

가 형

수리 영역

성명		수험 번호									
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1. $\log_2 16 + \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{16}$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

2. 두 행렬 A, B 에 대하여, $A+B=2E$, $2A-B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

을 만족시킬 때, 행렬 A^2+AB 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} (xe^{\frac{1}{x}} - x)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{e}$ ② 1 ③ \sqrt{e} ④ e ⑤ e^2

4. 좌표평면 위에 원점 O 를 시점 하고 평행하지 않은 서로 다른 두 벡터 \vec{OP}, \vec{OQ} 가 있다. 두 벡터의 종점 P, Q 가 일차변환 $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 의해 옮겨진 점을 각각 P', Q' 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ	$ \vec{OP} - \vec{OQ} = \vec{OP}' - \vec{OQ}' $
ㄴ	$ \vec{OP} - \vec{OP}' = \vec{OP} + \vec{OP}' $
ㄷ	$\vec{OP} \cdot \vec{OQ} = \vec{OP}' \cdot \vec{OQ}'$ 이면 \vec{OP}' 와 $\vec{OQ} + \vec{OQ}'$ 는 서로 평행하다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 초점을 F 라 하자. 점 Q 가 이 포물선 위의 모든 점을 지날 때, 벡터 $\frac{\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OQ}}{|\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OQ}|} = \overrightarrow{OA}$ 의 종점 A 가 나타내는 도형의 길이는? [3점]

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

6. 집합 S, T 를 다음과 같이 정의한다.

$$S = \{x \mid \text{무한등비수열 } \{(-\frac{x-a}{4})^n\} \text{이 수렴한다.}\}$$

$$T = \{x \mid \frac{x-b}{x-3a} \leq 0\}$$

$S = T$ 가 되도록 하는 상수 a, b 에 대하여, $a - b$ 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

7. $0 < x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $\sin 2x + \cos 2x = 2\sin x + 1$ 을 만족시키는 서로 다른 모든 x 의 값의 합은? [3점]

- ① $\frac{5}{4}\pi$ ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ $\frac{7}{4}\pi$ ④ 2π ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

8. 실수 전체의 집합에서 미분 가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{x} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+g(x)}{x} = -1$$

을 만족시킬 때, 함수 $y = f(x)g(x)$ 의 $x = 0$ 에서의 미분계수는? [3점]

- ① -7 ② -5 ③ -3 ④ -1 ⑤ 1

9. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 의 극솟값 t 에 대하여, 방정식

$$|f(x)| = \sqrt{4 - f(x)} + 2$$

의 서로 다른 실근의 개수를 함수 $g(t)$ 라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

- ㄱ $\lim_{t \rightarrow 3-0} g(t) = g(3)$
- ㄴ 함수 $g(t)$ 가 불연속인 점은 2개이다.
- ㄷ 함수 $g(g(t))$ 가 불연속인 점은 1개이다.

- ① ㄴ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 재수(再修)에 성공할 확률과 비례하는 재수성공지수 P 는 하루 중, 오르비스유티무스에 접속하는 평균시간 T 와, 공부를 시작하는 달 M 을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P = 45 + \frac{45 \log(\sin T\pi + 1.5)}{M}$$

(단, $0 \leq T \leq \frac{3}{2}$, $1 \leq M \leq 10$)

1월부터 공부를 시작하면서 오르비스유티무스에 하루 평균 1시간 30분씩 접속하는 재수생 A 와, 5월부터 공부를 시작하면서 오르비스유티무스에 하루 평균 30분씩 접속하는 재수생 B 에 대하여, 재수성공지수 P 는 B 가 A 보다 a 점 더 높다. a 는?
(단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.) [3점]

- ① 16.2
- ② 17.1
- ③ 18
- ④ 18.9
- ⑤ 19.8

11. 확률변수 X 의 확률분포표는 다음 조건을 만족시킨다.

X	X_1	X_2	X_3	계
$P(X=x)$	p_1	p_2	p_3	1

(가) 확률변수 X_1, X_2, X_3 은 차례대로 등비가 r 인 등비수열을, 확률 p_1, p_2, p_3 은 차례대로 각각 등차가 r 인 등차수열을 이룬다.

