서 주어진 조건에 모순이다. 따라서 이동 과정에서 ↗ 방향으로의 점프는 3회 이하여야 한다.

↗ 방향으로의 점프가 3회인 경우

: ↗, ↗, ↗, → (4번 이동)

예를 들어



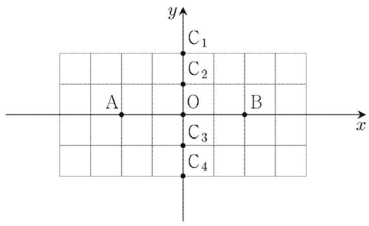


같은 것이 있는 순열의 수에 의하여 경우의 수는

$\frac{4!}{3!}$

답 ②

[풀이1] (풀이의 일부)



(1) $\mathrm{A} \to \mathrm{C}_1 \to \mathrm{B}$인 경우

점 A에서 2번 ‘점프’하여 점 C_1에 도착하는 방법은

(↗, ↗)

점 C_1에서 2번 ‘점프’하여 점 B에 도착하는 방법은

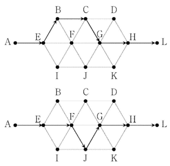
(↘, ↘)

곱의 법칙에 의하여 경우의 수는 $1 \times 1 = 1$

답 19

[풀이]

예를 들어 아래 그림과 같이 이동하면 된다.



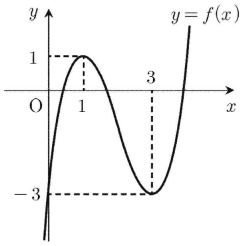
구하는 경우의 수는 →, →, ↗, ↘를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로 같은 것이 있는 순열의 수에 의하여

$\frac{4!}{2!} = 12$

답 12

☀ 2010학년도 6월에 출제된 문제에서 사용된 ‘점프’라는 단어가 다시 출제됨.

2010학년도 6월은 대칭성에 의하여 반드시 지나는 y축 위의 점으로 케이스 구분하는 것이 편한 반면에, 2017학년도 11월은 대칭성과 관련이 없으므로 ↗의 개수로 케이스 구분하는 것이 편하다. (출제의 관점에서 보면 2010학년도 6월 문제에서 대칭성을 삭제하여 2017학년도 11월 문제를 만든 것으로 볼 수 있다.) 2007학년도 9월 이산수학 문제도 동일한 상황을 다루고 있다.

2017학년도 나형 20번	이동훈 기출문제집 H036 (2003-인문16/자연16) 이동훈 기출문제집 H038 (2009(9)-가형10)
최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다. (가) 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극댓값, $x=k$에서 극솟값을 가진다. (단, k는 상수이다.) (나) 1보다 큰 모든 실수 t에 대하여 $\int_0^t \lvert f'(x) \rvert dx = f(t)+f(0)$ 이다. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] (2017-나형20) ㄱ. $\int_0^k f'(x)dx < 0$ ㄴ. $0 < k \leq 1$ ㄷ. 함수 $f(x)$의 극솟값은 0이다. ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ	그림과 같이 삼차함수 $y=f(x)$가 극댓값 $f(1)=1$과 극솟값 $f(3)=-3$을 가지며, $f(0)=-3$이다. 이때, $\int_0^3 \lvert f'(x) \rvert dx$의 값은? [3점]  ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10 + 함수 $f(x)=\begin{cases} -1 & (x<1) \\ -x+2 & (x \geq 1) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=\int_{-1}^{x}(t-1)f(t)dt$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] ㄱ. $g(x)$는 구간 (1, 2)에서 증가한다. ㄴ. $g(x)$는 $x=1$에서 미분가능하다. ㄷ. 방정식 $g(x)=k$가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 실수 k가 존재한다. ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

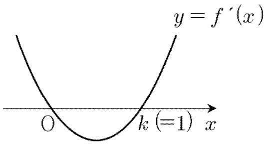
2017학년도 수능 나형 분석

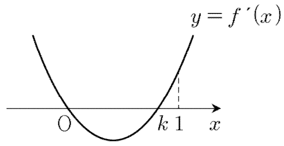
[풀이] (풀이의 일부)
ㄱ. (참)
구간 $[0,\ k]$에서 $f'(x) \le 0$이므로
$\int_0^k f'(x)dx < 0$

[풀이] (풀이의 일부)
구간 $[0,\ 1]$에서 함수 $f(x)$가 증가하므로
$f'(x) \ge 0$
구간 $[1,\ 3]$에서 함수 $f(x)$가 감소하므로
$f'(x) \le 0$

☀ 극값을 갖는 삼차함수의 그래프의 개형에서 도함수의 부호를 결정한다.

