

제 2 교시

수학 영역(가형)

홀수형

5 지선 다형

1. $\sin \frac{3\pi}{2}$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 0
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1

2. $\int_0^{\ln 4} \frac{1}{e^x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

3. ${}_5P_2 + P(5, 2)$ 의 값은? [2점]

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(e^{5x} - 1)}{\ln(1 + 3x)}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

5. 함수 $y=2^{x+2}-2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하는 그래프가 원점 $(0, 0)$ 을 지날 때, 두 자연수 m, n 의 합은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

7. 두 곡선 $y=x^2, y=x^3$ 의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{7}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

6. $\int_e^{e^2} \frac{2}{x \ln x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2} \ln 2$ ② $\ln 2$ ③ $\frac{3}{2} \ln 2$
 ④ $2 \ln 2$ ⑤ $\frac{5}{2} \ln 2$

8. 함수 $f(x) = e^{\sqrt{2x+2}}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. $g(a) = 1$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)-1}{x-a} = b$ 이다. ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

9. 어떤 양수기로 물을 끌어올릴 때, 양수량 Q , 양수할 높이 H , 양수기의 비회전도 S 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\log_2 S = \frac{1}{2} \log_2 Q - \frac{3}{4} \log_2 H + k$$

(Q 와 H 의 단위는 각각 $m^3/\text{분}$, m 이다.)

이 양수기로 물을 끌어올릴 때, 양수량이 64, 양수할 높이가 8일 때의 비회전도를 S_1 이라 하고, 양수량이 16, 양수할 높이가 a 일 때의 비회전도를 S_2 라 하자.

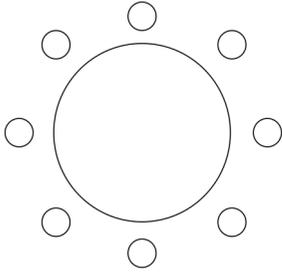
$\log_2 S_1 S_2 = 3$ 이고 $\log_2 \frac{S_1}{S_2} = \frac{5}{2}$ 일 때, $a+k$ 의 값은? (단, a, k 는 상수이다.) [3점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

10. 6명을 2개 이상의 짝수개의 조로 분할하는 방법의 수는? (단, 조의 구분은 없고, 각 조의 인원수가 모두 같지는 않도록 한다.) [3점]

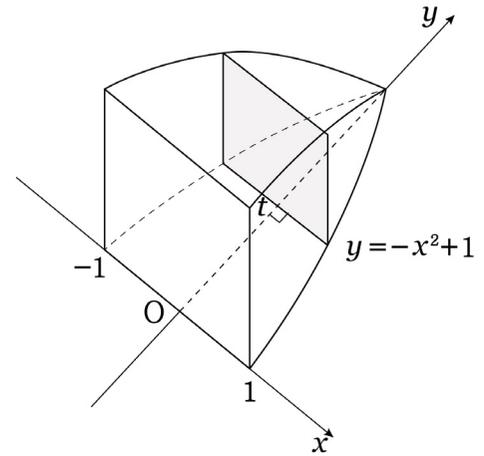
- ① 64 ② 75 ③ 86 ④ 97 ⑤ 108

11. 1학년 2명, 2학년 3명, 3학년 3명이 그림과 같이 8개의 자리가 있는 원탁에 앉으려고 할 때, 1학년 끼리는 이웃하지 않고 2학년은 모두 이웃하도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 420 ② 432 ③ 444 ④ 456 ⑤ 468

12. 그림과 같이 좌표평면에서 곡선 $y = -x^2 + 1$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체를 점 $(0, t)$ 를 지나고 y 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 정사각형이 된다고 하자. 이 입체의 부피는? [3점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

13. 등식

$$\sqrt{4-f(x)e^{-x}} = 1-x$$

를 만족시키는 함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 최솟값을 갖는다.
상수 a 의 값은? [3점]

