

제 2 교시

수학 영역(가형)

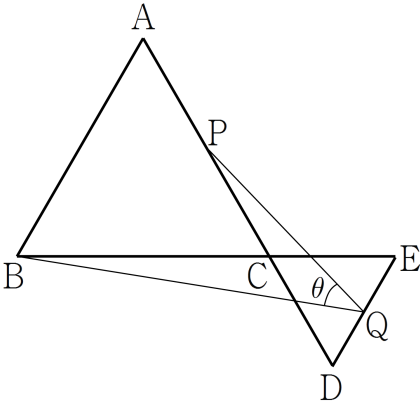
홀수형

미적분 II

1. 좌표평면에서 곡선  $y = \frac{e^{2x}}{e^x + 1}$  위의 점  $(0, a)$ 에서의 접선의 기울기를  $b$ 라 할 때,  $a + b$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{5}{4}$
- ②  $\frac{11}{8}$
- ③  $\frac{3}{2}$
- ④  $\frac{7}{4}$
- ⑤  $\frac{15}{8}$

2. 그림과 같이 정삼각형 ABC에 대하여 선분 AC를 3:1로 외분하는 점을 D, 선분 BC를 3:1로 외분하는 점을 E라 하자. 선분 AC의 중점을 P, 선분 DE의 중점을 Q라 할 때,  $\angle BQP = \theta$ 라 하자.  $\tan \theta$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{5\sqrt{3}}{16}$
- ②  $\frac{3\sqrt{3}}{8}$
- ③  $\frac{7\sqrt{3}}{16}$
- ④  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ⑤  $\frac{9\sqrt{3}}{16}$



5. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $a_1 = 1, a_2 = 0$   
 (나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여
 
$$a_{n+2} = \left(\sin \frac{\pi a_{n+1}}{2}\right) + \left(\cos \frac{\pi a_n}{2}\right)$$
 이다.

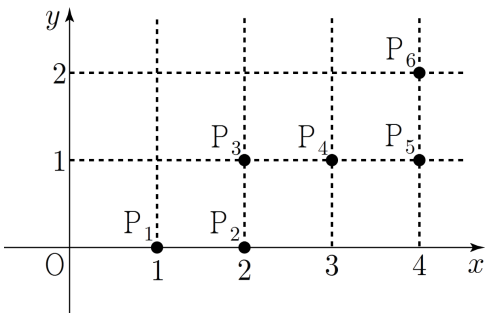
$\sum_{n=1}^{90} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

6. 자연수  $n$ 에 대하여 좌표평면 위의 점  $P_n$ 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점  $P_1$ 의 좌표는  $(1, 0)$ 이다.  
 (나) 점  $P_n$ 의 좌표가  $(a, b)$ 일 때,  
      $b \geq \log_3 a$ 이면 점  $P_{n+1}$ 의 좌표는  $(a+1, b)$ 이고  
      $b < \log_3 a$ 이면 점  $P_{n+1}$ 의 좌표는  $(a, b+1)$ 이다.

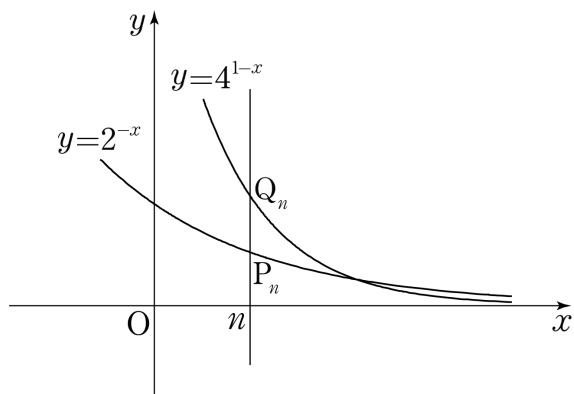
점  $P_{31}$ 의 좌표는  $(p, q)$ 이다.  $p-q$ 의 값은? [4점]

- ① 19      ② 21      ③ 23      ④ 25      ⑤ 27



7. 자연수  $n$ 에 대하여 곡선  $y=2^{-x}$  과 곡선  $y=4^{1-x}$  이 직선  $x=n$ 과 만나는 점을 각각  $P_n, Q_n$ 이라 할 때,

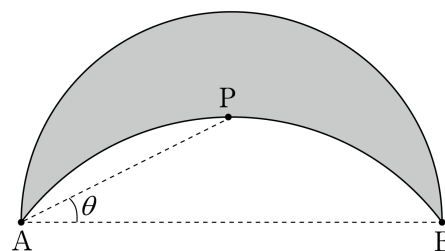
$\sum_{n=1}^{\infty} \overline{P_n Q_n}$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{3}{8}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{3}{4}$

8. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원과 두 점 A, B를 지나는 원의 일부인 곡선 AB가 있다.  $\overline{AP}=\overline{BP}$ 를 만족시키는 곡선 AB 위의 점을 P라 하자.  $\angle BAP=\theta$ 라 할 때, 곡선 AB와 반원으로 둘러싸인 도형의

넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}-} \frac{S(\theta)}{\frac{\pi}{4}-\theta}$ 의 값을 구하시오. [4점]



9. 두 곡선  $y=\frac{1}{x^2} \ (x>0)$ ,  $y=\frac{2}{x^3} \ (x>0)$ 에 대하여  
두 곡선과 직선  $x=1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_1$ ,  
두 곡선과 직선  $x=3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$ 라  
할 때,  $S_1+S_2=\frac{q}{p}$  이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

10. 함수  $f(x)=e^{-\frac{1}{2}x^2}$  과 실수  $t$ 에 대하여  
$$f(t)=f'(a)(t-2)$$
  
를 만족시키는 실수  $a$ 의 개수를  $g(t)$ 라 하자.  
함수  $g(t)$ 가 불연속인 점의 개수는? [4점]  
① 1                    ② 2                    ③ 3                    ④ 4                    ⑤ 5



13.  $\int_{\sqrt{a}}^{\sqrt{b}} \sin(x^2) dx = \frac{1}{8}$  일 때,  $\int_a^b \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx$  의 값은?

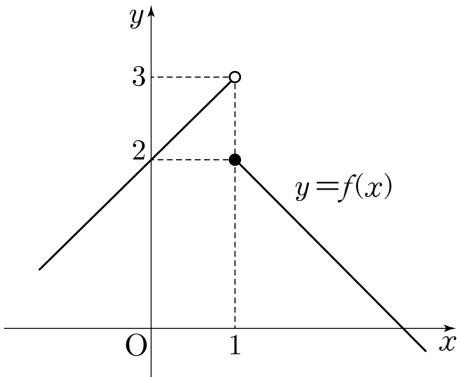
(단,  $a, b$  는  $0 < a < b < \pi$  인 상수이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{10}$
- ②  $\frac{1}{8}$
- ③  $\frac{1}{6}$
- ④  $\frac{1}{4}$
- ⑤  $\frac{1}{2}$

14. 함수  $f(x)$  의 그래프가 그림과 같고, 함수  $g(x)$  는

$$g(x) = \begin{cases} 2^x & (x \leq 2) \\ \log_a x & (x > 2) \end{cases}$$

이다. 합성함수  $(g \circ f)(x)$  가  $x=1$  에서 연속이 되도록 하는 상수  $a$  의 값은? [3점]



- ①  $2^{\frac{1}{4}}$
- ②  $2^{\frac{1}{3}}$
- ③  $3^{\frac{1}{4}}$
- ④  $2^{\frac{1}{2}}$
- ⑤  $3^{\frac{1}{2}}$

15. 이차방정식  $5x^2-5x+1=0$ 의 두 근이  $\sin\alpha, \sin\beta$  일 때,  
 $\cos(\alpha-\beta)$ 의 값은? (단,  $0\leq\alpha\leq\frac{\pi}{2}, 0\leq\beta\leq\frac{\pi}{2}$ 이다.) [3점]

- ①  $\frac{1+\sqrt{10}}{5}$

②  $\frac{1+\sqrt{11}}{5}$

③  $\frac{1+2\sqrt{3}}{5}$
- ④  $\frac{1+\sqrt{14}}{5}$

⑤  $\frac{1+\sqrt{15}}{5}$

16. 그림과 같이  $\overline{AB}=5, \overline{AC}=12$ 이고  $\angle A=90^\circ$ 인  
직각삼각형 ABC에 내접하는 원의 중심을 I라 하자.  
 $\angle ABI=\alpha, \angle ACI=\beta$ 라 할 때,  $\tan(\alpha-\beta)$ 의 값은? [3점]

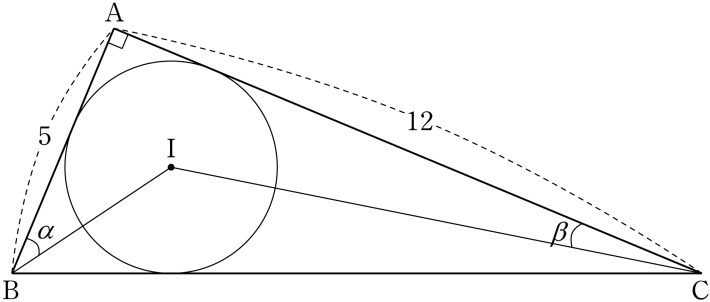
- ①  $\frac{3}{17}$

②  $\frac{4}{17}$

③  $\frac{5}{17}$

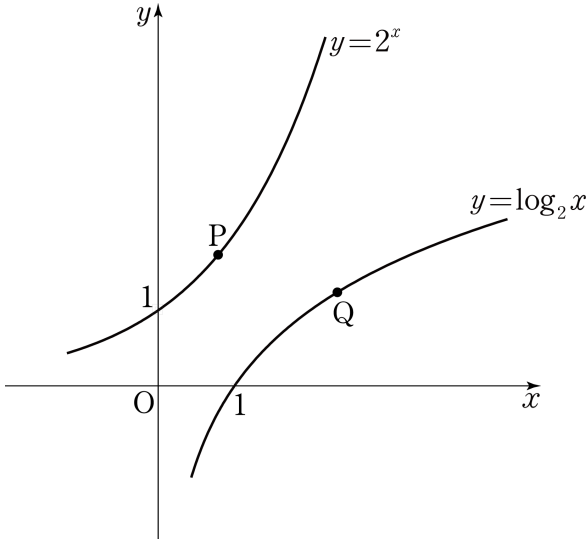
④  $\frac{6}{17}$

⑤  $\frac{7}{17}$





[17~18] 곡선  $y=2^x$  위의 점 P와 곡선  $y=\log_2 x$  위의 점 Q에 대하여 17번과 18번의 두 물음에 답하시오.



17. 선분 PQ의 길이가 최소가 되도록 하는 점 P의  $y$ 좌표는?