ㄴ. (참)
조건 (나)에서 적분과 미분의 관계에 의하여
$t > 1$일 때, $|f'(t)| = f'(t)$
즉, $t > 1$일 때, $f'(t) \ge 0$이다.
이 부등식이 성립하기 위해서는 아래 그림처럼 $k \le 1$ 이어야 한다.





[풀이] (풀이의 일부)
ㄱ. (참)
적분과 미분의 관계에 의하여
$g'(x) = (x-1)f(x)$
구간 $(1,\ 2)$에서 $x-1 > 0$, $f(x) > 0$
이므로 $g'(x) > 0$이다.
구간 $(1,\ 2)$에서 함수 $g(x)$는 증가한다.

☀ 2017학년도 나형 20번처럼 정적분으로 정의된 항등식이 주어지거나, 2009학년도 9월 가형 10번처럼 정적분으로 정의된 함수가 주어지면 적분과 미분의 관계를 적용하여 푸는 경우가 대부분이다.

(왼쪽) 1보다 큰 모든 실수 t에 대하여 $\int_0^t |f'(x)|dx = f(t) + f(0)$ 미분하면 $|f'(t)| = f'(t)$

(오른쪽) $g(x) = \int_{-1}^x (t-1)f(t)dt$ 미분하면 $g'(x) = (x-1)f(x)$

ㄷ. (참)
정적분의 성질과 미적분의 기본 정리에 의하여
$\int_0^t |f'(x)|dx = \int_0^k |f'(x)|dx + \int_k^t |f'(x)|dx$
$= \int_0^k \{-f'(x)\}dx + \int_k^t f'(x)dx$
$= [-f(x)]_0^k + [f(x)]_k^t = f(t) + f(0) - 2f(k)$
답 ⑤

정적분의 성질에 의하여
$\int_0^3 |f'(x)|dx$
$= \int_0^1 f'(x)dx + \int_1^3 \{-f'(x)\}dx$
$= [f(x)]_0^1 + [-f(x)]_1^3$
$= f(1) - f(0) - f(3) + f(1) = 8$
답 ③

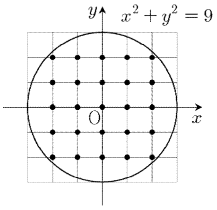
☀ $|f(x)|$의 꼴의 정적분 문제는 아래와 같이 계산하게 되는 경우가 대부분이다.
$\int_\alpha^\beta |f(x)|dx = \int_\alpha^\gamma f(x)dx + \int_\gamma^\beta \{-f(x)\}dx$ (단, 구간 $[\alpha,\ \gamma]$에서 $f(x) \ge 0$, 구간 $[\gamma,\ \beta]$에서 $f(x) \le 0$이다.)
(물론 주어진 적분 구간에서 $f(x)$의 부호가 항상 양수이거나, 음수인 경우도 있다.)
2017학년도 20번은 2003학년도 16번에 2009학년도 9월 10번을 결합하여 재출제한 문제이다.

2017학년도 수능 나형 분석

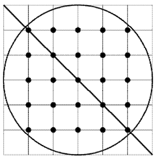
2017학년도 나형 21번	이동훈 기출문제집 W045 (1992(실험평가3차)-공통1)
좌표평면에서 함수 $f(x)=\begin{cases}-x+10 & (x<10) \\ (x-10)^2 & (x \geq 10)\end{cases}$ 과 자연수 n에 대하여 점 $(n,\ f(n))$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원 O_n이 있다. x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점 중에서 원 O_n의 내부에 있고 함수 $y=f(x)$의 그래프의 아랫부분에 있는 모든 점의 개수를 A_n, 원 O_n의 내부에 있고 함수 $y=f(x)$의 그래프의 윗부분에 있는 모든 점의 개수를 B_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{20}(A_n-B_n)$의 값은? [4점] (2017-나형21) ① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27	부등식 $1 \leq x^2+y^2 \leq 5$를 만족하는 정수의 쌍 $(x,\ y)$의 개수는? ① 11 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24 + 중학교 교과서의 2차 함수의 그래프의 개형 그리기

[풀이] (풀이의 일부)

x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점 중에서 원 $x^2+y^2=9$의 내부에 있는 점은 아래 그림과 같이 25개다.

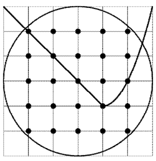


○ $n\leq 7$인 경우



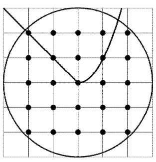
위의 그림에서 $A_n-B_n=0$이다.

○ $n=9$인 경우



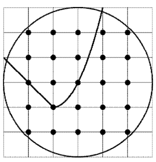
위의 그림에서 $A_n-B_n=12-8=4$이다.