- ① -1 ② $-\sqrt{2}$ ③ $-\sqrt{3}$
④ -2 ⑤ $-\sqrt{5}$

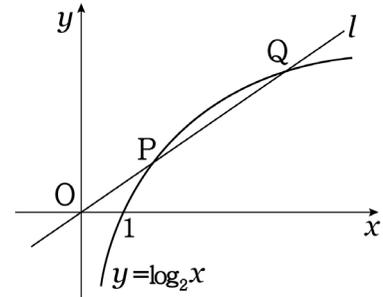
14. 두 곡선 $y = \ln(2+x)$, $y = \ln(2-x)$ 와 직선 $x=k$
($k > 0$)가 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, $\overline{PQ}=t$ 일
때, $k=f(t)$ 라 하자. $f'(\ln 3)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

15. 사과, 감, 배, 귤 네 종류의 과일 중에서 7개를 선택할 때, 네 정수 a, b, c, d 에 대하여 사과, 감, 배, 귤을 각각 $|a|$ 개, $|b|$ 개, $|c|$ 개, $|d|$ 개 선택한다고 하자. 사과는 1개 이하, 감, 배, 귤은 각각 1개 이상을 선택할 때, 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [4점]

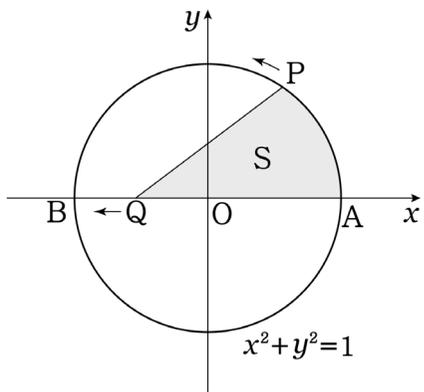
- ① 360 ② 320 ③ 280
 ④ 240 ⑤ 200

16. 좌표평면에서 원점 O 를 지나고 기울기가 양인 직선 l 과 곡선 $y = \log_2 x$ 가 두 점 P, Q 에서 만난다. $\overline{OP} : \overline{PQ} = 1 : t$ ($0 < t < 1$)일 때 점 P 의 y 좌표를 $f(t)$ 라 하자. $\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t)$ 의 값은? (단, 점 P 의 x 좌표는 점 Q 의 x 좌표보다 작다.) [4점]



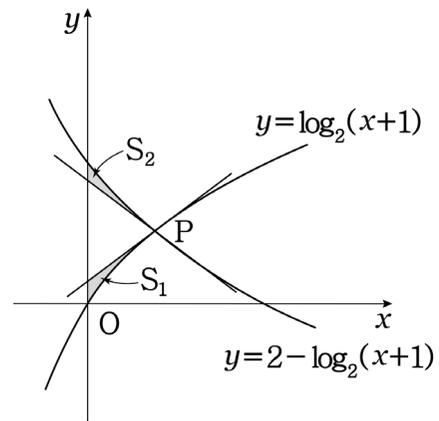
- ① $\frac{1}{2\ln 2}$ ② $\frac{1}{\ln 2}$ ③ $\frac{3}{2\ln 2}$
 ④ $\frac{2}{\ln 2}$ ⑤ $\frac{5}{2\ln 2}$

17. 그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P는 점 A(1, 0)에서 출발하여 원 둘레를 따라 시계 반대방향으로 매초 $\frac{\pi}{3}$ 의 일정한 속력으로 움직이고 있다. 점 Q는 원점 O에서 출발하여 점 B(-1, 0)을 향하여 매초 $\frac{1}{2}$ 일정한 속력으로 x축 위를 움직이고 있다. 점 P와 점 Q가 동시에 출발하여 t초가 되는 순간, 선분 PQ, 선분 QA, 호 AP로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 하자. 점 P가 출발한 지 1초가 되는 순간, 넓이 S의 시간(초)에 대한 변화율은 $\frac{5\pi}{a} + \frac{\sqrt{3}}{b}$ 이다. 두 자연수 a, b에 대하여 a+b의 값은? [4점]



- ① 28 ② 30 ③ 32 ④ 34 ⑤ 36

18. 좌표평면에서 두 곡선 $y=\log_2(x+1)$, $y=2-\log_2(x+1)$ 의 교점을 P라 하자. 곡선 $y=\log_2(x+1)$ 과 점 P에서의 접선과 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 이라 하고, 곡선 $y=2-\log_2(x+1)$ 과 점 P에서의 접선과 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 할 때, S_1+S_2 의 값은? [4점]