[3점]

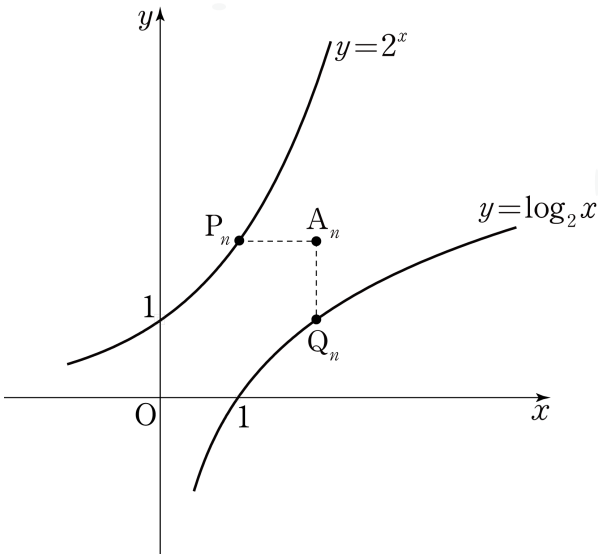
- ①  $\frac{1}{2}\ln 2$     ②  $\ln 2$     ③  $\frac{1}{2\ln 2}$     ④  $\frac{1}{\ln 2}$     ⑤  $\frac{2}{\ln 2}$

18. 다음 조건을 만족시키는 점 P의  $x$ 좌표를  $a$ , 점 Q의  $x$ 좌표를  $b$ 라 할 때, 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수는? [4점]

(가) 점 P의  $x$ 좌표와 점 Q의  $x$ 좌표가 정수이다.  
 (나)  $\overline{PQ} \leq 4$

- ① 10    ② 12    ③ 14    ④ 16    ⑤ 18

[19~20] 자연수  $n$ 에 대하여 점  $A_n(n, n)$ 을 지나고  $x$ 축에  
평행한 직선이 곡선  $y=2^x$  과 만나는 점을  $P_n$ 이라  
하고, 점  $A_n(n, n)$ 을 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이  
곡선  $y=\log_2 x$ 와 만나는 점을  $Q_n$ 이라 하자.  
19번과 20번의 두 물음에 답하시오.



19.  $P_8$ 의  $x$ 좌표를  $k$ 라 할 때, 사각형  $P_8A_8Q_8A_k$ 의 넓이는?  
[3점]
- ① 9      ② 16      ③ 25      ④ 36      ⑤ 49

20. 선분  $A_nP_n$  과 선분  $A_nQ_n$  위의 점 중에서  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가  
모두 정수인 점의 개수를  $a_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]
- ① 70      ② 72      ③ 74      ④ 76      ⑤ 78

21. 두 곡선

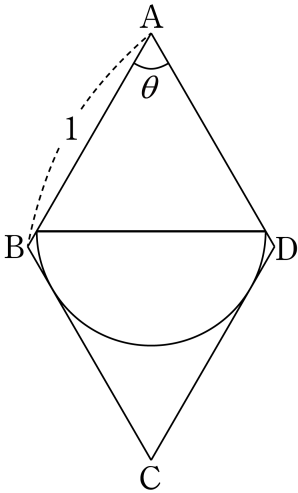
$$y = xe^x + \frac{3}{e^x}, \quad y = 3e^x + \frac{x}{e^x}$$

로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

- ①  $e^3 - \frac{1}{e^3} - 6$
- ②  $e^3 + \frac{1}{e^3} - 6$
- ③  $e^3 - \frac{1}{e^3} - 4$
- ④  $e^3 - \frac{1}{e^3} + 4$
- ⑤  $e^3 - \frac{1}{e^3} + 6$

22. 그림과 같이 한 변의 길이가 1이고  $\angle A = \theta$ 인 마름모 ABCD가 있다. 선분 BC와 선분 CD에 접하고 선분 AB 위의 점과 선분 AD 위의 점을 지름의 양 끝점으로 하는 반원의 지름의 길이를  $f(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{\overline{BD} - f(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은?

(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [4점]



- ①  $\frac{1}{16}$
- ②  $\frac{1}{12}$
- ③  $\frac{1}{8}$
- ④  $\frac{1}{4}$
- ⑤  $\frac{1}{2}$

23. 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(1)=0$   
(나) 곡선  $y=f(x)$  위의 임의의 점  $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기는  $3x^2+1$ 이다.

$f(x)$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{f(x)g(x)-a}{x}=b$ 이다.

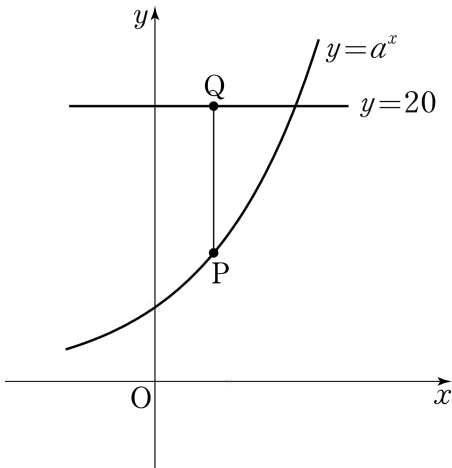
$4(a^2+b^2)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

24. 이차함수  $f(x)=x^2-ax$ 와 실수  $t$ 에 대하여 좌표평면에서 중심이  $(t, f(t))$ 이고 반지름의 길이가  $r$ 인 원이 있다. 이 원 위의 점  $Q$ 에 대하여 선분  $OQ$ 의 길이의 최솟값을  $g(t)$ 라 하자.  $g(t)$ 가 두 점에서만 미분가능하지 않을 때,  $a^2+4r^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 와  $r$ 은 양의 상수이고,  $O$ 는 원점이다.) [4점]

25. 곡선  $y=a^x$  ( $a>1$ ) 위의 점 P가 있다. 점 P를 지나고  $x$ 축에 수직인 직선이 직선  $y=20$ 과 만나는 점을 Q라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 점 P의 개수를  $f(a)$ 라 하자.

- (가) 점 P의  $x$ 좌표는 자연수이다.  
(나)  $1\leq \overline{PQ}\leq 18$

$f(a)=1$ 을 만족시키는 자연수  $a$ 의 개수를 구하시오. [4점]



26.  $n\geq 3$ 인 자연수  $n$ 에 대하여  $x$ 에 대한 방정식

$$\log_2 x^n - \log_2 x^2 - 6 = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{a_n}{2^n} = \frac{q}{p}$ 이다.

$10p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)  
[4점]

27.  $x$ 에 대한 부등식

$$2^{2x} - (k+8)2^x + 8k < 0$$

을 만족시키는 자연수  $x$ 의 개수가 1이 되도록 하는 모든 자연수  $k$ 의 개수는? [4점]

- ① 16
- ② 18
- ③ 20
- ④ 22
- ⑤ 24

28. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

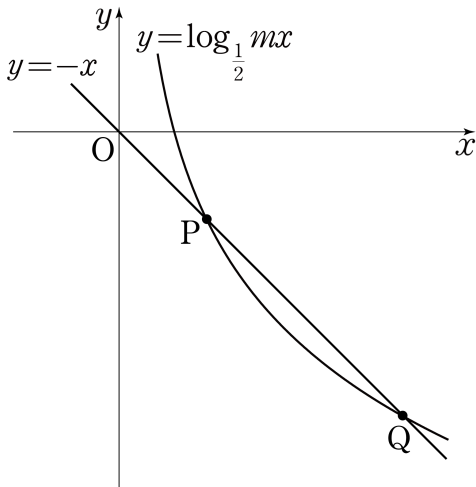
라 하자.  $f(x)$ 가 극댓값 0을 가질 때,  $g(x)$ 가  $x=a$ 에서 극값을 갖도록 하는 서로 다른 모든 실수  $a$ 의 개수는? [4점]

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

29. 곡선  $y = \cos x (-\pi \leq x \leq \pi)$ 와 직선  $y = -\frac{1}{4}x$ 가 서로 다른 두 점에서 만나고, 그 두 점의  $x$ 좌표는  $\alpha, \beta$ 이다.  
 $\int_{-\alpha}^{\beta} \frac{\cos x}{x^2} dx = m$  일 때,  $\int_{-\alpha}^{\beta} \frac{\sin x}{x} dx$ 의 값은?  
 (단,  $\alpha < \beta$ 이고,  $m$ 은 상수이다.) [4점]

- ①  $\frac{1}{2}-m$ 
 ②  $\frac{1}{4}-m$ 
 ③  $\frac{1}{8}-m$
- ④  $m-\frac{1}{4}$ 
 ⑤  $m-\frac{1}{2}$

30. 곡선  $y = \log_{\frac{1}{2}} mx$ 와 직선  $y = -x$ 는 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다.  $\overline{PQ} = 2\sqrt{2}$  일 때, 상수  $m$ 의 값은? [3점]



- ①  $2 \times 3^{-\frac{1}{2}}$ 
 ②  $2 \times 3^{-\frac{1}{3}}$ 
 ③  $3 \times 2^{-\frac{2}{3}}$
- ④  $3 \times 2^{-\frac{1}{2}}$ 
 ⑤  $3 \times 2^{-\frac{1}{3}}$

31. 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = (m \sin x + n \cos x)e^{-x} \quad \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$$

라 하자.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-} f(x) = e^{-\frac{\pi}{2}}$  일 때,  $\lim_{x \rightarrow 0+} f''(x)$ 의 값은?

(단,  $m, n$ 은 상수이다.) [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

32. 다음은 닫힌 구간  $[1, e]$ 에서  $0 \leq f(x) \leq 1$ 을 만족시키는

모든 함수  $f(x)$ 에 대하여  $\int_1^e \frac{|f(x) - \ln x|}{x} dx$ 의 최댓값을

구하는 과정이다.