○ $n=10$인 경우



위의 그림에서 $A_n-B_n=17-4=13$이다.

○ $n=11$인 경우



위의 그림에서 $A_n-B_n=15-7=8$이다.

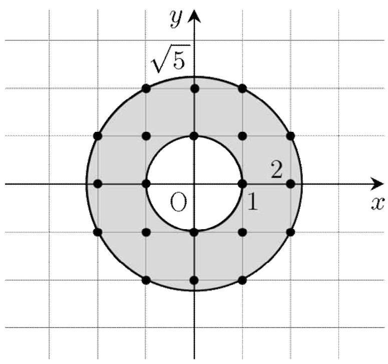
시그마의 정의에 의하여

$$\therefore \sum_{n=1}^{20}(A_n-B_n)=4+13+8+0\times 17=25$$

답 ④

[풀이1]

문제에서 주어진 연립부등식이 나타내는 영역은 아래 그림에서 색칠된 부분이다.



문제에서 주어진 연립부등식이 나타내는 영역에 속하는 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수는 20이다.

답 ④

⇩

중학교 교과서의 2차 함수의 그래프의 개형 그리기

(이차함수의 그래프의 개형을 처음 그릴 때, 모눈종이에 점을 찍어서 그립니다.)

☀ 격자점(x좌표, y좌표가 모두 정수인 점)에 대한 문제는 모눈종이에 격자점을 찍고 그래프의 개형을 그려서 푸는 것이 원칙이다. 이차함수의 그래프의 개형은 중학교 과정에서 배우게 되는데. 교과서에서는 $y=x^2$의 그래프의 개형을 $(0,\ 0)$, $(1,\ 1)$, $(2,\ 4)$, $\cdots$ 의 점 들을 찍어서 추론하고 있다.

수능에서 출제되는 난문 일수록 교과서에서의 반드시 읽고, 써야 하는 것들을 내적 결합하는 경우가 절대 다수이다.

2017학년도 수능 나형 분석

2017학년도 나형 22번	이동훈 기출문제집 M088 (2011(9)-나형19)
${}_5\mathrm{P}_2+{}_5\mathrm{C}_2$의 값을 구하시오. [3점] (2017-나형22)	등식 ${}_n\mathrm{P}_3=12\times{}_n\mathrm{C}_2$를 만족시키는 자연수 n의 값을 구하시오. [3점]
[풀이] 순열의 수와 조합의 수에 의하여 ${}_5\mathrm{P}_2=5\times4=20$, ${}_5\mathrm{C}_2=\dfrac{{}_5\mathrm{P}_2}{2!}=10$ $\therefore$ ${}_5\mathrm{P}_2+{}_5\mathrm{C}_2=20+10=30$ 답 30	[풀이] ${}_n\mathrm{P}_3$이 성립하려면 n은 3 이상의 자연수이어야 한다. 순열의 수와 조합의 수에 의하여 ${}_n\mathrm{P}_3=n(n-1)(n-2)$, ${}_n\mathrm{C}_2=\dfrac{n(n-1)}{2}$ 주어진 방정식은 $n(n-1)(n-2)=6n(n-1)$ 양변을 양수 $n(n-1)$로 나누면 $n-2=6$ $\therefore$ $n=8(\geq 3)$ 답 8
☀ 순열의 수와 조합의 수에 대한 교과서 예제 수준의 문제.	

2017학년도 나형 23번	이동훈 기출문제집 G023 (2001-인문4)
함수 $f(x)=x^3+3x^2+3$에 대하여 $f'(2)$의 값을 구하시오. [3점] (2017-나형23)	$f(x)=x^5+x$일 때, $f'(1)$의 값은? [3점] ① 1 ② 2 ③ 5 ④ 6 ⑤ 12
[풀이] 함수 $f(x)$의 도함수는 $f'(x)=3x^2+6x$ $\therefore$ $f'(2)=24$ 답 24	[풀이] 함수 $f(x)$의 도함수는 $f'(x)=5x^4+1$ $\therefore$ $f'(1)=6$ 답 ④
☀ 미분법의 계산에 대한 교과서 예제 수준의 문제	