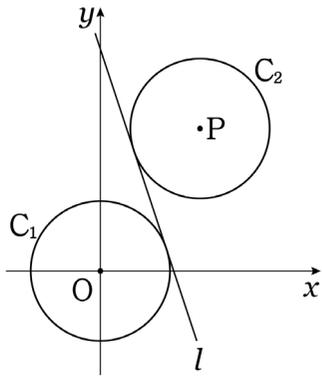
- ① $\frac{3}{2\ln 2} - 1$ ② $\frac{3}{2\ln 2} - 2$ ③ $\frac{2}{\ln 2} - 1$
 ④ $\frac{2}{\ln 2} - 2$ ⑤ $\frac{5}{2\ln 2} - 1$

19. 좌표평면에서 원

$C_1 : x^2 + y^2 = 1$ 과 원

$C_2 : (x-t)^2 + (y-2)^2 = 1$

($0 < t < 2$)에 동시에 접하고 기울기가 음수인 직선 l 이 있다. 다음은 직선 l 의 기울기를 t 의 식으로 나타내는 과정이다. (단, 원 C_2 의 중심을 $P(t, 2)$ 라 한다.)



원 C_2 의 중심 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q 라 하고 원점 O 에 대하여

$\tan \theta =$ (가)

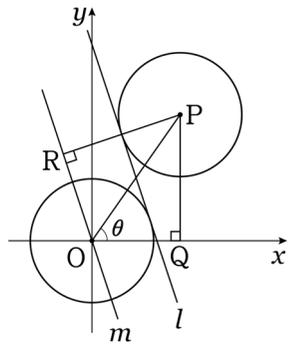
원점 O 를 지나고 직선 l 에 평행한 직선을 m 이라 하고, 점 P 에서 m 에 내린 수선의 발을 R 라 하면 $\overline{PR} = \overline{PQ}$ 이므로 두 직각삼각형 PRO 과 PQO 는 합동이다.

이 때 (직선 l 의 기울기)

$=$ (직선 m 의 기울기)

$= \tan(\angle ROQ) =$ (나)

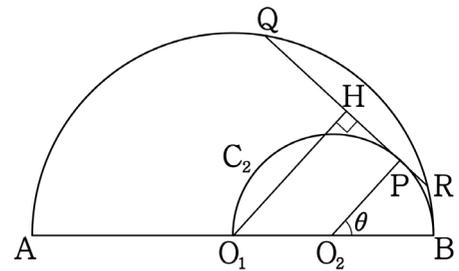
이다.



위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(t)$, $g(t)$ 라 할 때, $f'(1) - g'(1)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

20. 그림과 같이 길이가 8인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 C_1 의 중심을 O_1 이라 하고, 선분 O_1B 를 지름으로 하는 반원 C_2 의 중심을 O_2 라 하자. 반원 C_2 위의 점 P 가 $\angle PO_2B = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)를 만족할 때, 점 P 에서 반원 C_2 와 접하는 직선이 반원 C_1 과 만나는 두 점을 각각 Q , R 라 하고, 점 O_1 에서 선분 QR 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\overline{PH}^2 + \overline{QR}^2}{\theta^2}$ 의 값은? [4점]



- ① 35 ② 36 ③ 37 ④ 38 ⑤ 39

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x) \neq 2$
- (나) $f(x) + f(-x) = 0$
- (다) $f'(x) = \{2 + f(x)\}\{2 + f(-x)\}$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

- ㄱ. 모든 실수 x 에 대하여 $|f(x)| < 2$ 이다.
- ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$ 이다.
- ㄷ. 방정식 $f(x) = 2x$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단 답 형

22. 부등식 $\log_2 x + \log_2(x-4) \leq 5$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 합을 구하십시오. [3점]