닫힌 구간  $[1, e]$ 에서  $0 \leq f(x) \leq 1$ 이므로

$$-\ln x \leq f(x) - \ln x \leq 1 - \ln x$$

이다.  $x = t$  ( $1 \leq t \leq e$ )일 때  $|f(t) - \ln t|$ 의 최댓값을

$g(t)$ 라 하면,  $g(t)$ 는

$$g(t) = \begin{cases} 1 - \ln t & (1 \leq t < \boxed{\text{나}}) \\ \boxed{\text{가}} & (\boxed{\text{나}} \leq t \leq e) \end{cases}$$

이다.

$$0 \leq \frac{|f(x) - \ln x|}{x} \leq \frac{g(x)}{x} \quad (1 \leq x \leq e)$$

이므로,

$$0 \leq \int_1^e \frac{|f(x) - \ln x|}{x} dx \leq \int_1^e \frac{g(x)}{x} dx$$

이다.

$$\int_1^e \frac{g(x)}{x} dx = \boxed{\text{다}}$$

이므로,

$$\int_1^e \frac{|f(x) - \ln x|}{x} dx \text{의 최댓값은 } \boxed{\text{다}} \text{이다.}$$

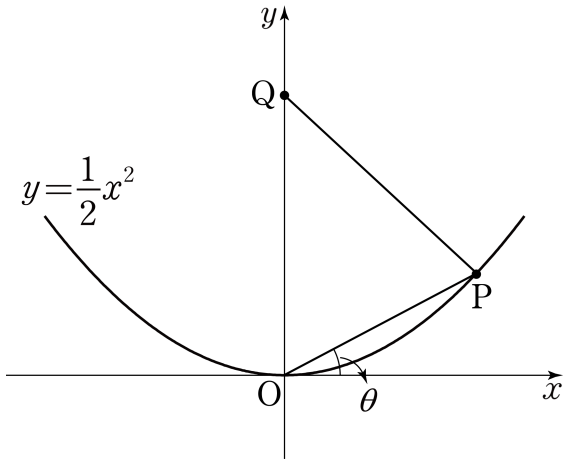
위의 (가)에 알맞은 식을  $h(t)$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은

수를 각각  $a, b$ 라 할 때,  $\frac{b \times h(e^2)}{\ln a}$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5



33. 원점  $O$ 를 지나고  $x$ 축과 이루는 각의 크기가  $\theta$ 인 직선이 곡선  $y = \frac{1}{2}x^2$ 과 만나는 점을  $P$ 라 하자. 곡선  $y = \frac{1}{2}x^2$  위의 점  $P$ 에서의 접선에 수직이고 점  $P$ 를 지나는 직선이  $y$ 축과 만나는 점을  $Q$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{\overline{OQ} - \overline{PQ}}{\theta^4}$ 의 값은? [4점]

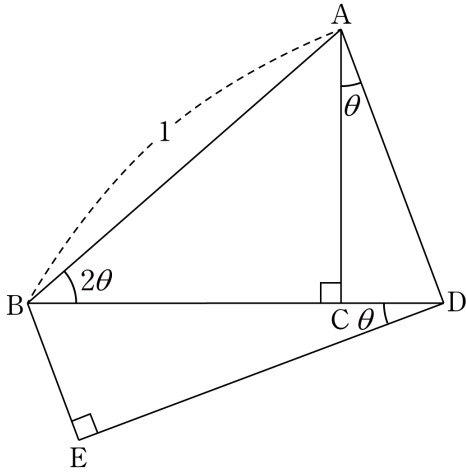


- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③ 1      ④ 2      ⑤ 4

34. 그림과 같이 길이가 1인 선분  $AB$ 를 빗변으로 하고  $\angle ABC = 2\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ )인 직각삼각형  $ABC$ 에 대하여 두 점  $D, E$ 를

$$\angle ACD = \angle BED = \frac{\pi}{2}, \quad \angle CAD = \angle BDE = \theta$$

가 되도록 잡는다.  $3\overline{AD} + 8\overline{DE}$ 의 최댓값을 구하시오.  
(단, 다섯 점  $A, B, C, D, E$ 는 한 평면 위에 있다.) [4점]



35. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(x+3)=f(x)+3$   
(나)  $f(x)=\frac{1}{4}(x-3)(x^3+ax^2+b)$  ( $0\leq x<3$ )  
(단,  $a, b$ 는 상수이다.)

실수  $t$ 에 대하여 집합

$\{f'(t)|f(t)=f'(t)(t-3), -30\leq t\leq 30\}$

의 원소의 개수를 구하시오. [4점]

36. 자연수  $n$ 에 대하여 두 곡선

$y=2^x+n-5, \quad y=\log_3(-x+n-5)$

과 두 곡선 각각의 점근선으로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점의 개수를  $a_n$ 이라 하자. 예를 들어,  $a_5=3$ 이다.  $\sum_{n=1}^{10}a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

37. 곡선  $y=2^x$  위의 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 점 P, Q의  $y$ 좌표는 50 이하의 자연수이다.  
 (나) 선분 PQ 위의 점 중에서  $x$ 좌표가 정수인 점의 개수는 2이다.

두 점 P, Q의  $y$ 좌표를 각각  $a, b$ 라 할 때,  $a, b$ 의 모든 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

38. 2014년 4월 28일 오전 10시에 발생한 태풍 '타파'는 북상할 때마다 편서풍에 의해 경도가 오른쪽으로 조금씩 움직인다고 한다. 태풍 '타파'의 중심의 위도를  $N(^{\circ})$ , 경도를  $E(^{\circ})$ 라 할 때, 위도와 경도 사이에 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$E=k+(1.6)^{N-30}$$

(단,  $k$ 는 양의 상수이고,  $0\leq N\leq 360$ ,  $0\leq E\leq 360$ 이다.)

이 태풍의 중심의 위도가  $31(^{\circ})$ 일 때, 경도가  $125.2(^{\circ})$ 라고 한다. 경도가  $134.1(^{\circ})$ 일 때, 위도는  $a(^{\circ})$ 이다.  $a$ 의 값은?  
 (단,  $\log 2=0.3010$ ,  $\log 1.05=0.02$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 34            ② 35            ③ 36            ④ 37            ⑤ 38

39. 다항함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^5} = 0$$

를 만족시킨다. 두 집합  $A, B$ 를

$$A = \{x \mid f(x) = 0\}, \quad B = \{x \mid f''(x) = 0\}$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $A = \{0, 1, 2\}$ 이면  $B \neq \emptyset$ 이다.

ㄴ.  $A \cap B = \{0, 2\}$ 이면  $1 + \sqrt{5} \in A$ 이다.

ㄷ.  $A = \{0, 1, 2\}$ 이고  $B \subset A$ 이면  
점  $(1, 0)$ 은 곡선  $y = f(x)$ 의 변곡점이다.

- ① ㄴ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

40. 보일러에 공급되는 물의 불순물을 배출하기 위해

블로우 다운 장치를 사용한다고 한다. 이 장치를 사용하기 전 불순물의 농도를  $d_0$ , 이 장치를  $t$ 초 동안 사용한 후의 불순물의 농도를  $d_t$ 이라 할 때, 다음 관계가 성립한다.

$$d_t - 5 = a^{-3t}(d_0 - 5) \quad (\text{단, } a \text{는 양의 상수이다.})$$

불순물의 농도가 85인 물에 블로우 다운 장치를  $t_1$ 초 동안 사용한 후의 불순물의 농도가 25, 이 장치를  $t_2$ 초 더 사용한

후의 불순물의 농도를 7.5라 하자.  $\frac{t_2}{t_1}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$

②  $\frac{2}{3}$

③  $\frac{3}{4}$

④  $\frac{3}{2}$

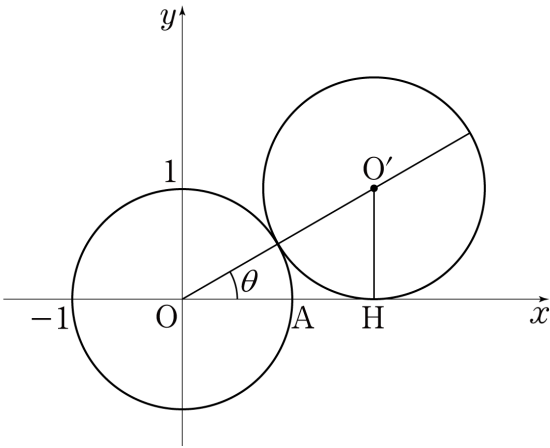
⑤  $\frac{4}{3}$

41. 최고차항의 계수가 1인 두 사차함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 곡선  $y=f(x)$ 와  $y=g(x)$ 는 오직 두 점에서만 만나고, 두 점의  $x$ 좌표는 각각 0, 3이다.  
 (나)  $\int_0^4 xf'(x)dx = -\int_0^4 xg'(x)dx = 1$   
 (다)  $0 < f(4) - g(4) < \frac{1}{2}$

두 곡선  $y=f(x)$ 와  $y=g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $\frac{q}{p}$  라 할 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

42. 그림과 같이 원  $x^2+y^2=1$ 과  $x$ 축에 모두 접하는 원의 중심을  $O'$ 이라 하고, 점  $O'$ 에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을  $H$ 라 하자. 점  $A(1, 0)$ 에 대하여  $\angle O'OA=\theta$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{\overline{O'H}-\overline{AH}}{\theta^2}=a$ 이다.  $100a$ 의 값을 구하시오. [4점]



43. 자연수  $n$ 에 대하여  $x$ 에 대한 부등식

$(x - n)(2^x - k) < 0$

을 만족시키는 자연수  $x$ 의 개수가 1이 되도록 하는 모든  
자연수  $k$ 의 개수를  $a_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^6 a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 259      ② 267      ③ 275      ④ 283      ⑤ 291

44. 함수  $f(x) = x^{\ln x} (x > 0)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을  
있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \infty$

ㄴ. 함수  $f(x)$ 는  $x = 1$ 에서 극솟값 1을 가진다.

ㄷ. 곡선  $y = f(x)$ 의 변곡점이 존재한다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



47. 함수

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - ax + b + \ln x \quad (x > 0)$$

에 대하여  $|f(x)|$ 가 양수 전체의 집합에서 미분가능할 때,  
 $12(a+b)$ 의 값을 구하십시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4점]

48. 열린 구간  $(0, \infty)$ 에서  $f'(x) > 0$ 인 함수  $f(x)$ 에 대하여  
함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = xf(x) - \int_0^x f(t) dt$$

라 하자. 함수  $\frac{\{f(x)\}^2}{g(x)}$ 가  $x=1, 2$ 에서 각각 극값 1, 4를  
가질 때,  $\int_{\frac{1}{2}}^1 g\left(\frac{1}{x}\right) dx = k$ 이다.  $60k$ 의 값을 구하십시오. [4점]



49. 자연수  $n(n \geq 2)$ 에 대하여 직선  $y = nx + 1$ 과 두 곡선  $y = 3^x, y = 2^x$ 가 만나는 제 1사분면 위의 점의  $x$ 좌표를 각각  $a_n, b_n$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