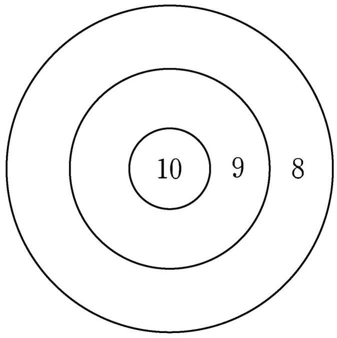
2017학년도 수능 나형 분석

2017학년도 나형 24번	이동훈 기출문제집 A029 (2003(9)-인문25/예체능25/자연25)
전체집합 $U=\{x \mid x$는 9 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합 $A=\{3, 6, 7\}$, $B=\{a-4, 8, 9\}$ 에 대하여 $A \cap B^C=\{6, 7\}$ 이다. 자연수 a의 값을 구하시오. [3점] (2017-나형24)	전체집합 $U=\{x \mid x$는 20이하의 자연수$\}$의 세 부분집합 A, B, C는 다음과 같다. $A=\{x \mid x$는 소수$\}$ $B=\{x \mid x$는 3의 배수$\}$ $C=\{x \mid x$는 5의 배수$\}$ 이때, $(B \cup C) \cap A^C$의 원소의 개수를 구하시오. (단, A^C은 A의 여집합이다.) [2점]
[풀이] 차집합의 성질에 의하여 $A-B=A \cap B^C$ 이므로 집합 B는 3을 원소로 가져야 한다. $a-4=3$ $\therefore\ a=7$ 답 7	[풀이] 원소나열법에 의하여 집합 A, A^C, B, C는 각각 $A=\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ $A^C=\{1, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20\}$ $B=\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ $C=\{5, 10, 15, 20\}$ 합집합의 정의에 의하여 $B \cup C=\{3, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20\}$ 차집합의 성질에 의하여 $(B \cup C) \cap A^C=(B \cup C)-A$ $=\{6, 9, 10, 12, 15, 18, 20\}$ $\therefore\ n((B \cup C) \cap A^C)=7$ 답 7
☀ 차집합에 대한 교과서 예제 수준의 문제	

2017학년도 나형 25번	이동훈 기출문제집 C137 (2016(6)-A형24)
함수 $f(x)=\frac{1}{2}x+2$에 대하여 $\sum_{k=1}^{15} f(2k)$의 값을 구하시오. [3점] (2017-나형25)	$\sum_{k=1}^{10}(2k+a)=300$일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]
[풀이1] 시그마의 성질과 자연수의 거듭제곱의 합의 공식에 의하여 $\sum_{k=1}^{15} f(2k)=\sum_{k=1}^{15}(k+2)=\sum_{k=1}^{15} k+\sum_{k=1}^{15} 2$ $=\frac{15 \times 16}{2}+2 \times 15=120+30=150$ 답 150	[풀이] 시그마의 기본 성질과 연속된 자연수의 거듭제곱의 합의 공식에 의하여 $\sum_{k=1}^{10}(2k+a)=2\sum_{k=1}^{10} k+\sum_{k=1}^{10} a$ $=2 \times \frac{10 \times 11}{2}+10 \times a=110+10a=300$ 풀면 $\therefore\ a=19$ 답 19
☀ 시그마의 성질, 연속된 자연수의 합의 공식에 대한 교과서 예제 수준의 문제 단, 2017학년도 나형 25번에서는 '수열은 함수이다.'라는 관점을 내적 결합시켰기 때문에 난이도가 소폭 상승한 것이다.	

2017학년도 나형 26번	이동훈 기출문제집 G074 (2010(9)-가형18) 이동훈 기출문제집 W014 (2004(9)-예체능5)
곡선 $y=x^3-ax+b$ 위의 점 $(1,\ 1)$에서의 접선과 수직인 직선의 기울기가 $-\dfrac{1}{2}$이다. 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. [4점] (2017-나형26)	곡선 $y=x^3+2$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ -6)$에서의 접선의 방정식을 $y=mx+n$이라 할 때, 세 수 a, m, n의 합을 구하시오. [3점] + 두 직선 $ax+y=1$, $3x+(a-3)y=1$이 서로 수직으로 만날 때, 실수 a의 값은? [2점] ① $\dfrac{4}{3}$ ② $\dfrac{6}{5}$ ③ 1 ④ $\dfrac{4}{5}$ ⑤ $\dfrac{3}{4}$
[풀이] 점 $(1,\ 1)$은 문제에서 주어진 곡선 위의 점이므로 $1=1^3-a\times1+b$ 즉, $a=b$ …㉠ 주어진 함수의 도함수는 $y'=3x^2-a$ 주어진 곡선 위의 점 $(1,\ 1)$에서의 접선의 기울기는 $3-a$이므로 두 직선의 수직 관계에 의하여 $(3-a)\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-1$ 풀면 $a=1$ 이를 ㉠에 대입하면 $b=1$ $\therefore\ a+b=2$ 답 2	[풀이] (풀이의 일부) 주어진 곡선이 점 $\mathrm{P}(a,\ -6)$을 지나므로 $a^3+2=-6$ a는 실수이므로 $a=-2$ 함수 $y=x^3+2$의 도함수는 $y'=3x^2$ 곡선 $y=x^3+2$ 위의 점 $\mathrm{P}(-2,\ -6)$에서의 접선의 방정식은 $y=12(x+2)-6$ 답 28 [풀이1] (풀이의 일부) $a\neq3$일 때, 두 직선의 기울기는 각각 $-a$, $\dfrac{3}{3-a}$ 두 직선이 서로 수직으로 만나므로 $-a\times\dfrac{3}{3-a}=-1$ 풀면 $\therefore\ a=\dfrac{3}{4}$ 답 ⑤
☀ 접선의 방정식에 대한 교과서 예제 수준의 문제와 두 직선의 위치 관계(수직 조건)가 내적 결합된 문제.	