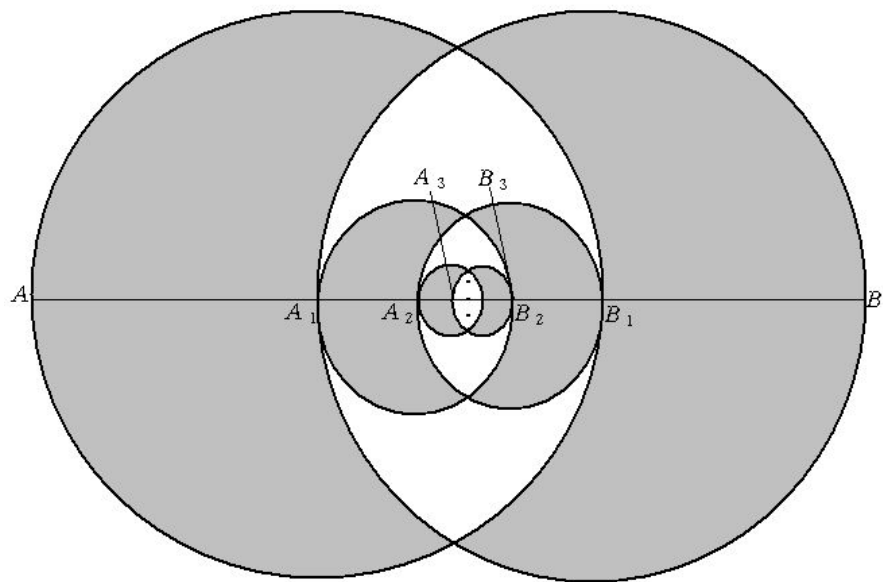
(나) $X_2 = 18p_2$

(다) 이 모집단에서 크기가 2인 표본을 복원추출 하여 구한 표본평균 \bar{X} 에 대하여, 0이 아닌 $P(\bar{X} = 1)$ 의 값이 존재한다.

$P(\bar{X} = 1)$ 은? [4점]

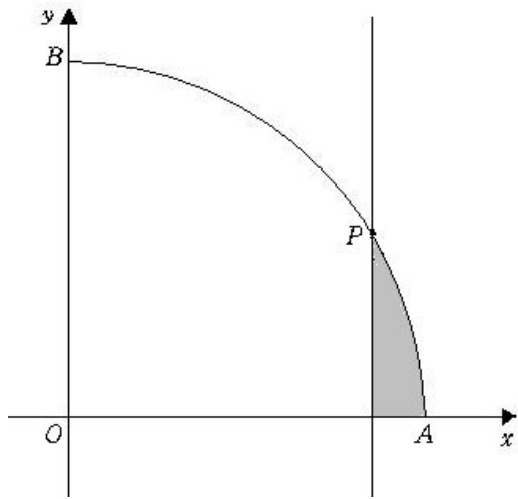
- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

12. 그림과 같이 길이가 3인 선분 AB 가 있다. 선분 AB 의 삼등분점 A_1, B_1 을 중심으로 하고 선분 A_1B_1 을 반지름으로 하는 두 원이 서로 만나는 영역을 제외한 부분의 넓이를 S_1 이라 하자. 선분 A_1B_1 의 삼등분점 A_2, B_2 을 중심으로 하고 선분 A_2B_2 을 반지름으로 하는 두 원이 서로 만나는 영역을 제외한 부분의 넓이를 S_2 이라 하자. 선분 A_2B_2 의 삼등분점 A_3, B_3 을 중심으로 하고 선분 A_3B_3 을 반지름으로 하는 두 원이 서로 만나는 영역을 제외한 부분의 넓이를 S_1 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 넓이 S_n 에 대하여 $\sum_{k=1}^{\infty} S_k$ 의 값은? [4점]