㉠.  $a_2 = 1$

㉡.  $3^{a_{n+1}} - 3^{a_n} > 2^{a_{n+1}} - 2^{a_n}$

㉢.  $2^{b_n} - 2^{a_n} < n(b_n - a_n) < 3^{b_n} - 3^{a_n}$

- ① ㉠

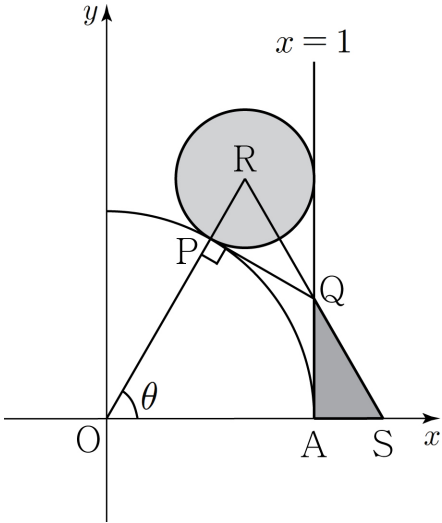
② ㉢

③ ㉠, ㉡
- ④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

50. 그림과 같이 원  $x^2 + y^2 = 1$  위의 점 P에서의 접선이 직선  $x = 1$ 과 만나는 점을 Q라 하자. 점 A(1, 0)에 대하여  $\angle AOP = \theta$ 라 할 때, 점 P에서 원  $x^2 + y^2 = 1$ 과 접하면서 직선  $x = 1$ 에 접하는 원의 넓이를  $f(\theta)$ 라 하자. 이 원의 중심 R에 대하여 두 점 Q, R을 지나는 직선이  $x$ 축과 만나는 점을 S라 할 때, 삼각형 AQS의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{f(\theta)}{\theta \times g(\theta)}$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{\pi}{4}$

②  $\frac{\pi}{2}$

③  $\pi$
- ④  $2\pi$

⑤  $4\pi$

확률과 통계

51. 철수는 국어, 수학, 영어, 사회탐구영역의 공부계획서를 작성하려고 한다. 1시간마다 영역을 바꿔가며 공부하기로 하고, 모든 영역을 공부계획서에 포함시키기로 하자. 5시간 분량의 공부계획서를 작성할 수 있는 모든 경우의 수는? [3점]

① 112      ② 120      ③ 128      ④ 136      ⑤ 144

52. 철수는 세계일주를 하기 위해 대륙별로 가고 싶은 나라 6곳을 정하고 여행 순서계획표를 작성하려고 한다.

대륙	유럽	아시아	남미
국가	프랑스	중국	브라질
	이탈리아	일본	파라과이

이 중에 5곳만을 여행할 수 있고, 만약 같은 대륙에 서로 다른 두 나라가 동시에 정해질 경우 두 나라를 연속해서 여행하기로 할 때, 만들 수 있는 여행 순서계획표의 모든 경우의 수를 구하시오. [4점]

53. 민수는 ‘이름 짓기 놀이’를 하려고 한다. 세 글자의 이름만 지을 수 있고, 첫째, 둘째, 셋째 글자는 다음 중 하나씩 고르려고 한다.

첫째 글자	둘째 글자	셋째 글자
김	민	민
이	수	수
박	현	현
현	호	호

세 글자는 반드시 각각 서로 달라야 하고, 자신과 동일한 이름을 피하기 위하여 둘째 글자에 ‘민’, 셋째 글자에 ‘수’가 동시에 올 수 없을 때, 지을 수 있는 이름의 모든 경우의 수를 구하시오. [4점]

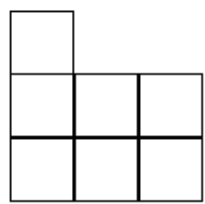
54. 다음은 2011학년도 대학수학능력시험 사회탐구 영역의 과목들을 과목 군별로 분류한 것이다.

지리과목군	역사과목군	일반사회 과목군
한국 지리 세계 지리 경제 지리	국사 세계사 한국 근현대사	윤리 경제 정치 사회 문화 법과 사회

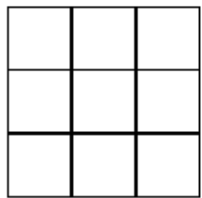
철수는 각 과목군별로 적어도 1과목 이상 선택하되, 역사과목군에서 국사를 선택하게 되면 반드시 한국 근현대사도 선택하기로 하였다. 철수가 사회탐구 영역에서 총 4과목을 선택할 때, 가능한 모든 경우의 수는? [4점]

- ① 120      ② 135      ③ 150      ④ 165      ⑤ 180

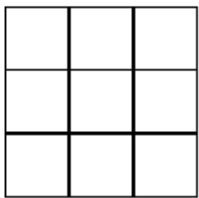
55. 아래 그림은 정육면체 모양의 쌓기 나무 여러 개로 입체도형을 만들었을 때, 그 입체도형을 앞에서, 위에서, 옆에서 본 모양이다. 만들어질 수 있는 입체도형 모양의 총 경우의 수를 구하시오. [4점]



<앞에서 본 모양>



<위에서 본 모양>



<옆에서 본 모양>

56. 한 변의 길이가 2인 정사각형 모양의 고정된 벽이 있다. 빨간색으로 칠해지고 넓이가 2인 직각이등변삼각형 1개, 검은색으로 칠해지고 넓이가 1인 직각이등변삼각형 1개, 파란색으로 칠해지고 넓이가  $\frac{1}{2}$ 인 직각이등변삼각형 1개, 초록색으로 칠해지고 넓이가  $\frac{1}{2}$ 인 직각이등변삼각형 1개, 총 4개의 삼각형 타일을 벽에 모두 빈틈없이 붙이려고 한다. 이 때, 붙일 수 있는 모든 경우의 수는? [4점]

- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

57. 다섯 개의 문자 A, B, C, D, E가 하나씩 적혀 있는 공이 각각 3개씩 있다. 이 중에서 3개의 공을 뽑을 때, A가 적혀 있는 공이 1개 이상 나오는 경우의 수는?  
(단, 공을 뽑는 순서는 고려하지 않는다.) [3점]

- ① 15
- ② 18
- ③ 21
- ④ 24
- ⑤ 27

58. 철수와 영희를 포함한 5명의 학생이 영화를 관람하기 위해 그림과 같이 5자리를 예약했다.

10열	A	B	
11열	A	B	C

5명이 임의로 5장의 티켓을 나누어 가질 때, 철수와 영희가 같은 열에 서로 이웃하여 앉을 확률은? [3점]

- ①  $\frac{3}{10}$
- ②  $\frac{1}{3}$
- ③  $\frac{7}{20}$
- ④  $\frac{2}{5}$
- ⑤  $\frac{7}{15}$

59. 4개의 음반 회사의 시장점유율은 다음과 같다.

음반 회사	A	B	C	D	계
점유율(%)	20	28	10	42	100

음반을 구매한 사람 중 225명을 임의추출하여 조사할 때, 27명 이상이 C 회사의 음반을 구매한 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332

- ① 0.0668
- ② 0.1587
- ③ 0.1915
- ④ 0.3085
- ⑤ 0.3413

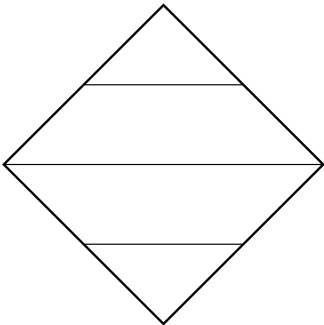
60.  $\sum_{n=1}^7 {}_nH_{7-n}$ 의 값은? [3점]

- ① 32
- ② 48
- ③ 64
- ④ 80
- ⑤ 96

61. 세 정수  $x, y, z$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 순서쌍  $(x, y, z)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $x+y+z=-3$   
(나)  $|x|\leq 3, |y|\leq 3, |z|\leq 3$

62. 그림과 같이 정사각형 모양인 타일의 네 변의 중점을 연결하고 한 대각선을 그어 타일을 네 부분으로 나누었다. 서로 다른 4가지 색을 모두 사용하여 타일의 네 부분을 칠하는 경우의 수는?  
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 12      ② 14      ③ 16      ④ 18      ⑤ 20

63. 10 원, 50 원, 100 원, 500 원짜리 동전이 각각 4 개씩 있다.  
이 16 개의 동전 중에서 5 개를 선택하여 만들 수 있는 금액의  
경우의 수는? [4점]

① 46            ② 48            ③ 50            ④ 52            ⑤ 54

64. 어느 대학교 학생의 운전면허 소지자와 미소지자의 비율은  
5:3 이고, 운전면허 소지자 중 1 종 면허 소지자와 2 종 면허  
소지자의 비율은 2:3 이다.  
이 대학교 학생 192 명을 임의추출할 때, 1 종 면허 소지자가  
57 명 이하일 확률을 오른쪽  
표준정규분포표를 이용하여 구한  
것은? (단, 운전면허 소지자는  
1 종 면허와 2 종 면허 중 하나만  
가지고 있다.) [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.25	0.3944
1.50	0.4332
1.75	0.4599

① 0.6056            ② 0.8276            ③ 0.8944  
④ 0.9332            ⑤ 0.9599



65. 한 개의 주사위를 4번 던질 때, 나온 모든 눈의 수의 곱이 4의 배수일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{29}{48}$       ②  $\frac{31}{48}$       ③  $\frac{11}{16}$       ④  $\frac{35}{48}$       ⑤  $\frac{37}{48}$

66. 어느 학교 전체 학생 100명은 중국어와 일본어 중 어느 한 과목만 수업을 받고, 물리와 화학 중 어느 한 과목만 수업을 받는다고 한다. 중국어 수업을 받는 학생의 수는 64명이고, 물리 수업을 받는 학생 중 일본어 수업을 받는 학생의 수는 27명이다. 이 학교의 학생 중에서 임의로 택한 1명의 학생이 물리 수업을 받는 사건을  $A$ 라 하고, 중국어 수업을 받는 사건을  $B$ 라 하자. 두 사건  $A$ 와  $B$ 가 서로 독립일 때, 이 학교의 학생 중에서 화학 수업을 받는 학생의 수는? [3점]

- ① 15      ② 20      ③ 25      ④ 30      ⑤ 35

67. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 집합  $B$ 를

$$B = \{a \times b \times c \mid a \in A, b \in A, c \in A\}$$

라 하자. 집합  $B$ 의 원소의 개수는? [4점]

- ① 26      ② 28      ③ 30      ④ 32      ⑤ 34

68. 다항식  $\left(2x^2 - \frac{1}{4}\right)^8$ 의 전개식에서 계수가 정수인 항의 개수는? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

69. 광역버스에는 제한 속도 이상으로 운행할 경우 경고음이 울리는 과속 방지 장치가 있다.

광역버스 A의 과속 방지 장치에서 하루 동안 경고음이 울린 시간은 정규분포  $N(90, 10^2)$ 을 따르고, 광역버스 B의 과속 방지 장치에서 하루 동안 경고음이 울린 시간은 정규분포  $N(80, 15^2)$ 을 따른다고 한다.

