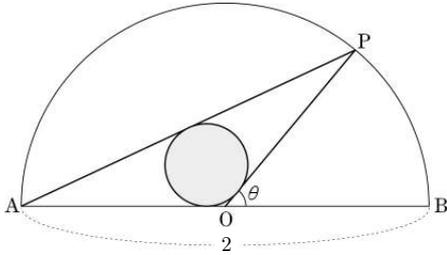


수리 영역

8

‘가형’

20. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하고 중심이 O인 반원이 있다. 호 AB 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\angle POB = \theta$ 일 때, 삼각형 PAO에 내접하는 원의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{f(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \pi$ 이다.) [4점]



- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{8}$ ④ $\frac{\pi}{16}$ ⑤ $\frac{\pi}{32}$

21. 자연수 n 에 대하여 다음 시행을 한다.

n 이 홀수이면 n 에서 1을 빼고,
 n 이 짝수이면 n 을 2로 나눈다.

자연수 n 이 1이 될 때까지 반복한 시행의 횟수를 a_n 이라 정의하자. 예를 들어 $a_7 = 4$, $a_8 = 3$ 이다. $S_n = \sum_{k=2^n}^{2^{n+3}} a_k$ 라 할 때, S_{50} 의 값은? (단, $a_1 = 0$ 이다.) [4점]

- ① 200 ② 201 ③ 202 ④ 203 ⑤ 204

‘가’형

단답형

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = 4$, $a_2 + a_3 = 17$ 일 때, a_4 의 값을 구하시오. [3점]

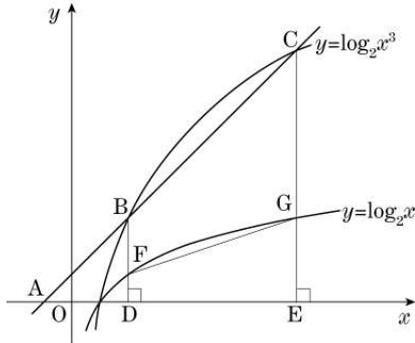
23. 곡선 $y = e^{3-x}$ 위의 점 $(3, 1)$ 에서의 접선 및 x 축, y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오. (단, e 는 자연로그의 밑이다.) [3점]

24. 최고차항의 계수가 양수인 다항함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2}{x^4} = 4 \\ \text{(나)} \quad & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - x^2}{x - 1} = 3 \end{aligned}$$

$f(10)$ 의 값을 구하시오. [3점]

29. 그림과 같이 x 축 위의 한 점 A 를 지나는 직선이 곡선 $y = \log_2 x^3$ 과 서로 다른 두 점 B, C 에서 만나고 있다. 두 점 B, C 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하고, 두 선분 BD, CE 가 곡선 $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을 각각 F, G 라 하자. $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 2$ 이고, 삼각형 ADB 의 넓이가 $\frac{9}{2}$ 일 때, 사각형 $BFGC$ 의 넓이를 구하시오. (단, 점 A 의 x 좌표는 0보다 작다.)
[4점]



30. 함수 $f(x) = x^2(x-2)^2$ 이 있다. $0 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) \leq f'(t)(x-t) + f(t)$$

를 만족시키는 실수 t 의 집합은 $\{t \mid p \leq t \leq q\}$ 이다. $36pq$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

수학 영역(B형)

8

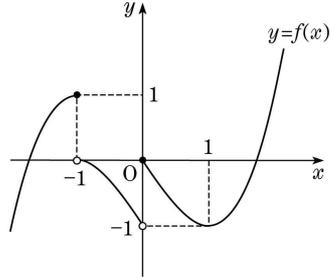
19. 열린 구간 $(0, 2\pi)$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \frac{\sin x}{e^{2x}}$ 가 $x = a$ 에서

극솟값을 가질 때, $\cos a$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

20. 함수 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x^3 - 3x) & (x \leq -1 \text{ 또는 } x \geq 0) \\ \frac{1}{2}(x^3 - 3x) - 1 & (-1 < x < 0) \end{cases}$$



옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

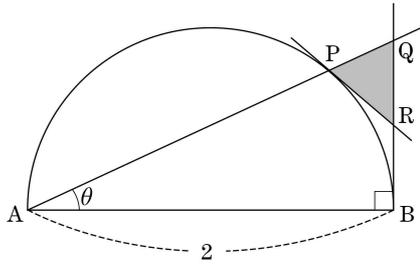
< 보 기 >

ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하다.
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = -\frac{3}{2}$
 ㄷ. $\lim_{x \rightarrow -1+0} f(f'(x)) = 0$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 점 P가 있다. 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 AP와 만나는 점을 Q라 하고, 점 P에서 이 반원에 접하는 직선과 선분 BQ가 만나는 점을 R라 하자. $\angle PAB = \theta$ 라 하고 삼각형 PRQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이다.) [4점]



- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{3}{4}$
- ③ 1
- ④ $\frac{5}{4}$
- ⑤ 2

단답형

22. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\frac{a_5}{a_2} = 8, \quad a_3 + a_4 = 12$$

를 만족시킬 때, a_8 의 값을 구하시오. [3점]

23. 무리방정식 $\sqrt{x-3} + 5 = x$ 의 해를 구하시오. [3점]

29. 첫째항이 50, 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{T_n\}$ 을

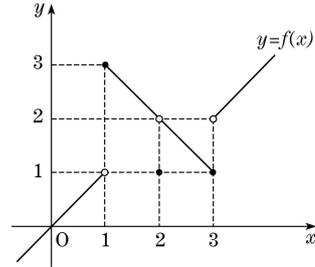
$$T_n = |a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n|$$

이라 하자. 수열 $\{T_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $T_{16} < T_{17}$ (나) $T_{17} > T_{18}$

$T_n > T_{n+1}$ 을 만족시키는 n 의 최댓값을 구하시오. [4점]

30. 그림은 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프이다.

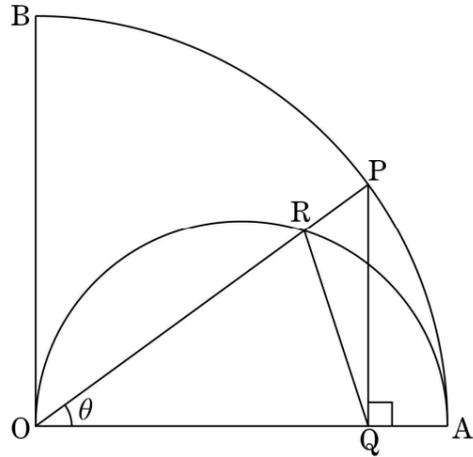


함수 $f(x)$ 는 $x=1, x=2, x=3$ 에서만 불연속이다. 이차함수 $g(x) = x^2 - 4x + k$ 에 대하여 함수 $(f \circ g)(x)$ 가 $x=2$ 에서 불연속이 되도록 하는 모든 실수 k 의 합을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

수학 영역(B형)

19. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB와 선분 OA를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 Q, 선분 OP와 반원의 교점 중 O가 아닌 점을 R라 하고, $\angle POA = \theta$ 라 하자. 삼각형 PRQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{8}$
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{3}{8}$
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ $\frac{5}{8}$

20. 자연수 n 에 대하여 다음과 같이 모든 자연수를 작은 것부터 n 행에 n 개씩 차례로 나열하였다. 이때 n 행에 있는 n 의 배수를 a_n 이라 하자. 예를 들어 $a_2 = 2, a_5 = 15$ 이다.

1행	1				
2행	2	3			
3행	4	5	6		
4행	7	8	9	10	
5행	11	12	13	14	15
6행	16	17	18	19	20 21
⋮			⋮		⋮

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 4800
- ② 4820
- ③ 4840
- ④ 4860
- ⑤ 4880

수학 영역(B형)

9

21. -1 과 1 을 제외한 모든 실수 x 에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 이다.
 (나) $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = f(1) = -1$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = 1$ 이다.
 (다) $x \neq 1$ 인 모든 양수 x 에 대하여 $f'(x) < 0$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 > —
 ㄱ. 함수 $f(x)$ 의 그래프는 직선 $y=x$ 와 한 점에서 만난다.
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 의 그래프는 x 축과 세 점에서 만난다.
 ㄷ. $f'(\alpha) = -1$ 인 실수 α 가 적어도 두 개 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

단답형

22. 함수 $f(x) = 8x - \frac{4}{x}$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 분수방정식 $\frac{3x-7}{x^2-1} + \frac{2}{x-1} = 2$ 의 해를 α 라 할 때, 60α 의 값을 구하시오. [3점]

29. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 \times a_2^2 \times a_3^3 \times \dots \times a_n^n = 10^{n^2-n} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. $\log a_k$ 의 가수가 0.99일 때, k 의 값을 구하시오.