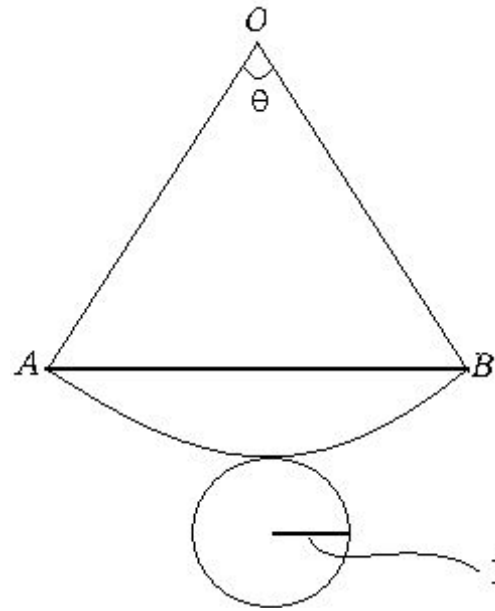
- ① $\frac{3}{4}\pi + \frac{9}{16}\sqrt{3}$ ② $\frac{3}{4}\pi + \frac{9}{8}\sqrt{3}$
 ③ $\frac{3}{4}\pi + \frac{9}{4}\sqrt{3}$ ④ $\frac{3}{2}\pi + \frac{9}{16}\sqrt{3}$
 ⑤ $\frac{3}{2}\pi + \frac{9}{8}\sqrt{3}$

13. 좌표평면 위에 그림과 같이 중심각의 크기가 90° 이고 반지름의 길이가 2인 부채꼴 OAB 가 있다. 점 P 가 점 A 를 출발하여 호 AB 를 따라 매초 1의 일정한 속력으로 움직일 때 $\angle AOP=30^\circ$ 가 되는 순간 호 AB 와, x 축 및 y 축과 평행하고 점 P 를 지나는 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 하자. S 의 시간(초)에 대한 순간 변화율은? [3점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

14. 그림은 반지름의 길이가 1인 원을 밑면으로 하는 직원뿔의 전개도를 나타낸 것이다. 전개도를 접으면 점 O 는 꼭짓점이, 점 A, B 는 밑면의 원주 위에서 같은 점이 된다. 이 때, $\angle AOB=\theta$ 에 대한 전개도 위의 선분 AB 의 길이를 $l(\theta)$ 이라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0} l(\theta)$ 는? [3점]



- ① 1 ② $\frac{\pi}{2}$ ③ 2 ④ π ⑤ 2π

19. 극소점이 원점 O 인 함수

$$f(x) = \frac{(x-a)}{(x-a)^2+1} + b \text{에 대하여,}$$

정적분 $\int_0^2 f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

20. 다음 표는 과속 탐지 카메라가 설치되어있는 고속도로 어느 지점을 통과하는 차량들의 평균 속도 및 표준편차를 주행 방향에 따라 나타낸 것이다.

주행 방향	평균속력	표준편차
상행	96km/h	12km/h
하행	94km/h	10km/h

이 지점을 지나는 차량의 순간 속력이 120km/h 이상인 경우에 과속 탐지 카메라가 작동한다. 상행선 위에서 달리던 차량 A, B 와 하행선 위에서 달리던 차량 C, D 가 과속 탐지 카메라가 설치되어있는 지점을 동시에 통과하는 순간 과속 탐지 카메라가 2회 작동하였다. 이 때, 단속된 차량이 모두 상행선 위에서 달리던 차량이었을 확률은?

(단, $P(0 \leq z \leq 2) = 0.48$, $P(0 \leq z \leq 2.6) = 0.495$ 이다.) [4점]

- ① $\frac{4}{23}$ ② $\frac{8}{23}$ ③ $\frac{4}{33}$ ④ $\frac{8}{33}$ ⑤ $\frac{16}{33}$

21. 어떤 한 시행에서 일어날 수학적 확률이 p 인 사건 A 가 n 번의 독립시행에서 일어나는 횟수를 확률변수 X 라 하자. 이 때, h 에 대한 함수 $f(h)$ 는 다음과 같다.

$$f(h) = \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{X}{n} - p\right| \leq h\right)$$

$E(X) = 1$ 일 때, $f(0) + \lim_{h \rightarrow +0} f(h)$ 의 값은? [4점]

- ① $1 + \frac{1}{e}$ ② $2 - \frac{1}{e}$ ③ \sqrt{e}
 ④ $e - 1$ ⑤ $1 + \frac{\sqrt{e}}{2}$

단답형

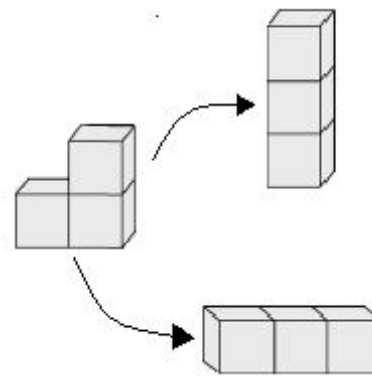
22. 함수 $f(x) = \ln(xe^{8x^2})$ 의 변곡점 P 에 접하는 직선의 기울기를 구하시오. [3점]