광역버스 A의 과속 방지 장치에서 하루 동안 경고음이 울린 시간이  $t$  이상일 확률과 광역버스 B의 과속 방지 장치에서 하루 동안 경고음이 울린 시간이  $t$  이하일 확률이 같을 때,  $t$ 의 값을 구하시오. (단, 시간의 단위는 초이다.) [4점]

70. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(4, p)$ 를 따르고

$E(X^2) = 3p + 1$  일 때,  $V(10X)$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < p < 1$ )

[3점]

71. 주사위를 던져서 나오는 눈의 수가 3의 배수이면 1개의 동전을 1번 던지고, 그렇지 않으면 1개의 동전을 2번 던질 때, 앞면이 나오는 횟수를 확률변수  $X$ 라 하자.  $E(X)$ 의 값은? [4점]

①  $\frac{7}{12}$

②  $\frac{2}{3}$

③  $\frac{3}{4}$

④  $\frac{5}{6}$

⑤  $\frac{11}{12}$

72. 주머니 안에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 카드가 각각 3장씩 총 12장의 카드가 있다. 주머니에서 4장의 카드를 임의로 뽑아서 만들 수 있는 서로 다른 네 자리 자연수의 개수는? [3점]

① 240

② 244

③ 248

④ 252

⑤ 256

73. 좌표평면에서  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점을 선택한다.  
선택된 점이 원  $x^2+y^2=25$  위의 점일 때, 그 점의  $x$ 좌표가  
3일 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p^2+q^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는  
서로소인 자연수이다.) [4점]

74. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고

$$P(A)+P(B)=\frac{6}{5}, \quad \frac{1}{P(A)}+\frac{1}{P(B)}=\frac{24}{5}$$

일 때,  $P(A\cup B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{3}{4}$
- ②  $\frac{4}{5}$
- ③  $\frac{17}{20}$
- ④  $\frac{9}{10}$
- ⑤  $\frac{19}{20}$

75. 어느 고등학교에서 지하철을 타고 등교하는 학생의 비율을 알아보기로 하였다. 어느 날 이 학교 학생 중에서 108명을 임의추출하여 얻은 지하철을 타고 등교하는 학생의 표본비율을 이용하여 구한 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $0.25 - c \leq p \leq 0.25 + c$ 이고, 같은 모집단에서  $n$ 명을 임의추출하여 얻은 지하철을 타고 등교하는 학생의 표본비율을 이용하여 구한 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $0.5 - c \leq p \leq 0.5 + c$ 이다.  $n$ 의 값을 구하시오. [4점]

76. 닫힌 구간  $[0, 3]$ 에서 정의된 확률변수  $X$ 의 확률밀도함수가 연속이다.  $0 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$P(x \leq X \leq x+1) = k(x+1)$$

일 때,  $P\left(\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{5}{2}\right)$ 의 값은? (단,  $k$ 는 상수이다.) [4점]

- ①  $\frac{7}{12}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④  $\frac{5}{6}$       ⑤  $\frac{11}{12}$

77. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수  $x, y, z, w$ 의 모든 순서쌍  $(x, y, z, w)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $x+y+z+w=10$   
(나)  $(x+y)(z+w)$ 는 홀수이다.

78. 주사위를 두 번 던져 나온 눈의 수를 차례로  $a, b$ 라 할 때, 방정식  $x^2+2ax+b=0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 확률변수  $X$ 라 하자.  $E(9X)$ 의 값은? [4점]

- ① 10            ② 11            ③ 12            ④ 13            ⑤ 14

79. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(n, p)$ 를 따르고,

$$E(4X) = V(4X), \quad P(X=0) = \frac{1}{2^8}$$

일 때,  $E(X^2)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{39}{4}$       ②  $\frac{37}{4}$       ③  $\frac{35}{4}$       ④  $\frac{33}{4}$       ⑤  $\frac{31}{4}$

80. 두 사건  $A, B$ 가 서로 독립이고,

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3}, \quad \{P(A)\}^2 + \{P(B)\}^2 = \frac{25}{36}$$

일 때,  $P(A \cup B)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{7}{12}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{3}{4}$       ⑤  $\frac{5}{6}$



81. 한 개의 동전을 한 번 던지는 시행을 5번 반복한다.  
 $n$  번째 시행에서 앞면이 나오면  $2^n$  원을 받기로 할 때,  
한 개의 동전을 한 번 던지는 시행을 5번 반복하여 24원  
이상을 받게 될 확률은  $\frac{q}{p}$  이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

82. 어떤 화폐의 현재 환율을  $c$ , 시장불안정성 지표를  $k$ ,  
거래량을  $p$ 라 할 때, 이 화폐의 일주일 후의 환율은 평균이  
 $c$ 이고 분산이  $c^2k^{\frac{4}{3}}p^{-1}$ 인 정규분포를 따른다고 한다.  
화폐 A의 환율이 일주일 후 3% 이상 상승할 확률이  
 $P(Z \geq 1)$ 이다. 화폐 B의 시장불안정성 지표는 화폐 A의  
시장불안정성 지표의 8배이고, 화폐 B의 거래량은 화폐 A의  
거래량의 36배라 하자. 화폐 B의 환율이 일주일 후  $a\%$  이상  
상승할 확률이  $P(Z \geq 2)$ 일 때,  $a$ 의 값은? [4점]

- ① 4                      ② 5                      ③ 6                      ④ 7                      ⑤ 8

83. 종류별로 그릇이 10개 이상 있는 네 종류의 그릇 중에서 10개를 선택하려고 한다. 두 종류의 그릇은 각각 홀수개만큼, 나머지 두 종류의 그릇은 각각 짝수개만큼 선택하는 방법의 수는? (단, 0도 짝수이다.) [4점]

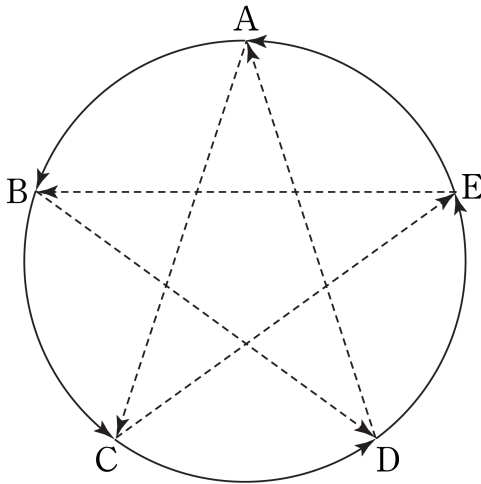
① 153      ② 171      ③ 190      ④ 210      ⑤ 231

84. 그림과 같이 A, B, C, D, E가 정오각형 모양으로 둘러서서 공놀이를 하고 있다. 공을 잡은 사람이 다른 사람에게 공을 던질 때

→ 방향으로 던질 확률이  $\frac{2}{3}$

---> 방향으로 던질 확률이  $\frac{1}{3}$

이다. A가 처음에 공을 잡은 상태로 공놀이가 시작되어 A에게 공이 되돌아오면 공놀이가 끝난다고 할 때, 6번 공을 던지고 나서 공놀이가 끝날 확률은? [4점]



- ①  $\frac{8}{243}$       ②  $\frac{4}{81}$       ③  $\frac{16}{243}$       ④  $\frac{5}{81}$       ⑤  $\frac{20}{243}$

85. 흰 공 2개, 노란 공 2개, 파란 공 2개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 순서대로 임의의 공을 3개씩 순서대로 뽑았더니 같은 색깔의 공이 연속해서 나오지 않았다. 남은 3개의 공을 순서대로 하나씩 뽑을 때, 같은 색깔의 공이 연속해서 나오지 않을 확률을  $\frac{b}{a}$  라 하자.  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 와  $b$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

86. 주사위를 두 번 던져 나오는 눈의 수를 차례로  $m, n$ 이라 하자. 함수  $f(x)=x(x^m+x^n)$ 의 극값의 개수를 확률변수  $X$ 라 할 때,  $E(60X)$ 의 값을 구하시오. [4점]

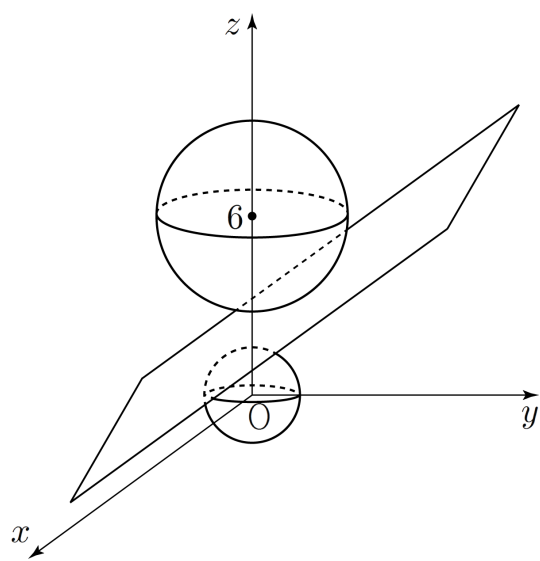
기하와 벡터

87. 그림과 같이 좌표공간에서 점  $(0, 0, 2)$ 를 지나고  $xy$ 평면과 이루는 각의 크기가  $30^\circ$ 인 평면이 두 구

$$x^2 + y^2 + z^2 = a, \quad x^2 + y^2 + (z - 6)^2 = b$$

에 모두 접할 때,  $a + b$ 의 값은? [4점]

- ① 9      ② 12      ③ 15      ④ 18      ⑤ 21



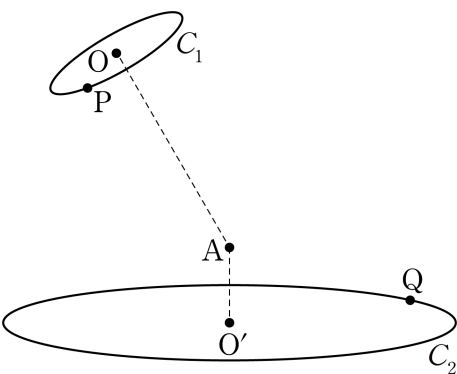
88. 중심이 각각  $O, O'$ 이고 반지름의 길이가 각각 1, 3인 두 원  $C_1, C_2$ 에 대하여 점  $O$ 를 지나고 원  $C_1$ 을 포함하는 평면과 수직인 직선을  $l$ 이라 하고, 점  $O'$ 을 지나고 원  $C_2$ 를 포함하는 평면과 수직인 직선을  $m$ 이라 하자.  $l$ 과  $m$ 은 한 점  $A$ 에서 만나고

$$\overline{OA} = 3, \quad \overline{O'A} = 1, \quad \cos \angle OAO' = -\frac{4}{5}$$

일 때, 원  $C_1$  위의 점  $P$ 와 원  $C_2$  위의 점  $Q$ 에 대하여

$\cos \angle PAQ$ 의 최솟값이  $-\frac{q}{p}$ 이다.  $p + q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