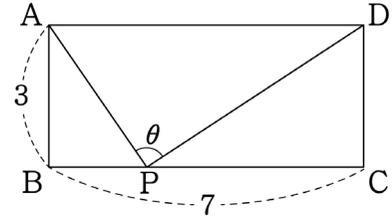
23. 곡선 $y = \ln(x-a)$ 에 접하고 기울기가 1인 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 AOB의 넓이가 72 일 때, 양의 상수 a 의 값을 구하십시오. (단, O는 원점이다.) [3점]

24. $\left(ax^2 + \frac{1}{4x}\right)^8$ 의 전개식에서 x^7 의 계수가 28일 때, x^{10} 의 계수를 구하십시오. [3점]

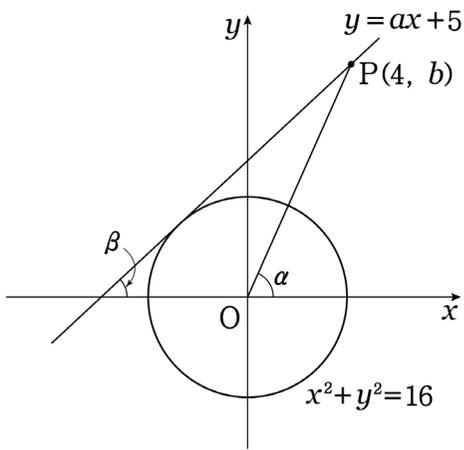
25. 다음 조건을 만족시키는 자연수 N 의 개수를 구하십시오. [4점]

- (가) N 은 네 자리 자연수로서 홀수이다.
(나) N 의 각 자리수의 합은 9이다.

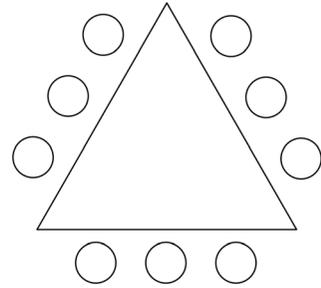
26. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=7$ 인 직사각형 $ABCD$ 의 변 BC 위의 한 점 P 에 대하여 $\angle APD = \theta$ 이라 하자. $\tan \theta = 7$ 일 때, $\overline{AP}^2 + \overline{PD}^2$ 의 값을 구하십시오. [3점]



27. 그림과 같이 직선 $y=ax+5$ 위의 점 $P(4, b)$ 와 원점 O 를 지나는 직선이 x 축과 이루는 예각의 크기를 α , 직선 $y=ax+5$ 가 x 축과 이루는 예각의 크기를 β 라 하자. 직선 $y=ax+5$ 가 원 $x^2+y^2=16$ 과 제2사분면에서 접할 때, $ab|\tan(\alpha+\beta)|$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 양의 상수이다.) [4점]



28. A, B, C 세 반에서 각각 3명씩 9명의 학생이 모여서 그림과 같은 정삼각형 모양의 탁자에 둘러앉으려고 한다. B반학생은 각 변의 가운데 좌석에 앉고 세 반 학생이 모두 섞여 앉은 변은 오직 한 개만 있도록 하는 방법의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.) [4점]



29. 함수 $f(x) = kx^2e^{-x}$ (k 는 양의 상수)에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(t)}{t}x & (x < t) \\ f(x) & (x \geq t) \end{cases} \quad (\text{단, } t \text{는 양의 상수})$$

이다. $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(x)$ 의 최댓값이 $\frac{4}{e}$ 일 때, $f(4) \times f(-2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 열린 구간 $(0, \infty)$ 에서 함수 $f(x) = x^a(\ln x)^2$ (단, a 는 음의 상수)에 대하여 부등식 $f(x) \geq t$ ($t > 0$)를 만족시키는 실수 x 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t = \frac{16}{e^2}$ 에서 불연속일 때, $\frac{1}{a^2} \ln g\left(\frac{16}{e^2}\right)$ 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ 이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

2018학년도 이장규모의고사 3월학평대비 1회

1.	①	2.	③	3.	②	4.	⑤	5.	②
6.	④	7.	③	8.	④	9.	③	10.	③
11.	②	12.	④	13.	⑤	14.	④	15.	③
16.	②	17.	③	18.	②	19.	②	20.	②
21.	③	22.	26	23.	11	24.	112	25.	70
26.	55	27.	33	28.	864	29.	64	30.	16