

제 2 교시

수학 영역(가형)

홀수형

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (-2, 3)$, $\vec{b} = (2, 1)$ 에 대하여 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

2. $8^{\frac{x}{3}+1} = 256$ 을 만족시키는 실수 x 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 좌표공간에서 두 점 $A(2, 1, -5)$, $B(6, 5, 3)$ 에 대하여 선분 AB 를 3:1로 내분하는 점의 좌표가 $(a, b, 1)$ 이다. $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$, $\sin \alpha \cos \beta = \frac{4}{7}$ 일 때, $\cos \alpha \sin \beta$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

5. 서로 독립인 두 사건 A, B에 대하여

$$P(A)+P(B)=\frac{3}{4}, P(A\cap B)=\frac{1}{8}$$

이다. $|P(A)-P(B)|$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

6. $\int_0^2 \frac{2x}{x^2+1} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\ln 5$ ② $\ln 6$ ③ $\ln 7$
 ④ $3\ln 2$ ⑤ $2\ln 3$

7. $0 < \theta < \pi$ 일 때, 방정식

$$3\tan^2\theta - 10\tan\theta + 3 = 0$$

의 모든 실수해의 합은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2\pi}{3}$ ⑤ $\frac{3\pi}{4}$

8. 두 벡터 \vec{a} , \vec{b} 에 대하여 $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=3$ 이고, 두 벡터 $5\vec{a}+\vec{b}$ 와 $\vec{a}+\vec{b}$ 가 서로수직일 때, $|3\vec{a}+\vec{b}|$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

9. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(2x+1) = (x^2+1)^2 e^{-x+1}$$

을 만족시킬 때, $f'(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 어느 공장에서 생산되는 제품 A의 무게는 평균 250g, 표준편차가 20g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 제품 A 중에서 임의로 4개를 선택하여 조사한 표본평균 \bar{X} 가 240g이상 270g이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.3830 ② 0.5328 ③ 0.6247
 ④ 0.7745 ⑤ 0.8185

11. 함수 $f(x) = \frac{2\log_2 x}{x}$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h + f(2+h) - f(2-h)}{h}$

의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2\ln 2}$

② $\frac{1}{\ln 2}$

③ $\frac{2}{\ln 2}$

④ $\frac{1}{2\ln 2} - 1$

⑤ $\frac{1}{\ln 2} - 1$

12. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 하자. 세 수의 곱 abc 가 3의 배수일 때, 이 세 수의 합 $a+b+c$ 가 3의 배수일 확률은? [3점]

① $\frac{5}{19}$

② $\frac{6}{19}$

③ $\frac{7}{19}$

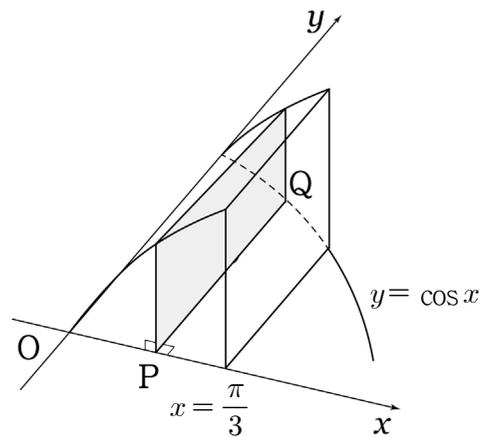
④ $\frac{8}{19}$

⑤ $\frac{9}{19}$

13. 좌표평면 위의 점 $P(x, y)$ 의 시각 t ($t > 0$)에서의 좌표가 $x = 4\sqrt{t}$, $y = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{t}$ 로 주어진다. 점 P 가 $1 \leq t \leq 2$ 에서 움직인 거리는? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

14. 좌표평면 위의 곡선 $y = \cos x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$)와 x 축, y 축 및 직선 $x = \frac{\pi}{3}$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 두 점 $P(x, 0)$, $Q(x, \cos x)$ 를 지나고 x 축에 수직인 평면으로 이 입체도형을 자른 단면은 선분 PQ 를 가로로 하고 세로의 길이가 $\sin x$ 인 직사각형이 된다. 이 입체도형의 부피가 평면 $y = a$ 에 의하여 이등분될 때, 상수 a 의 값은? (단, $0 < a < \frac{1}{2}$) [4점]



- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{5}{16}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