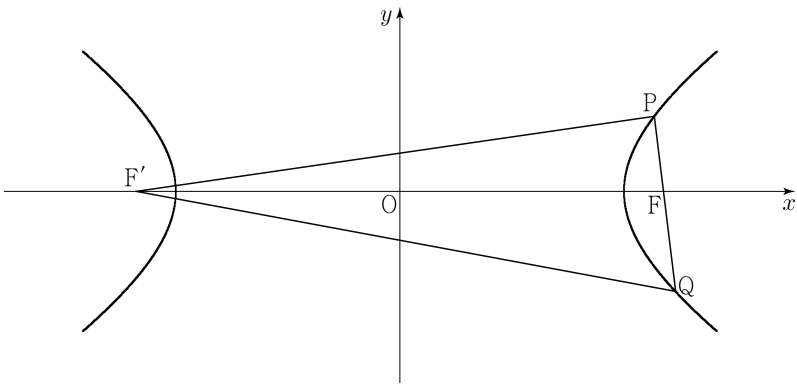
89. 반지름의 길이가 1이고 중심이 점  $O$ 인 구에 대하여  
 무게중심이 점  $O$ 이고 구에 내접하는 정삼각형  $ABC$ 가 있다.  
 구 위의 점  $P$ 에 대하여

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{OP} = 0, \quad \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = \frac{3}{4}$$

일 때,  $|\overrightarrow{AP}|^2$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{5}{4}$
- ②  $\frac{3}{2}$
- ③  $\frac{7}{4}$
- ④  $\frac{9}{4}$
- ⑤  $\frac{5}{2}$

90. 주축의 길이가  $6\sqrt{2}$ 이고, 두 점  $F(5, 0)$ ,  $F'(-5, 0)$ 을  
 초점으로 하는 쌍곡선 위의 점 중 제 1사분면 위의 점을  
 $P$ 라 하자. 원점  $O$ 에 대하여  $\overline{OF} = \overline{OP}$ 이고, 두 점  $P$ ,  $F$ 를  
 지나는 직선이 점  $P$ 가 아닌 점  $Q$ 에서 쌍곡선과 만날 때,  
 삼각형  $F'PQ$ 의 넓이를  $S$ 라 하자.  $5S$ 의 값을 구하시오. [4점]



91. 좌표공간에서  $\overline{AB}=\overline{AC}=1$  인 직각이등변삼각형 ABC의 두 평면

$\alpha: x=0, \quad \beta: y+z=0$

위로의 정사영이 모두 선분이 되고, 두 선분의 길이를 각각  $l_1, l_2$  ( $l_1>l_2$ )라 할 때,  $l_1+l_2=\sqrt{5}$  이다. 선분 BC의 방향벡터를  $(1, a, b)$ 라 할 때,  $10ab$ 의 값을 구하시오. [4점]

92. 좌표평면 위에 두 영역

$S=\{(x, y) \mid x^2+4y^2 \leq 16\}, \quad T=\{(x, y) \mid x^2+y^2 \geq 13\}$

에 대하여 영역  $S \cap T$ 가 영역

$\{(x, y) \mid \log_2|mx|-y \geq 0\}$

에 포함되도록 하는 양수  $m$ 의 최솟값은? [4점]

- ①  $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- ②  $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ③  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ④  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

93. 타원  $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{3}=1$ 의 한 초점 F를 지나는 직선이  
타원과 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하자.  
 $\overline{PF}=\sqrt{2}$  일 때,  $\overline{QF}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

②  $\frac{\sqrt{3}}{4}$

③  $\frac{2\sqrt{2}}{5}$

④  $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

⑤  $\frac{3\sqrt{2}}{5}$

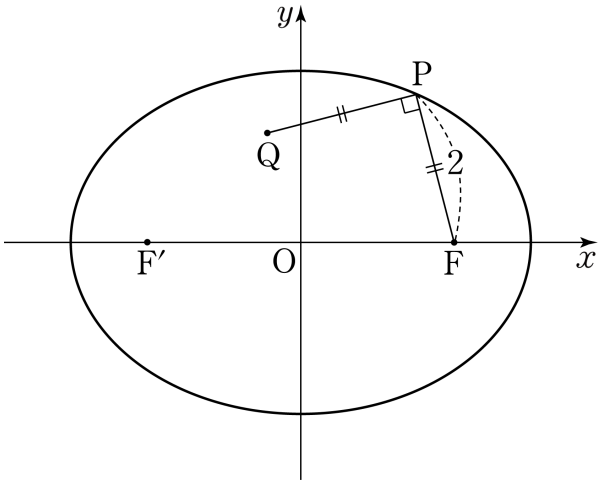
94. 직선  $y=mx+n$ 이 두 포물선  $y^2=4x$ ,  $y=-x^2$ 에  
모두 접할 때,  $m^3+8n^3$ 의 값을 구하시오. [4점]

95. 좌표평면에서 타원  $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ 의 두 초점 F, F' 과 이 타원 위의 점 P에 대하여 타원 내부의 점 Q를

$\overline{PF}=\overline{PQ}=2, \quad \angle FPQ=90^\circ$

가 되도록 잡을 때, 삼각형 PQF'의 넓이는? [3점]

- ①  $\frac{2}{3}$       ② 1      ③  $\frac{4}{3}$       ④  $\frac{5}{3}$       ⑤ 2



96. 좌표공간에서  $y$  축과 평행하고 점  $(0, 0, 2)$ 를 지나는 평면이 구  $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$ 와 한 점에서 만날 때, 원점과 이 평면 사이의 거리를  $d$ 라 하자.  $100d$ 의 값을 구하시오. [3점]



97. 좌표공간 위의 점  $P(3, 2, 1)$ 에서  $x$ 축,  $y$ 축,  $z$ 축에 내린 수선의 발이 각각  $A, B, C$ 이다. 삼각형  $ABC$ 의 둘레 위의 점  $Q$ 에 대하여 선분  $PQ$ 의 길이의 최솟값은  $a$ 이다.  $13a^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

98. 그림과 같이 평면  $\alpha$  위에 있는 직각이등변삼각형  $ABC$ 와 평면  $\alpha$  위에 있지 않은 직각이등변삼각형  $DEF$ 에 대하여 점  $D$ 에서 평면  $\alpha$  위에 내린 수선의 발이 점  $A$ 이고,

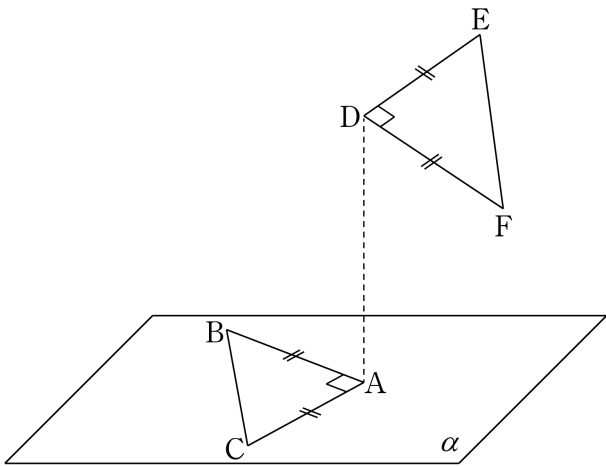
$$\overline{BC} = \overline{EF} = \sqrt{2}, \quad \angle A = \angle D = 90^\circ$$

이다. 두 점  $E, F$ 에서 평면  $\alpha$  위에 내린 수선의 발을 각각 점  $P, Q$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\angle QAC = 90^\circ$   
 (나) 삼각형  $APQ$ 는 정삼각형이고, 삼각형  $ABC$ 와 점  $A$ 에서만 만난다.

$$\overrightarrow{BQ} \cdot \overrightarrow{CE} = \frac{p + \sqrt{q}}{6} \text{ 일 때, } p^2 + q^2 \text{의 값을 구하시오.}$$

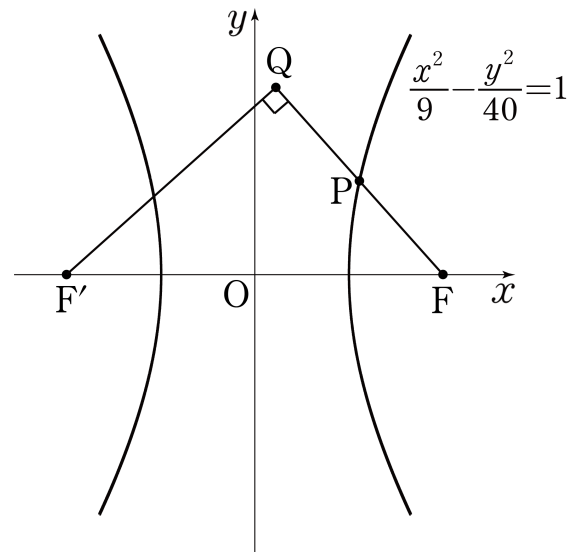
(단,  $p$ 와  $q$ 는 유리수이다.) [4점]



99. 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$  ( $a > 2$ )의 장축의 길이를  $f(a)$ , 두 초점 사이의 거리를  $g(a)$ 라 하자.  $2f(a) - g(a)$ 의 최솟값은? [3점]

- ①  $2\sqrt{6}$                       ②  $3\sqrt{3}$                       ③  $3\sqrt{5}$   
 ④  $4\sqrt{3}$                       ⑤  $5\sqrt{2}$

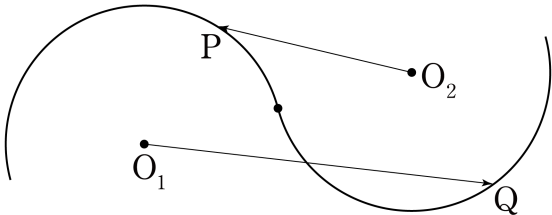
100. 그림과 같이 쌍곡선  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{40} = 1$ 의 두 초점 F, F'과 쌍곡선 위의 점 P에 대하여 두 점 F, P를 지나는 직선 위의 점 Q가  $\overline{PQ} = \overline{PF}$ ,  $\angle FQF' = 90^\circ$ 를 만족시킨다. 선분 PF의 길이는? [3점]



- ①  $\frac{9}{2}$                       ② 5                      ③  $\frac{11}{2}$                       ④ 6                      ⑤  $\frac{13}{2}$

101. 포물선  $y = x^2 + ax + b$ 의 준선의 방정식이  $y = -1$ 이고 초점의  $x$ 좌표가  $-2$ 일 때,  $a + 4b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]
- ① 17      ② 18      ③ 19      ④ 20      ⑤ 21

102. 반지름의 길이가 1이고 중심이 각각  $O_1, O_2$ 인 두 반원이 오직 반원의 둘레의 한 끝점에서만 만나고, 그 점을 중심으로 점대칭이다. 중심이  $O_1$ 인 반원 위의 점  $P$ 와 중심이  $O_2$ 인 반원 위의 점  $Q$ 에 대하여  $|\overrightarrow{O_1Q} + \overrightarrow{O_2P}| = 1$ 일 때,  $|\overrightarrow{O_1Q} \cdot \overrightarrow{O_2P}|$ 의 최솟값은? [4점]



