p'x 경우의 수

고지우가 드립니다.

EX01

[2010년 9월]

주머니 안에 스티커가 1개, 2개, 3개 붙어 있는 카드가 각각 1장씩 들어 있다. 주머니에서 임의로 카드 1장을 꺼내어 스티커 1개를 더 붙인 후 다시 주머니에 넣는 시행을 반복한다. 주머니 안의 각 카드에 붙어 있는 스티커의 개수를 3으로 나눈 나머지가 모두 같아지는 사건을 A라 하자. 시행을 6번 하였을 때, 1회부터 5회까지는 사건 A가 일어나지 않고, 6회에서 사건 A가 일어날 확률을 $\frac{q}{p}$라 하자. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

EX02

[2017년 수능]

좌표평면 위의 한 점 (x, y)에서 세 점 $(x+1, y)$, $(x, y+1)$, $(x+1, y+1)$중 한 점으로 이동하는 것을 점프라 하자.

점프를 반복하여 점 $(0, 0)$에서 점 $(4, 3)$까지 이동하는 모든 경우 중에서, 임의로 한 경우를 선택할 때 나오는 점프의 횟수를 확률변수 X라 하자. 다음은 확률변수 X의 평균 $E(X)$를 구하는 과정이다. (단, 각 경우가 선택되는 확률은 동일하다.)

> 점프를 반복하여 점 $(0, 0)$에서 점 $(4, 3)$까지 이동하는 모든 경우의 수를 N이라 하자. 확률변수 X가 가질 수 있는 값 중 가장 작은 값을 k라 하면 $k=$(가)이고, 가장 큰 값은 $k+3$이다.
>
> $$P(X=k)=\frac{1}{N}\times\frac{4!}{3!}=\frac{4}{N}$$
>
> $$P(X=k+1)=\frac{1}{N}\times\frac{5!}{2!2!}=\frac{30}{N}$$
>
> $$P(X=k+2)=\frac{1}{N}\times(\text{나})$$
>
> $$P(X=k+3)=\frac{1}{N}\times\frac{7!}{3!4!}=\frac{35}{N}$$
>
> 이고
>
> $$\sum_{i=k}^{k+3}P(X=i)=1$$
>
> 이므로 $N=$(다)이다.
>
> 따라서 확률변수 X의 평균 $E(X)$는 다음과 같다.
>
> $$E(X)=\sum_{i=k}^{k+3}\{i\times P(X=i)\}=\frac{257}{43}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c라 할 때, $a+b+c$의 값은? [4점]

① 190 ② 193 ③ 196
④ 199 ⑤ 202

수학강사 고지우

EX01

[2010년 9월]

자, 우선 이것부터 잡고 갑니다.

1) 주사위를 한번 던져서 홀수 눈이 나올 확률을 이렇게 할게요

우선 주사위를 던지면 기본으로 발생하는 기본 확률, p'이라 하면 $p' = \frac{1}{6}$이고

홀수 눈이 나올 확률은 $p' \times$ 경우의 수 $= \frac{1}{6} \times 3$

이해가 되요???

2) 이 상황을 파악해 봅시다

1개인 카드를 P, 2개인 카드를 Q, 3개인 카드를 R 이라 할게요.

당신이 카드를 골라 본 거에요

P, P, R 이랬더니

P : $1 \to 2 \to 3 \to 3$

Q : $2 \to 2 \to 2 \to 2$

R : $3 \to 3 \to 3 \to 1$

오호, 원래 상태와 동일해 졌군요

다시 골라 봅시다

Q, P, P 이랬더니

P : $1 \to 1 \to 2 \to 3$

Q : $2 \to 3 \to 3 \to 3$

R : $3 \to 3 \to 3 \to 3$

어머, 성공!

네, 이 문제는 3번 만에 성공 하던가 or 원 상태로 회귀 하던가 인거지요

즉, 3번 시행이 세트로 한 번의 시행이 되는 거랍니다.

따라서 문제에서 5번까진 안되고 6번 만에 된다는 건, 1~3번인 시행서 안 되고 4~6번인 시행서 되는 것이지요.

그렇다면 1~3회의 시행에서 성공할 확률을 구해보면 $p' = (\frac{1}{3})^3$(3중에 하나를 고르는 시행이 3번 일어남)에 경우의 수를 곱합시다.

$p' \times n = (\frac{1}{3})^3 \times 3$ (1,2,3중 누구로 같아질지) $\times \frac{3!}{2!}$ (3으로 같아진다면 1이 두 번,2가 한 번 선택되어야 하니 1,1,2가 나열되는 횟수가 곱해져야지요) $= (\frac{1}{3})^3 \times 3 \times \frac{3!}{2!} = \frac{1}{3}$ 입니다.

따라서, 1~3번엔 일어나지 않고, 4~6회엔 일어나야하니

$(1 - \frac{1}{3}) \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9} = \frac{q}{p}$

이해가 되요!!! (역시, 강의가 참 편해)

EXO2

[2017년 수능]

세 점 $(x+1, y)$, $(x, y+1)$, $(x+1, y+1)$로 이동하는 것을 각각 p, q, r로 나타내면 점 $(0, 0)$에서 점 $(4, 3)$까지 이동하는 횟수가 최소가 되는 경우의 수는 p, r, r, r를 일렬로 나열하는 경우이므로

$k = \frac{4!}{3!} = 4$

이동하는 횟수가 $k+2$인 경우는 6번이동하는 경우이므로

p, p, p, q, q, r를 일렬로 나열하는 경우이므로

$\frac{6!}{3! \times 2!} = 60$

$\mathrm{P}(X=6) = \frac{1}{N} \times 60$

이때, 확률의 총합은 1이므로

$\frac{4+30+60+35}{N} = 1$이므로

$N = 129$

$\therefore a+b+c = 4+60+129 = 193$

수학강사 고지우