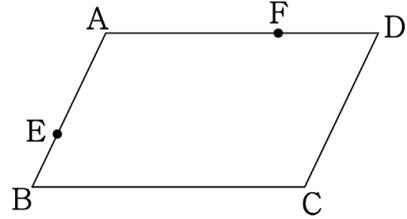
15. 1반 학생 1명, 2반 학생 2명, 3반 학생 3명을 모두 일렬로 세울 때, 같은 반 학생끼리는 어느 두명도 이웃하지 않도록 세우는 경우의 수는? [4점]

- ① 20 ② 40 ③ 80 ④ 100 ⑤ 120

16. 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 두 선분 AB와 AD를 $t:(1-t)$ (단, $0 < t < 1$)로 내분하는 점을 각각 E, F라 하자. 사각형 ABCD의 내부의 점 P가

$$\overrightarrow{PE} + \overrightarrow{PF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{CP}$$

를 만족시킨다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

- ㄱ. 점 P는 선분 AC 위에 있다.
 ㄴ. 삼각형 ABP의 넓이가 삼각형 ABC의 넓이의 $\frac{1}{3}$ 이면 $t = \frac{1}{3}$ 이다.
 ㄷ. $\overrightarrow{AD} = 6\overrightarrow{AF}$ 이면 AEPF의 넓이가 사각형 ABCD의 넓이의 $\frac{1}{18}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 1부터 n 까지의 자연수가 하나씩 적혀있는 n 장의 카드가 있다. 이 카드 중에서 임의로 서로 다른 2장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드 2장에 적힌 수 중 작은 수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 $V(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, $n \geq 2$)

자연수 k ($1 \leq k \leq n-1$)에 대하여 확률변수 X 의 값이 k 일 확률은 $k+1$ 부터 n 까지의 자연수가 적혀있는 카드 중에서 1장의 카드와 k 가 적혀있는 카드를 선택하는 경우의 수를 전체의 경우의 수로 나누는 것이므로

$$P(X = k) = \frac{n - \boxed{\text{가}}}{{}_n C_2}$$

이다. 그러므로

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=1}^{n-1} \{k \times P(X = k)\} \\ &= \frac{1}{{}_n C_2} \left\{ n \sum_{k=1}^{n-1} k - \sum_{k=1}^{n-1} (k \times \boxed{\text{가}}) \right\} \\ &= \boxed{\text{나}} \end{aligned}$$

이다. 따라서

$$\begin{aligned} V(X) &= \sum_{k=1}^{n-1} \{k^2 \times P(X = k)\} - \{E(X)\}^2 \\ &= \frac{1}{{}_n C_2} \left\{ n \sum_{k=1}^{n-1} k^2 - \sum_{k=1}^{n-1} (k^2 \times \boxed{\text{가}}) \right\} \\ &\quad - (\boxed{\text{나}})^2 \\ &= \boxed{\text{다}} \end{aligned}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(n)$, $h(n)$ 이라 할 때, $f(3) \times g(4) \times h(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

18. 좌표공간에 점 $P(0, 0, 4)$ 를 중심으로 하는 구 S 가 xy 평면과 만나서 생기는 원 C 의 넓이가 4π 이다. 원 C 위의 두 점 A, B 에 대하여 평면 ABP 의 법선벡터가 $\vec{n} = (2, -2, 1)$ 일 때, 삼각형 ABP 의 yz 평면 위로의 정사영의 넓이는? [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

19. 사건 A 에 대한 모비율이 p 인 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의추출할 때, 사건 A 에 대한 표본비율을 \hat{p} 라 하자.

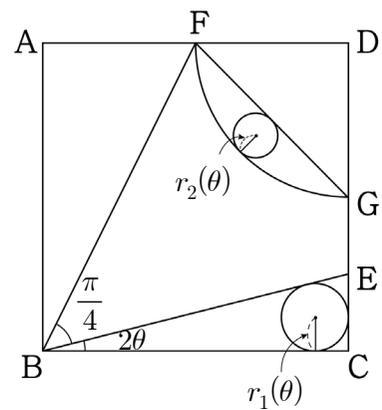
$|\hat{p}-p| \leq 0.25\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}$ 일 확률이 0.9544 일 때, n 의 값은? (단, $P(0 \leq z \leq 2) = 0.4772$ 로 한다.) [4점]

- ① 16 ② 36 ③ 64 ④ 81 ⑤ 100

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. 변 CD 위의 점 E와 변 AD 위의 점 F가 $\angle EBC = 2\theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{8}$), $\angle FBE = \frac{\pi}{4}$ 를 만족한다고 하고, 점 D를 중심으로 하고 선분 DF를 반지름으로 하는 원이 변 CD와 만나는 점을 G라 하자. 삼각형 EBC의 내접원의 반지름의 길이를 $r_1(\theta)$, 호 FG의 이등분점과 선분 FG의 중점을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 반지름의 길이를 $r_2(\theta)$ 라 하자.