23. 좌표공간의 두 점 $A(1, -2, 3), B(a, b, 6)$ 을 1:2로 내분하는 점 P 가 직선 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{3}$ 위에 있을 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. $x=3$ 에서 $x=6$ 까지 곡선 $y = \frac{2}{3}(x^2+1)^{\frac{3}{2}}$ 의 길이를 구하시오. [3점]

25. 평면 α 위에 $\angle A = 90^\circ$ 이고 넓이가 18인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. 평면 α 밖의 한 점 P 에서 평면 α 에 내린 수선의 발이 점 A 이고, 점 P 에서 직선 BC 까지의 거리가 $3\sqrt{6}$ 일 때, 사면체 $P-ABC$ 의 부피를 구하시오. [3점]

26. 자연수 n 에 대하여 크기가 같은 정육면체 모양의 블록이 1열에 1개, 2열에 2개, 3열에 3개... n 열에 n 개 쌓여있다. 모든 열에 쌓여있는 블록의 개수가 같아지도록 최소의 블록만을 이동시킬 때, 이동하지 않는 블록의 개수를 a_n 이라 하자. 예를 들어, $n=2$ 일 때 1열 1층에 있는 블록을 2열의 2층 블록 위에 옮겨서 모든 열이 3층이 되도록 옮기기거나, 2열의 2층에 있는 블록을 1열 혹은 2열 1층 블록 옆에 옮겨서 모든 열이 1층이 되게 하는 경우로서, 이 때 2개의 블록은 그대로 둔 채 1개만 옮기면 되므로 $a_2=2$ 이고, 마찬가지로 $a_3=5, a_4=7$ 이 된다.



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n+2} - a_{2n+1}}{a_{2n+1} - a_{2n}} = a$$

일 때, $100a$ 의 값을 구하시오. [4점]

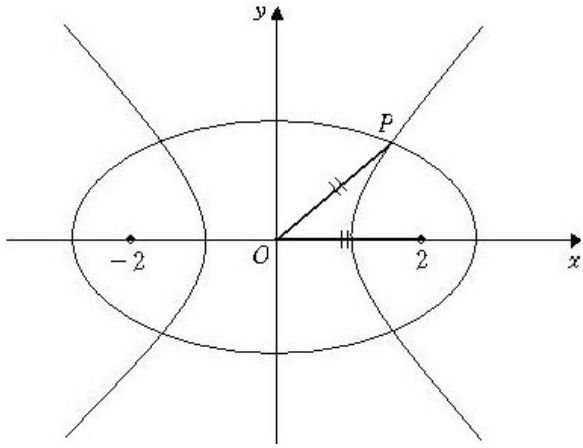
27. 좌표평면에서 초점 $F(-2, 0)$, $F(2, 0)$ 을 공유하는 쌍곡선

$$x^2 - \frac{y^2}{3} = 1 \text{과 타원 } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{이 1사분면에서 만나는}$$

점 P 에 대하여, $\overline{OP} = \overline{OF'}$ 가 성립한다. 타원

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{의 단축의 길이가 } l \text{일 때, } l^2 \text{의 값을 구하시오.}$$

[4점]



28. 공비가 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ 인 두 등비수열 a_n, b_n 에 대하여

$$\frac{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{b_k}{a_k}}{\sum_{k=1}^{\infty} a_k b_k} \cdot (a_2)^2 = \frac{q}{p} \text{이다. } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 연속확률 변수 X 의 확률밀도함수 $f(x) (-a \leq x \leq a)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-x) = f(x)$

(나) 곡선 $y = x^2 f(2x)$ 와 세 직선 x 축, y 축, $x = \frac{a}{2}$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는 25이다.

확률변수 X 의 표준편차 $\sigma(X)$ 를 구하시오. [4점]

30. 좌표공간에서 $x^2 + y^2 = 1$ 인 원 C 를 밑면으로 하고 높이가 6인 원기둥이 평면 $x + y + z = 2\sqrt{2}$ 와 만나서 생기는 단면을 C' 라 하자. 원 C 위의 점 P 와 단면 C' 위의 점 Q 에 대하여, \overline{PQ} 의 최댓값을 구하시오. [4점]