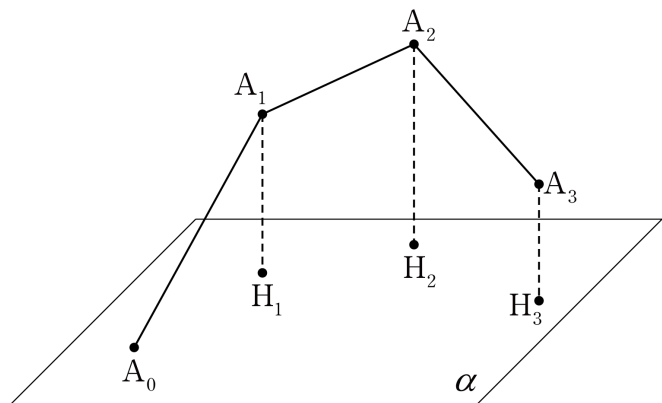
- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{3}{2}$       ③  $\frac{5}{2}$       ④  $\frac{7}{2}$       ⑤  $\frac{9}{2}$

103. 그림과 같이 평면  $\alpha$  위의 점  $A_0$ 와 세 점  $A_1, A_2, A_3$ 가 있다.  
세 점  $A_1, A_2, A_3$ 에서 평면  $\alpha$ 에 내린 수선의 발을 각각  $H_1, H_2, H_3$ 라 할 때,

$$\begin{aligned} \overline{A_0A_1} &= 8, & \overline{A_1A_2} &= 7, & \overline{A_2A_3} &= 10 \\ \overline{A_1H_1} &= 4, & \overline{A_2H_2} &= 5, & \overline{A_3H_3} &= 3 \end{aligned}$$

이다. 선분  $A_0A_3$ 의 길이가 최소일 때, 삼각형  $A_1A_2A_3$ 를 포함하는 평면과 평면  $\alpha$ 가 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 하자.

$25\cos^2\theta$ 의 값을 구하시오. (단,  $\angle A_2A_3H_3 > \frac{\pi}{2}$ ) [4점]



104. 좌표공간에서  $xy$ 평면 위의 점  $A$ ,  $yz$ 평면 위의 점  $B$ ,  $zx$ 평면 위의 점  $C$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

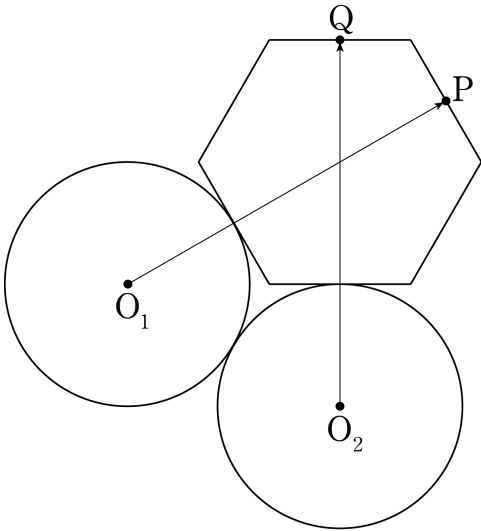
(가)  $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = 4\sqrt{3}$

(나) 삼각형  $ABC$ 의  $xy$ 평면 위로의 정사영에 내접하는 원의 방정식은  $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 이다.

점  $B$ 의  $z$ 좌표를  $a$ 라 하자.  $a^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $a \neq 0$ ) [4점]

105. 두 벡터  $\vec{a}=(1, 2)$ ,  $\vec{b}=(2, 1)$ 에 대하여 두 벡터  $t\vec{a}+\vec{b}$ 와  $\vec{a}+t\vec{b}$ 가 서로 수직이 되도록 하는 모든 실수  $t$ 의 값의 곱은? [3점]
- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

106. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육각형과 반지름의 길이가  $\sqrt{3}$ 이고 중심이 각각  $O_1$ ,  $O_2$ 인 두 원이 동시에 외접한다. 정육각형 위의 두 점 P, Q에 대하여 두 벡터  $\overrightarrow{O_1P}$ ,  $\overrightarrow{O_2Q}$ 의 내적  $\overrightarrow{O_1P} \cdot \overrightarrow{O_2Q}$ 의 최댓값을 구하시오. (단, 정육각형이 원과 두 변의 중점에서 접한다.) [4점]



107. 좌표공간에서 두 점  $A(-2, 0, 0)$ ,  $B(2, 0, 0)$ 을 포함하는  
평면  $y + \sqrt{3}z = 0$  위의 점  $C$ 와 평면  $\sqrt{3}y - z = 0$  위의  
점  $D$ 에 대하여  $\overline{CD} = 4$ 이고 두 삼각형  $ABC$ ,  $ABD$ 의  $xy$ 평면  
위로의 정사영의 넓이가 모두 3이다. 선분  $AB$ 와 선분  $CD$ 가  
이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos^2\theta$ 의 값은? [4점]

①  $\frac{1}{7}$       ②  $\frac{1}{6}$       ③  $\frac{1}{5}$       ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{1}{3}$

108. 좌표평면에서 준선이  $y = 1$ 인 포물선의 초점을  $F$ , 꼭짓점을  
 $Q$ 라 할 때,  $\overline{OF}^2 - \overline{OQ}^2$ 의 최솟값은? (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]

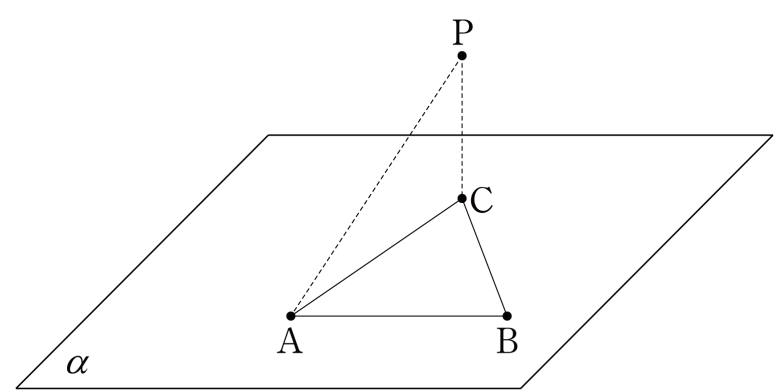
①  $-\frac{1}{3}$       ②  $-\frac{1}{6}$       ③  $-\frac{1}{9}$       ④  $\frac{1}{6}$       ⑤  $\frac{1}{3}$

109. 평면  $\alpha$  위에 있는 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC와 평면  $\alpha$  위에 있지 않은 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\angle ACP = \angle BCP = 90^\circ$   
 (나) 점 P와 선분 AB 사이의 거리가  $\sqrt{7}$ 이다.

삼각형 ACP의 넓이는? [3점]

- ① 1                  ② 2                  ③ 3                  ④ 4                  ⑤ 5



110. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x\sqrt{x} & (0 \leq x \leq 3) \\ \sqrt{r^2 - (x-a)^2} & (3 < x \leq 9) \end{cases}$$

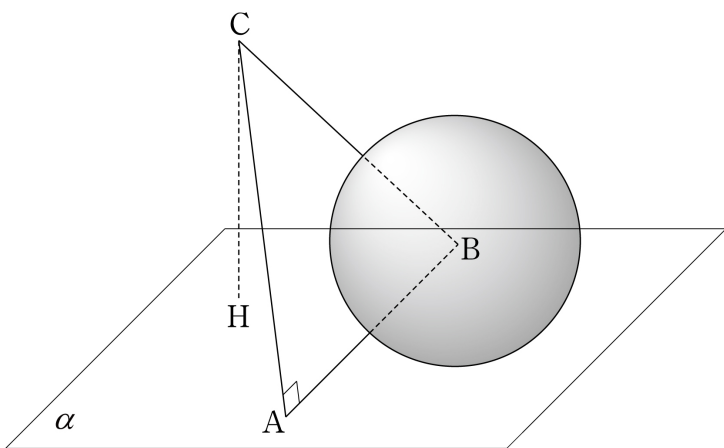
일 때, 곡선  $y=f(x)$ 의  $x=0$ 에서  $x=9$ 까지의 곡선의 길이는?  
 (단,  $a, r$ 은 상수이다.) [4점]

- ①  $\frac{11+4\sqrt{3}\pi}{3}$                   ②  $\frac{11+5\sqrt{3}\pi}{3}$                   ③  $\frac{14+4\sqrt{3}\pi}{3}$   
 ④  $\frac{14+5\sqrt{3}\pi}{3}$                   ⑤  $\frac{17+4\sqrt{3}\pi}{3}$

111. 그림과 같이 선분 AB를 포함하는 평면  $\alpha$  위에 놓여 있는 중심이 O이고 반지름의 길이가  $\sqrt{2}$ 인 구와 점 C가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\overline{AB}=2$ ,  $\overline{AC}=3$ ,  $\angle BAC=90^\circ$   
 (나) 점 C의 평면  $\alpha$  위로의 정사영이 H일 때,  $\overline{CH}=2\sqrt{2}$ 이다.  
 (다) 구가 삼각형 ABC를 포함하는 평면에 접하고, 삼각형의 내부 또는 둘레와 한 점에서 만난다.