[4점]

30. 실수 t 에 대하여 좌표평면에서 원점을 지나고 기울기가 $\tan(\sin t)$ 인 직선과 원 $x^2 + y^2 = e^{2t}$ 이 만나는 점 중에서 x 좌표가 양수인 점을 P 라 하고, 점 P 가 나타내는 곡선을 C 라 하자. $t = \pi$ 일 때, 곡선 C 위의 점 P 에서의 접선과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $a \times e^{b\pi}$ 이다. $10(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

19. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=1, a_2=5$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} - 2a_n & (n \text{이 홀수}) \\ 6a_{n+1} - a_n & (n \text{이 짝수}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에서 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{2n+1} = a_{2n} - 2a_{2n-1} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$a_{2n+2} = 6a_{2n+1} - a_{2n} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$a_{2n+3} = a_{2n+2} - 2a_{2n+1} \quad \dots \textcircled{3}$$

이므로 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 을 연립하여 정리하면

$$a_{2n+3} - a_{2n+1} = 2(a_{2n+1} - a_{2n-1})$$

이고, $\textcircled{1}$ 에서 $n=1$ 일 때 $a_3=3$ 이므로

$$a_{2n+1} - a_{2n-1} = \boxed{\text{가}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 따라서

$$a_{2n-1} = \boxed{\text{나}} \quad (n \geq 1)$$

이고, $\textcircled{1}$ 으로부터

$$a_{2n} = a_{2n+1} + 2a_{2n-1}$$

이므로

$$a_{2n} = \boxed{\text{다}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 그러므로 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{2n-1} = \boxed{\text{나}}, \quad a_{2n} = \boxed{\text{다}}$$

이다.

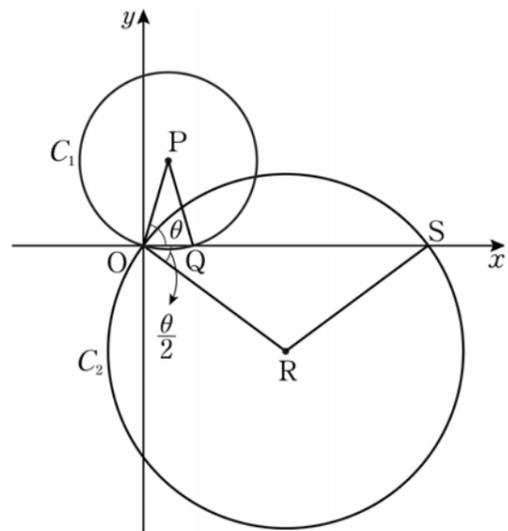
위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$, (나)에 알맞은 식을 $g(n)$, (다)에 알맞은 식을 $h(n)$ 이라 할 때, $\frac{f(5)g(10)}{h(10)-1}$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

20. 그림과 같이 $\overline{OP}=1$ 인 제1사분면 위의 점 P를 중심으로 하고 원점을 지나는 원 C_1 이 x 축과 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 Q라 하자. $\overline{OR}=2$ 이고 $\angle ROQ = \frac{1}{2}\angle POQ$ 인 제4사분면 위의 점 R를 중심으로 하고 원점을 지나는 원 C_2 가 x 축과 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 S라 하자.

$\angle POQ = \theta$ 라 할 때, 삼각형 OQP와 삼각형 ORS의 넓이의 합이 최대가 되도록 하는 θ 에 대하여 $\cos \theta$ 의 값은?

(단, O는 원점이고, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [4점]



- ① $\frac{-3+2\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{-1+\sqrt{3}}{4}$
 ④ $\frac{-3+2\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sin^2 x + a \cos x, \quad g(x) = \begin{cases} 0 & (x < -\frac{\pi}{2}) \\ x & (-\frac{\pi}{2} \leq x < \pi) \\ bx & (x \geq \pi) \end{cases}$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, a, b 는 실수이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}-0} g(x) = 0$

ㄴ. $a=2$ 이면 합성함수 $(f \circ g)(x)$ 는 $x = -\frac{\pi}{2}$ 에서 연속이다.

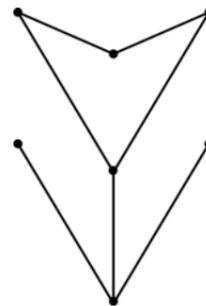
ㄷ. a 의 값에 관계없이 합성함수 $(f \circ g)(x)$ 가 $x = \pi$ 에서 연속이면 $b = 2n - 1$ (n 은 정수)이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

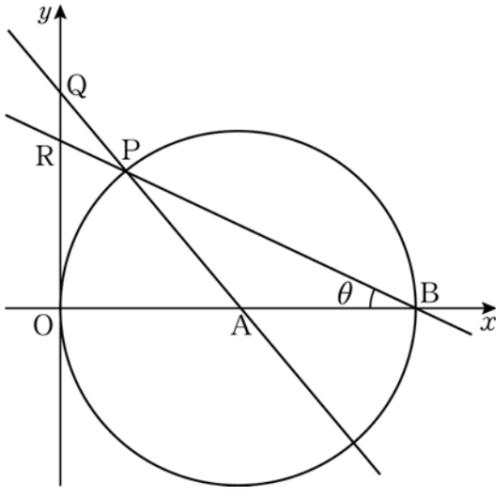
단답형

22. 함수 $f(x) = 20x^2 \ln x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]



