

제 2 교시

D&T 3월 학평 대비 모의고사 문제지

수학 영역 (가형)

성명

수험번호 -

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

세상을 바꾸는 작은 몽상가

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 정답에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역 (가형)

5 지선 다형

1. $\tan\theta = 3$ 일 때, $\sec^2\theta$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2. 함수 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ 에 대하여 $f'(e)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{e^2}$ ② $\frac{1}{e}$ ③ 1 ④ 0 ⑤ e

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\sin x} - 1}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ $2\ln 2$ ④ $\ln 5$ ⑤ $\ln 6$

4. 방정식 $\log_2 x = 1 + \log_4 x$ 를 만족시키는 x 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

5. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sec x \tan x dx$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 다섯 명의 학생 A, B, C, D, E가 순서를 정하여 차례로
뽀틀 넘기를 할 때, 학생 A는 B보다 먼저 뽀틀을 넘고, C는
A보다 먼저 뽀틀을 넘게 될 경우의 수는? [3점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

7. 방정식 $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin x$ 을 만족시키는 실근을 α 라 할 때,
 $\tan \alpha$ 의 값은? (단, $0 \leq x \leq \pi$ 이다.) [3점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

8. 함수 $f(x) = e^{2x}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{2k}{n}\right)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{e^4}{2}$ ② $\frac{e^4-1}{2}$ ③ $\frac{e^4}{4}$
 ④ $\frac{e^4-1}{4}$ ⑤ $\frac{e^4-1}{8}$

9. 통신 용량이란 단위 시간 동안 정보를 전송하기 위한 회선이 최대로 정보를 전송할 수 있는 통신 정보량을 말한다. 대역폭을 W , 신호 대 잡음비를 S 라 할 때 통신 용량 C 는 다음 식을 만족시킨다.

$$C = W \times \log_2(1+S)$$

신호 대 잡음비가 255이고 대역폭이 W_1 Hz일 때의 통신 용량을 C_1 , 신호 대 잡음비가 511이고 대역폭이 W_2 Hz일 때의 통신 용량을 C_2 라 할 때, C_1 은 C_2 의 $\frac{4}{3}$ 배이다. 이 때, W_1 은 W_2 의 몇 배인가? (단, 대역폭의 단위는 Hz이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

10. 좌표평면에서 점 $(0, 1)$ 에서 곡선 $y = \frac{k}{x}$ 에 그은 접선이 x 축과 만나는 점의 좌표가 $(4, 0)$ 일 때, 실수 k 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

11. 모양과 크기가 같은 구슬 8개를 3개의 똑같은 주머니에 나누어 담으려고 한다. 빈 주머니가 없도록 담는 방법의 수는?

[3점]

- ① 8 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

12. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{a-x} + 1 & (x \leq 0) \\ -\frac{1}{4}x + b & (x > 0) \end{cases}$$

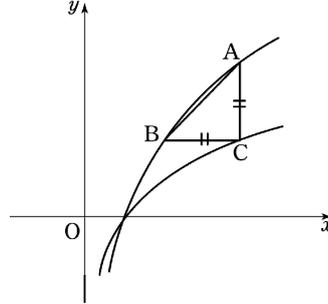
가 $x=0$ 에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 14 ③ 21 ④ 28 ⑤ 35

13. 좌표평면에서 직선 $y = mx$ 위의 한 점 $P(x, y)$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 선분 PH 를 지름으로 하는 반원을 x 축에 수직이 되도록 세운다. 점 P 가 $x=0$ 에서 $x=4$ 까지 움직일 때, 이 반원이 만드는 입체도형의 부피가 $\frac{3}{2}\pi$ 이다. 양수 m 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

14. 그림과 같이 함수 $y = \log_{\sqrt{2}} x$ 의 그래프 위의 두 점 A, B 와 함수 $y = \log_a x$ ($a > \sqrt{2}$)의 그래프 위의 점 C 에 대하여 선분 BC 가 x 축에 평행하다. 삼각형 ABC 가 $\overline{AC} = \overline{BC} = 2$ 인 직각삼각형일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

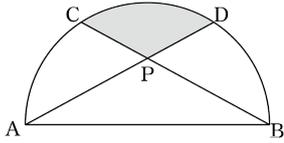


- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

6

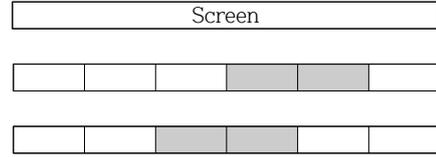
수학 영역 (가형)

15. 지름의 길이가 12인 반원에 대하여 그림과 같이 지름의 양 끝 점을 A, B라 하고, 반 원 위에 점 C, D를 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 가 되도록 잡는다. 직선 AD와 직선 BC의 교점을 P라 할 때, 삼각형 ABP의 넓이는 $12\sqrt{3}$ 이다. 그림의 색칠된 부분의 넓이는? [4점]



- ① $3\pi - 3\sqrt{3}$ ② $6\pi - 6\sqrt{3}$ ③ $6\pi - 6$
- ④ $12\pi - 12\sqrt{3}$ ⑤ $12\pi - 12$

16. 철수, 영수, 기강, 영희, 민지가 함께 영화를 보려고 한다. 그림과 같이 8개의 좌석이 비어있을 때, 철수는 영희와 붙어 앉고, 영수는 민지와 붙어 앉을 경우의 수는? (단, 5명 모두 영화를 보고, 흰 자석이 비어있는 자석이다.) [4점]