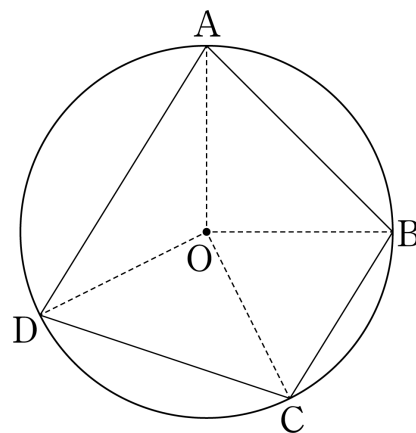
삼각형 OBC의 평면 ABC 위로의 정사영의 넓이가 최대일 때, 평면 OBC와 평면 ABC가 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 하자.  $40\tan^2\theta$ 의 값을 구하시오. (단, 선분 CH와 구는 만나지 않는다.) [4점]



112. 평면에서 중심이 O이고 반지름의 길이가 3인 원에 내접하는 사각형 ABCD가

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OD} = 0, \quad |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = 8$$

을 만족시킬 때, 사각형 ABCD의 넓이를 구하시오. [4점]

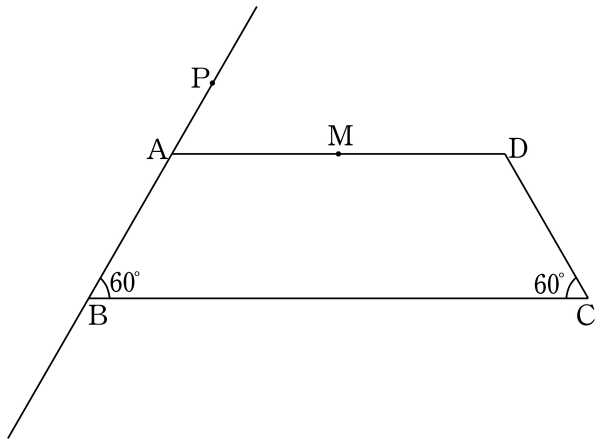




113. 그림과 같이

$\overline{AB} = \overline{CD} = 2, \overline{BC} = 6, \angle ABC = \angle BCD = 60^\circ$

인 등변사다리꼴 ABCD가 있다. 선분 AD의 중점이 M이고 점 P가 두 점 A, B를 지나는 직선 위를 움직일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



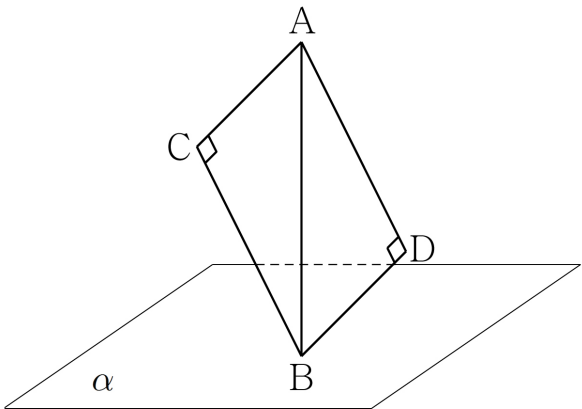
<보 기>

- ㄱ.  $|\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CP}|$ 의 최솟값은 4이다.  
 ㄴ.  $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CP}$ 의 값은 일정하다.  
 ㄷ.  $|\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CP}|$ 의 최솟값은  $2\sqrt{3}$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

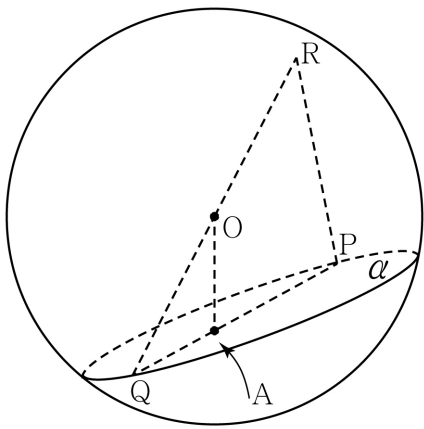
114. 평면  $\alpha$ 와 수직인 선분 AB를 빗변으로 하는

두 직각삼각형 ABC, ABD에 대하여  $\overline{AC} = \overline{BD} = 4$ 이다. 삼각형 BCD의 평면  $\alpha$  위로의 정사영은 넓이가 6인 직각삼각형이다.  $\overline{CD}^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

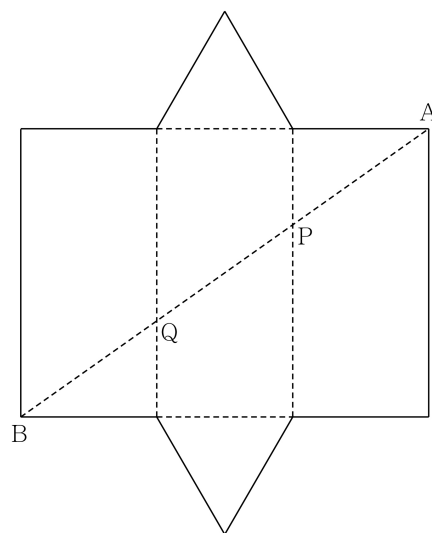


115. 구  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ 와 평면  $\alpha: x + az + \sqrt{10} = 0$ 이 만나서 생기는 원을  $C$ 라 하자.  $x$ 축과 평면  $\alpha$ 가 만나는 점  $A$ 에 대하여 점  $A$ 와의 거리가 최대가 되도록 원  $C$  위에 점  $P$ 를 잡고, 최소가 되도록 원  $C$  위에 점  $Q$ 를 잡는다.

$\overline{AP} : \overline{AQ} = 5 : 3$ 일 때, 점  $Q$ 와 원점  $O$ 를 지나는 직선이 구와 만나는 또다른 점을  $R$ 이라 하자. 삼각형  $PQR$ 의 넓이를 구하시오. [4점]



116. 그림은 한 변의 길이가 2인 정삼각형을 밑면으로 하고, 높이가  $3\sqrt{2}$ 인 정삼각기둥의 전개도이다.



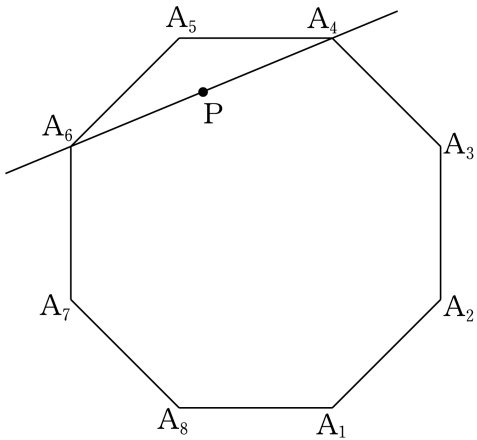
선분  $AB$ 의 삼등분점 중 점  $A$ 에 가까운 점을  $P$ , 점  $B$ 에 가까운 점을  $Q$ 라 하자. 이 전개도로 정삼각기둥을 만들 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 선분  $AQ$ 와 선분  $BQ$ 는 서로 수직이다.
- ㄴ. 삼각형  $BPQ$ 의 넓이는 3이다.
- ㄷ. 평면  $APQ$ 와 평면  $BPQ$ 는 서로 수직이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

117. 그림과 같이  $\overline{A_1A_5}=4$ 인 정팔각형이 있다. 점 P가 점  $A_4$ 와  $A_6$ 을 지나는 직선 위를 움직일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



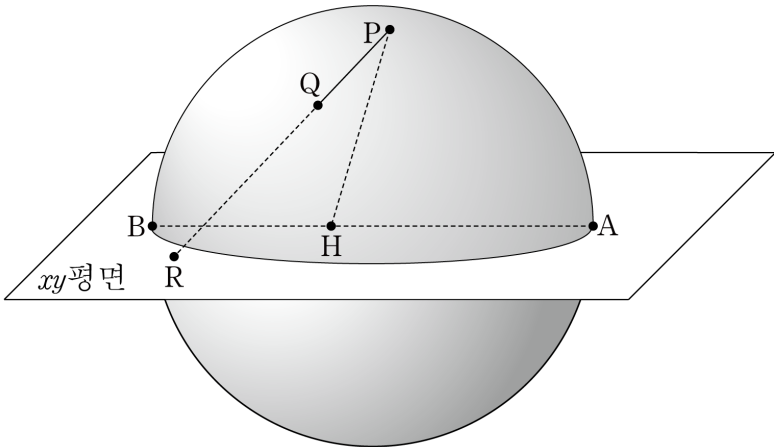
- <보 기>
- ㄱ.  $|\overrightarrow{A_2P}|$ 의 최솟값은  $2\sqrt{2}$ 이다.
  - ㄴ.  $\overrightarrow{A_1P} \cdot \overrightarrow{A_1A_5}$ 의 값은 일정하다.
  - ㄷ.  $|\overrightarrow{A_1P} + \overrightarrow{A_7A_5}|$ 의 최솟값은  $4 + \sqrt{2}$ 이다.

- ① ㄱ
 ② ㄷ
 ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

118. 좌표공간에서 구  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 과 두 점  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(-1, 0, 0)$ 에 대하여 구  $S$  위의 두 점 P, Q를  $\overline{AP} = \overline{AQ}$ 가 되도록 잡는다. 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 점 H라 하자. 세 점 A, P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $|\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ}| = \sqrt{10}$ ,  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} = 2$
- (나)  $xy$ 평면과 직선 PQ가 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\sin\theta = \frac{1}{3}$ 이다.

$xy$ 평면과 직선 PQ가 만나는 점 R에 대하여 삼각형 BHR의 넓이를  $k$ 라 하자.  $80k$ 의 값을 구하시오. [4점]



119. 좌표공간에서 구  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 18$  과 평면  $\alpha: 2x - y + 7z = 0$  에 대하여 평면  $\alpha$  위의 점  $A(4, 1, -1)$  와 구  $S$  위의 두 점  $P, Q$  가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점  $P$  는  $xz$ 평면 위에, 점  $Q$  는 평면  $\alpha$  위에 있다.  
(나) 평면  $OAP$  와 평면  $\alpha$  는 서로 수직이다.

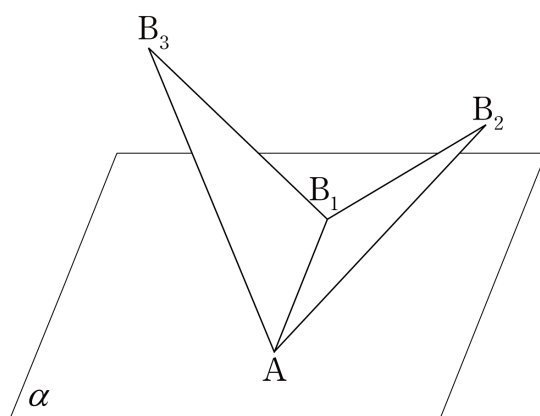
사면체  $OAPQ$  의 부피가 최댓값  $M$  을 갖도록 하는 점  $Q$  에 대하여 두 평면  $OPQ$  와  $\alpha$  가 이루는 각의 크기가  $\theta$  이다.

$\left(\frac{M}{\cos\theta}\right)^2$  의 값을 구하시오. (단, 점  $O$  는 원점이다.) [4점]

120. 좌표공간에서 네 점  $A, B_1, B_2, B_3$  이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\angle AB_1B_2 = 90^\circ$ ,  $\overline{AB_k} = 2\sqrt{k}$  ( $k = 1, 2, 3$ )  
(나) 점  $B_3$  의 평면  $AB_1B_2$  위로의 정사영은 선분  $B_1B_2$  의 중점이다.

선분  $AB_1$  을 포함하는 평면  $\alpha$  에 대하여 삼각형  $AB_2B_3$  의 평면  $\alpha$  위로의 정사영의 넓이가 최대일 때, 평면  $AB_2B_3$  과 평면  $\alpha$  가 이루는 각의 크기를  $\theta$  라 하자.  $60\cos^2\theta$  의 값을 구하시오. [4점]



\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.