2017학년도 수능 나형 분석

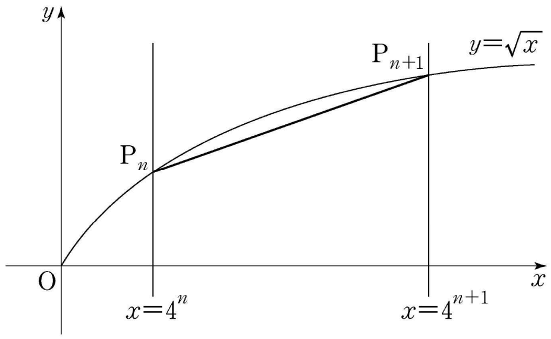
<table>
<tr><th>2017학년도 가형27번/나형27번</th><th>이동훈 기출문제집 M103 (2008(9)-가형28이산수학)</th></tr>
<tr><td>다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수를 구하시오. [4점] (2017-가형27/나형27)
(가) $a+b+c=7$
(나) $2^a \times 4^b$은 8의 배수이다.</td><td>점수가 표시된 그림과 같은 과녁에 6개의 화살을 쏘아 점수를 얻는 경기가 있다. 6개의 화살을 모두 과녁에 맞혔을 때, 점수의 합계가 51점 이상이 되는 경우의 수는? (단, 화살이 과녁의 경계에 맞는 경우는 없다.) [3점]


① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27</td></tr>
<tr><td>[풀이1] (풀이의 일부)
지수법칙에 의하여
$2^a \times 4^b = 2^a \times 2^{2b} = 2^{a+2b}$
조건 (나)에 의하여 2^{a+2b}은 8의 배수이므로
$a+2b \ge 3$
이제 a, b, c에 대한 식을 모두 쓰면
$a+b+c=7$ (단, $a \ge 0$, $b \ge 0$, $c \ge 0$) …㉠
$a+2b \ge 3$ …㉡
㉠을 만족시키는 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는 a, b, c 중에서 중복을 허용하여 7개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로
${}_3\mathrm{H}_7 = {}_{3+7-1}\mathrm{C}_7 = {}_9\mathrm{C}_7 = {}_9\mathrm{C}_2 = \dfrac{9\times 8}{1\times 2} = 36$</td><td>[풀이1] (풀이의 일부)
8점에 x개, 9점에 y개, 10점에 z개의 화살을 맞혔다면
$x+y+z=6\,(x\ge 0,\ y\ge 0,\ z\ge 0)$
이 방정식의 해는 서로 다른 3개의 문자에서 중복을 허락하여 6개를 택하는 중복조합의 수와 같다.
${}_3\mathrm{H}_6 = {}_{3+6-1}\mathrm{C}_6 = {}_8\mathrm{C}_6 = {}_8\mathrm{C}_2 = 28$</td></tr>
<tr><td colspan="2">☀ 문제에서 주어진 상황을 부등식으로 나타내고, 중복조합의 수로 전체집합의 원소의 개수를 구한다.</td></tr>
<tr><td>㉠은 만족시키지만, ㉡을 만족시키지 않는
즉, $a+2b<3$인 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$는
$(2,\ 0,\ 5)$, $(1,\ 0,\ 6)$, $(0,\ 1,\ 6)$, $(0,\ 0,\ 7)$
이므로 구하는 경우의 수는
$36-4=32$
답 32</td><td>이 중에서 점수의 합이 50점 이하인 경우의 수는 4이다. (아래)
$48=8+8+8+8+8+8$
$49=9+8+8+8+8+8$
$50=9+9+8+8+8+8=10+8+8+8+8+8$
따라서 구하는 경우의 수는
$28-4=24$
답 ④</td></tr>
<tr><td colspan="2">☀ 문제의 조건을 만족시키지 않는 즉, 여집합의 원소를 개수를 구해서 답을 유도한다.
10년 전에 출제된 문제라도 현재 교육과정 안에 있다면 반드시 풀어야 한다는 좋은 예이다. (심지어 2017학년도 공통 27번의 원본 문항은 이산수학에 속했었다.)</td></tr>
</table>