29. 그림과 같이 중심이 $A(3, 0)$ 이고 점 $B(6, 0)$ 을 지나는 원이 있다. 이 원 위의 점 P 를 지나는 두 직선 AP, BP 가 y 축과 만나는 점을 각각 Q, R 라 하자. $\angle PBA = \theta$ 라 하고, 삼각형 PQR 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^5}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



30. 함수 $f(x)$ 가 닫힌 구간 $[0, 2]$ 에서 $f(x) = |x-1|$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+2)$ 를 만족시킬 때, 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = x + f(x)$$

라 하자. 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{15} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $n \leq a \leq n+2$
- (나) $0 < b \leq g(a)$

※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

수학 영역(가형)

8

19. 함수 $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

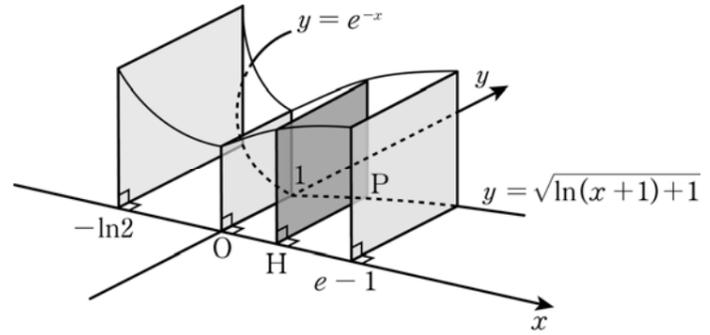
ㄱ. $f'(0) = 1$
 ㄴ. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq -\frac{1}{2}$ 이다.
 ㄷ. $0 < a < b < 1$ 일 때, $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} > 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 그림과 같이 함수

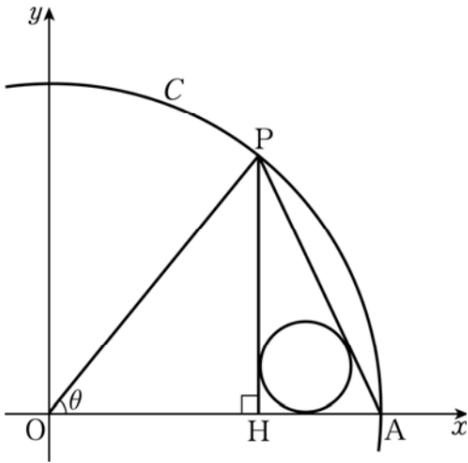
$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & (x < 0) \\ \sqrt{\ln(x+1)+1} & (x \geq 0) \end{cases}$$

의 그래프 위의 점 $P(x, f(x))$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 선분 PH 를 한 변으로 하는 정사각형을 x 축에 수직인 평면 위에 그린다. 점 P 의 x 좌표가 $x = -\ln 2$ 에서 $x = e-1$ 까지 변할 때, 이 정사각형이 만드는 입체도형의 부피는? [4점]



- ① $e - \frac{3}{2}$ ② $e + \frac{2}{3}$ ③ $2e - \frac{3}{2}$
 ④ $e + \frac{3}{2}$ ⑤ $2e - \frac{2}{3}$

21. 그림과 같이 중심이 원점 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 C 가 있다. 원 C 가 x 축의 양의 방향과 만나는 점을 A , 원 C 위에 있고 제1사분면에 있는 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H , $\angle POA = \theta$ 라 하자. 삼각형 APH 에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

단답형

22. 방정식 $2^{\frac{1}{8}x-1} = 16$ 의 해를 구하시오. [3점]

23. 곡선 $y = \ln(x-7)$ 에 접하고 기울기가 1인 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, 삼각형 AOB 의 넓이를 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [3점]

29. 집합 $X = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) X 의 모든 원소 x 에 대하여 $|f(x) + f(-x)| = 1$ 이다.
 (나) $x > 0$ 이면 $f(x) > 0$ 이다.

함수 $f(x)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

30. 함수 $f(x) = x^2 e^{ax}$ ($a < 0$)에 대하여 부등식 $f(x) \geq t$ ($t > 0$)을 만족시키는 x 의 최댓값을 $g(t)$ 라 정의하자. 함수 $g(t)$ 가

$t = \frac{16}{e^2}$ 에서 불연속일 때, $100a^2$ 의 값을 구하시오.

(단, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

2016년

20. 4

21. 4

29. 64

30. 25

2015년

20. 5

21. 3

29. 18

30. 427

2014년

20. 3

21. 4

29. 200

30. 25

2013년

20. 2

21. 3

29. 33

30. 13

2012년

20. 4

21. 5

29. 24

30. 32