- ① 120 ② 160 ③ 176 ④ 192 ⑤ 218

17. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$g'(x) = xf(x)$$

를 만족시킨다. $\int_{\frac{1}{3}}^1 g\left(\frac{1}{x}\right) dx = \frac{1}{6}$ 이고, $\int_1^3 f(x) dx = 2$ 일 때,

$g(3) - 3g(1)$ 의 값은? [4점]

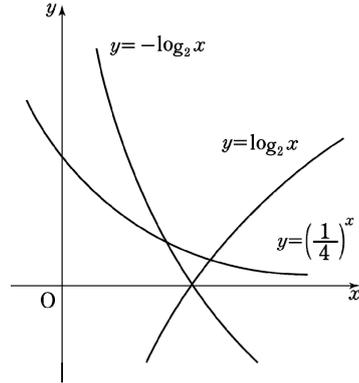
- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

18. 좌표평면에서 두 곡선 $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 와 $y = \log_2 x$ 가 만나는 점을

(x_1, y_1) 라 하고, 두 곡선 $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 와 $y = -\log_2 x$ 가 만나는 점을

(x_2, y_2) 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]



<보 기>

㉠. $1 < x_1 < 2$

㉡. $y_2(x_1 - 1) > y_1(1 - x_2)$

㉢. $(x_1 - 1)(1 - y_2) < x_2 y_1$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

19. 세 정수 a, b, c 에 대하여 $a^2 \leq b^2 \leq c^2 \leq 30$ 을 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [4점]

- ① 347 ② 349 ③ 351 ④ 353 ⑤ 355

20. 다음은 정적분

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

의 값을 구하는 과정이다.

모든 연속함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\int_0^{\pi} f(x) dx = \int_0^{\pi} f(\pi - x) dx$$

이 성립하므로

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x) \sin(\pi - x)}{1 + \cos^2(\pi - x)} dx$$

이므로 $t = \cos x$ 이라 하면,

$$\frac{dt}{dx} = -\sin x$$

이므로

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \frac{\pi}{2} \int_{-1}^1 \frac{1}{\boxed{(가)}} dt$$

이다. 이와 같은 방법으로 $\tan \theta = t$ 라 하면,

$$\sec^2 \theta \frac{d\theta}{dt} = 1$$

이므로

$$\frac{\pi}{2} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} d\theta$$

이다. 따라서

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \boxed{(나)}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $g(t)$ 라 하고, (나)에 알맞은 값을 a 라

할 때, $\frac{g\left(\frac{\pi}{3}\right) - 1}{a}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

21. 정의역이 $\{x|x \geq 0\}$ 인 함수

$$f(x) = \ln(x^3 + ax^2 + bx + c)$$

의 역함수 $g(x)$ 가 세 상수 a, b, c 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다. $g'(\ln 5)$ 의 값은? [4점]

(가) $g(\ln 2) = c$
 (나) $g'(\ln c) = \frac{1}{b}$, $g'(\ln(2+a+b)) = -a$ (단, $b > 1$)

- ① $\frac{13}{20}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{61}{60}$ ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{83}{60}$

단답형

22. ${}^9C_3 + {}^9C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

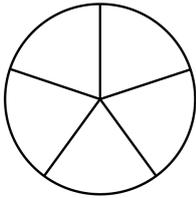
$$f(\sqrt{x}) = \frac{x^2 - 1}{x + 1} + 4 \ln x$$

를 만족시킨다. $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = e^x + e^{-x} - kx^2$ 의 변곡점이 존재하도록 하는 자연수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

26. 정의역이 $\{x \mid -\pi \leq x \leq \pi\}$ 인 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = x \cos x$ 이다. 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 0일 때, $\{f(\pi)\}^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

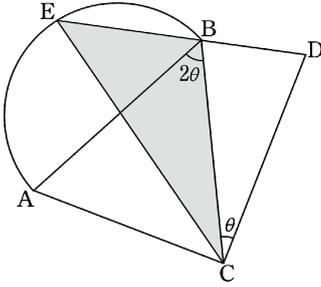
25. 그림과 같이 모양이 같은 5개의 영역으로 나누어진 원 모양의 반찬통에 햄, 두부, 김치, 멸치, 숙주나물을 골고루 담으려고 한다. 한 영역에 한 가지 반찬만 담을 때, 햄과 두부 사이에 다른 한 개의 반찬을 담을 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



27. 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 외부에 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$, $\angle ABC = 2\theta$, $\angle BCD = \theta$ 가 되도록 두 점 C, D를 잡는다. 선분 BD의 연장선과 호 AB가 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 EBC의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta} = \alpha$$

이다. $9\alpha^2$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ 이다.) [4점]



28. $x \geq -2$ 인 실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$f(x) = \sqrt{x^3 + ax^2 + bx + c}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(7)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

(가) $f(-2) = 0$

(나) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$

29. 한 개의 주사위를 4번 던졌을 때, n ($1 \leq n \leq 4$) 번째까지 나온 모든 눈의 수의 합을 a_n 이라 하자.

$$a_3 + a_4 = 22, 2a_1 + a_2 \leq 2a_2 \leq a_3 + a_1$$

을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 다음 조건을 만족시키는

모든 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_{-2}^2 f(x)dx$ 의 값이 최소일 때,

$\int_{-2}^2 xf(x)dx$ 의 값은 $p+q\ln 2$ 이다. $60(p+q)$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 유리수이고, $\ln 2$ 는 무리수이다.) [4점]

(가) $f(1)=0$

(나) 구간 $(0, 1)$ 에 속하는 모든 실수 x 에 대하여

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2+1} \text{이다.}$$

(다) $x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여

$$f'(x_2) - f'(x_1) \geq 0 \text{이다.}$$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.



이 페이지는 여백입니다.