2017학년도 나형 28번	이동훈 기출문제집 E019 (2009-가형13/나형13)

2017학년도 나형 28번

자연수 n에 대하여 직선 $x=4^n$이 곡선 $y=\sqrt{x}$와 만나는 점을 P_n이라 하자. 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$의 길이를 L_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{L_{n+1}}{L_n}\right)^2$의 값을 구하시오. [4점] (2017-나형28)



이동훈 기출문제집 E019 (2009-가형13/나형13)

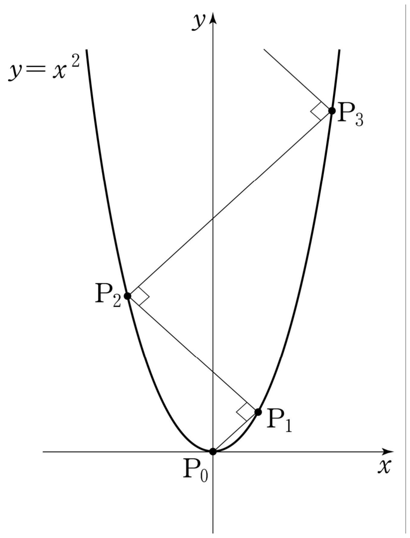
자연수 n에 대하여 두 점 P_{n-1}, P_n이 함수 $y=x^2$의 그래프 위의 점일 때, 점 P_{n+1}을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 두 점 P_0, P_1의 좌표는 각각 $(0,\ 0)$, $(1,\ 1)$이다.

(나) 점 P_{n+1}은 점 P_n을 지나고 직선 $\mathrm{P}_{n-1}\mathrm{P}_n$에 수직인 직선과 함수 $y=x^2$의 그래프의 교점이다.

(단, P_n과 P_{n+1}은 서로 다른 점이다.)

$l_n=\overline{\mathrm{P}_{n-1}\mathrm{P}_n}$이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{l_n}{n}$의 값은? [3점]



① $2\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{2}$

[풀이]

직선 $x=4^n$과 곡선 $y=\sqrt{x}$의 방정식을 연립하면

$y=\sqrt{4^n}=2^n$

점 P_n의 좌표는 $\mathrm{P}_n(4^n,\ 2^n)$이고,

점 P_{n+1}의 좌표는 $\mathrm{P}_{n+1}(4^{n+1},\ 2^{n+1})$이다.

두 점 사이의 거리 공식에 의하여

$L_n=\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}=\sqrt{(4^{n+1}-4^n)^2+(2^{n+1}-2^n)^2}$

$=\sqrt{(3\times4^n)^2+(2^n)^2}=\sqrt{9\times16^n+4^n}$

[풀이] (풀이의 일부)

수열 $\{x_n\}$을 나열하면

$0,\ 1,\ -2,\ 3,\ -4,\ 5,\ -6,\ \cdots$

일반항 x_n은

$x_n=(-1)^{n+1}n\,(n\geq0)$

두 점 사이의 거리 공식에 의하여

$l_n=\sqrt{(x_n-x_{n-1})^2+(x_n^2-x_{n-1}^2)^2}=\sqrt{2}(2n-1)$

☀ 곡선 위의 두 점 사이의 거리를 구한다. (2009학년도 공통 13번에서는 이차함수를 주었으며, 2017학년도 나형 28번에서는 무리함수를 주었는데, 이차함수를 무리함수로 치환하여 새로운 문제를 만드는 방식은 평가원에서 즐겨 사용하는 방식 중의 하나이다.)

수열의 극한에 대한 기본 성질에 의하여

$$\therefore\ \lim_{n\to\infty}\left(\frac{L_{n+1}}{L_n}\right)^2=\lim_{n\to\infty}\frac{9\times16^{n+1}+4^{n+1}}{9\times16^n+4^n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{9+\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}{9\times\frac{1}{16}+\frac{1}{16}\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}=\frac{9}{9\times\frac{1}{16}}=16$$

답 16

수열의 극한에 대한 기본 성질에 의하여

$$\therefore\ \lim_{n\to\infty}\frac{l_n}{n}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{2}\left(2-\frac{1}{n}\right)=2\sqrt{2}$$

답 ②

☀ 수열의 극한에 대한 교과서 예제 수준의 계산 문제를 푼다.