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r_2(\theta)}{r_1(\theta)}$$

의 값은? [4점]



- ① $\sqrt{2}-1$ ② $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ ③ $2-\sqrt{2}$
 ④ $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{2-\sqrt{2}}{3}$

21. 1보다 큰 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 2 이상의 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \frac{f(x)}{x} = \int_2^x \frac{e^{\sin t}}{t^2 \ln t} dt$$

$$(나) g(x) = \int_2^x \frac{f(t)e^{\frac{f(t)+t \sin t}{t}}}{t^3 \ln t} dt$$

2이상의 상수 a 가 $f(a)=2a$ 를 만족시킬 때, $g(a)$ 의 값은? [4점]

- ① e ② $e+1$ ③ e^2 ④ e^2+1 ⑤ e^2+2

단 답 형

22. ${}_3H_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 곡선 $y=3-\log_2(ax+b)$ 위의 점 $(3, -2)$ 에서의 접선에 수직인 직선의 기울기가 $8\ln 2$ 일 때, 이 곡선의 점근선이 $x=k$ 이다. k^2 의 값을 구하시오. (단, a, b, k 는 상수이다.) [3점]

24. 좌표평면에서 초점이 F인 포물선 $y^2 = 4x$ 의 준선과 대칭축의 교점을 A라 하자. 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}|^2 \leq 136$ 일 때, $|\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OF}|^2$ 의 최댓값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [3점]

25. 자연수 1, 2, 3이 각각 적혀 있는 흰 공 3개, 자연수 4, 5, 6, 7, 8, 9가 각각 적혀 있는 검은 공 6개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 거낸 2개의 공이 같은 색이고 공에 적힌 수의 곱이 홀수일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 함수 $f(x) = ax + \ln(x^2 + 1)^{10}$ 이 역함수를 갖도록 하는 양수 a 의 최솟값이 b 일 때, 함수 $g(x) = bx + \ln(x^2 + 1)^{10}$ 의 역함수를 $h(x)$ 라 하자. 곡선 $y = h(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서 접선의 기울기는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 두 초점이 $F(k, 0)$, $F(-k, 0)$ 이고, 장축과 단축의 길이가 각각 12, $6\sqrt{3}$ 인 타원이 있다. 중심이 F' 이고 점 F 를 지나는 원과 이 타원의 두 교점 중 한 점을 P 라 하자. 선분 FP 의 중점 M 과 점 F' 을 지나는 직선이 이 타원과 제1사분면의 점 Q 에서 만난다고 할 때, 삼각형 MFQ 의 둘레의 길이와 삼각형 $MF'F$ 의 둘레의 길이의 합을 구하시오. (단, $k > 0$ 이다.) [4점]

28. 어느 도시의 도서관을 이용한 경험이 있는 35세 이상의 주민의 비율을 알아보기 위하여 이 도시의 35세 이상의 주민 중 n 명을 임의추출하여 조사한 결과 20%가 최근 1년간 도서관을 이용한 경험이 있다고 답하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 도시의 35세 이상의 주민 전체 중 최근 1년간 도서관을 이용한 경험이 있는 주민의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq p \leq b$ 이다. $b - a \leq 0.112$ 일 때, n 의 최솟값을 구하시오. (단 Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다. [4점]

2018년도 이장규 모의고사 문제지 1회

1. ③	2. ⑤	3. ④	4. ③	5. ②
6. ①	7. ③	8. ④	9. ②	10. ⑤
11. ②	12. ③	13. ④	14. ④	15. ⑤
16. ③	17. ①	18. ③	19. ③	20. ③
21. ④	22. 21	23. 25	24. 100	25. 10
26. 11	27. 24	28. 196	29. 28	30. 4