2017학년도 수능 나형 분석

2017학년도 가형18번/나형29번	이동훈 기출문제집 P104 (2016(9)-B형18)

[나형] 확률변수 X는 평균이 m, 표준편차가 5인 정규분포를 따르고, 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(10) > f(20)$

(나) $f(4) < f(22)$

m이 자연수일 때 $\mathrm{P}(17 \le X \le 18) = a$이다. $1000a$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [4점]

(2017-가형18/나형29)

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.6	0.226
0.8	0.288
1.0	0.341
1.2	0.385
1.4	0.419

확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(10,\ 4^2)$, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 4^2)$을 따르고, 확률변수 X와 Y의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$와 $g(x)$이다.

$$f(12) = g(26),\ \mathrm{P}(Y \ge 26) \ge 0.5$$

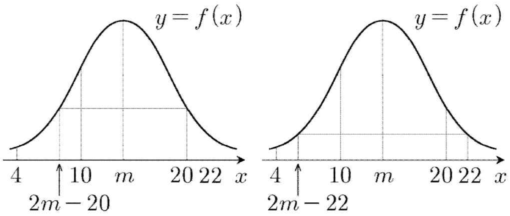
일 때, $\mathrm{P}(Y \le 20)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0896

④ 0.1587 ⑤ 0.2255

[풀이] (풀이의 일부)



조건 (나)에 의하여

$f(4) < f(22) = f(2m-22)$

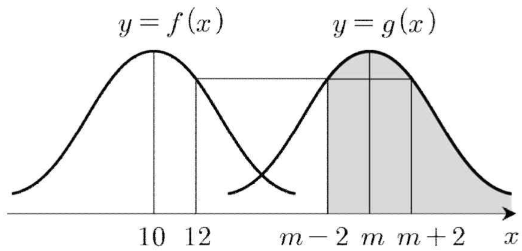
$x \le m$일 때, $f(x)$는 증가하므로

$4 < 2m - 22$ 풀면 $m > 13$

m의 범위는 $13 < m < 15$이고, m은 자연수이므로

$m = 14$

[풀이] (풀이의 일부)



만약 $m+2 = 26$이면

$\mathrm{P}(Y \ge 26) < 0.5$

이므로 문제에서 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

따라서 $m - 2 = 26$이다. 즉, $m = 28$

☀ 케이스 구분과 귀류법을 이용하여 평균(m)을 구한다.

(왼쪽) (가) $f(10) > f(20)$, (나) $f(4) < f(22)$

(오른쪽) $f(12) = g(26)$

2016학년도 9월에서는 방정식을 주었는데, 난이도를 높이기 위하여, 2017학년도 11월에는 부등식을 주었으며, 구간을 찾아서 정수를 결정하도록 하였다. '방정식→부등식', '구간에 속한 정수 찾기'는 평가원이 문제의 난이도를 높이기 위하여 즐겨 사용하는 방법들이다.

확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(14,\ 5^2)$을 따르므로

$Z = \dfrac{X - 14}{5}$로 두면

확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1^2)$을 따른다.

$\therefore\ a = \mathrm{P}(17 \le X \le 18) = \mathrm{P}(0.6 \le Z \le 0.8)$

$= \mathrm{P}(0 \le Z \le 0.8) - \mathrm{P}(0 \le Z \le 0.6)$

$= 0.288 - 0.226 = 0.062$

$\therefore\ 1000a = 62$

답 62

확률변수 Y가 정규분포 $\mathrm{N}(28,\ 4^2)$를 따르므로 확률변수 $Z = \dfrac{Y - 28}{4}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1^2)$을 따른다. 따라서 구하는 확률은

$\therefore\ \mathrm{P}(Y \le 20) = \mathrm{P}(Z \le -2)$

$= 0.5 - \mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$

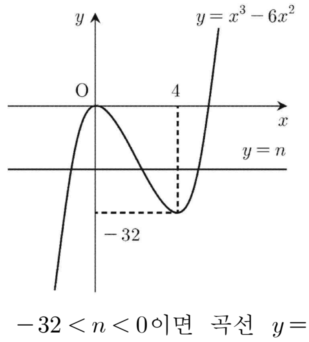
$= 0.5 - 0.4772 = 0.0228$

답 ②

☀ 나머지 계산은 교과서 예제 수준이다.

2017학년도 수능 나형 분석

2017학년도 나형 30번	이동훈 기출문제집 G055 (2014(9)-A형23) 이동훈 기출문제집 G141 (2003-인문29)
실수 k에 대하여 함수 $f(x)=x^3-3x^2+6x+k$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 방정식 $4f'(x)+12x-18=(f' \circ g)(x)$가 닫힌구간 $[0,\ 1]$에서 실근을 갖기 위한 k의 최솟값을 m, 최댓값을 M이라 할 때, m^2+M^2의 값을 구하시오. [4점] (2017-나형30)	함수 $f(x)=7x^3-ax+3$에 대하여 $f'(1)=2$를 만족시키는 상수 a의 값을 구하시오. [3점] ⇩ 교과서 연습문제 수준의 인수분해 ⇩ 교과서 본문의 함수와 그 역함수의 그래프의 관계 ⇩ x에 대한 삼차방정식 $x^3-6x^2-n=0$이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 n의 개수를 구하시오. [3점]

<table>
<tr><td>[풀이]
함수 $f(x)$의 도함수는
$f'(x)=3x^2-6x+6$이므로
$4f'(x)+12x-18=12x^2-12x+6$</td><td>[풀이]
함수 $f(x)$의 도함수는 $f'(x)=21x^2-a$
$f'(1)=21-a=2$
$\therefore\ a=19$
답 19</td></tr>
<tr><td colspan="2">☀ 다항함수의 미분법에 대한 교과서 예제의 풀이 적용</td></tr>
<tr><td>문제에서 주어진 방정식에 대입하여 정리하면
$4x^2-4x=\{g(x)\}^2-2g(x)$
좌변을 우변으로 이항하여 정리하면
$g(x)^2-(2x)^2-2\{g(x)-2x\}=0$
곱셈공식에 의하여
$\{g(x)+2x\}\{g(x)-2x\}-2\{g(x)-2x\}=0$
좌변을 인수분해하면
$\{g(x)+2x-2\}\{g(x)-2x\}=0$</td><td>교과서 연습문제 수준의 인수분해
예를 들어 아래와 같은 꼴의 인수분해입니다.
$x^3-27y^3=x^3-(3y)^3\,(=X^3-Y^3$의 꼴$)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">☀ 교과서 연습문제 수준의 인수분해를 적용</td></tr>
<tr><td>(1) 방정식 $g(x)=-2x+2$의 경우
두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$는
직선 $y=x$에 대하여 서로 대칭이고
두 직선 $y=-2x+2$, $y=-\frac{1}{2}x+1$은
직선 $y=x$에 대하여 서로 대칭이므로
$(x,\ y)=(\alpha,\ \beta)$가 방정식 $g(x)=-2x+2$의 해이면
$(x,\ y)=(\beta,\ \alpha)$는 방정식 $f(x)=-\frac{1}{2}x+1$의 해이다.
이때, $0\le\alpha\le1$이면 $0\le\beta\le2$이므로
닫힌구간 $[0,\ 2]$에서 방정식
$f(x)=-\frac{1}{2}x+1$</td><td>교과서 본문의 함수와 그 역함수의 그래프의 관계
(직접 교과서의 본문의 그림을 확인해보세요.)</td></tr>
<tr><td colspan="2">☀ 교과서 본문의 ‘함수와 그 역함수의 그래프 사이의 관계’를 적용. 2017학년도 나형 30번에서는 2개의 직선을 주어서 난이도는 높였다. (교과서: 1개의 곡선 → 30번: 2개의 직선) 이는 문항의 난이도를 높이기 위하여 평가원에서 즐겨 사용하는 방식이다.</td></tr>
<tr><td>이 실근을 가질 k의 범위를 구하자.
방정식을 정리하면
$-x^3+3x^2-\frac{13}{2}x+1=k$
$h_1(x)=-x^3+3x^2-\frac{13}{2}x+1$으로 두자.
함수 $h_1(x)$의 도함수는
$h_1'(x)=-3x^2+6x-\frac{13}{2}=-3(x-1)^2-\frac{7}{2}$
$h_1'(x)<0$이므로 함수 $h_1(x)$는 감소함수이다.
곡선 $y=h_1(x)$가 직선 $y=k$와 만날 k의 범위는
$h_1(2)\le k\le h_1(0)$ 즉, $-8\le k\le1$
답 65</td><td>[풀이] (풀이의 일부)


위의 그림에서 $-32<n<0$이면 곡선 $y=x^3-6x^2$과 직선 $y=n$은 세 점에서 만난다. 따라서 주어진 방정식이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 n의 개수는 31이다.
답 31</td></tr>
<tr><td colspan="2">☀ 미분법과 방부등식에 대한 교과서 예제 수준의 전형적인 풀이 적용
(1) 도함수 ⇨ (2) 난이도 높은 인수분해 ⇨ (3) 역함수의 정의(2개의 직선) ⇨ (4) 미분법의 방부등식의 활용
이 문제의 난이도가 높아진 이유는 (2), (3)이 내적 결합되었기 때문이다. 이처럼 평가원은 교과서 본문의 내용 설명과 문제들을 내적 결합하여, 최고난문의 난이도를 높이는 것을 선호하므로, 수능을 대비할 때에는 교과서의 내용 설명과 문제들을 체화시켜야 한다.</td></tr>
</table>