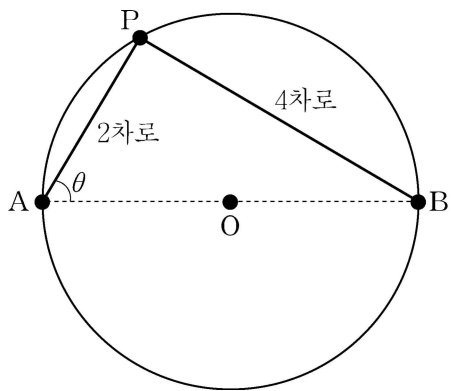


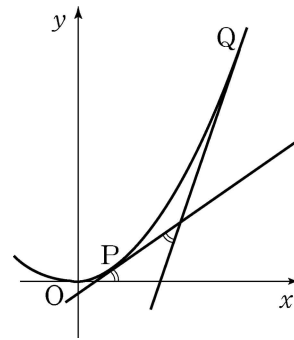
29. 두 도시 A, B는 60km 떨어져 있고, 도시 O는 두 도시의 중간 지점에 있다. 신도시의 위치를 도시 O에서 30km 떨어진 지점에 정한 후, 신도시와 도시 A 사이에는 2차로 직선 도로를, 신도시와 도시 B 사이에는 4차로 직선 도로를 건설하려고 한다. 2차로 도로는 km당 6억 원, 4차로 도로는 km당 8억 원의 공사비가 소요된다. 공사비가 최대가 되는 신도시의 위치를 P라 하고 $\angle PAB = \theta$ 라 할 때, $\tan \theta$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

단답형

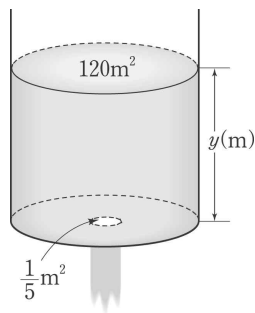
30. 곡선 $y = \frac{1}{4}x^2$ 위의 두 점 $P(\sqrt{2}, \frac{1}{2})$, $Q(a, \frac{a^2}{4})$ 에서의 두 접선과 x 축으로 둘러싸인 삼각형이 이등변삼각형일 때, a^2 의 값을 구하시오. (단, $a > \sqrt{2}$) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

29. 단면의 넓이가 $120(\text{m}^2)$ 로 일정한 원통형의 물탱크에 물이 $5(\text{m})$ 까지 차 있다. 이 물탱크의 바닥 중앙에 있는 넓이 $\frac{1}{5}(\text{m}^2)$ 인 구멍으로 물이 빠지고 있다. 물탱크의 바닥으로부터 수면까지의 높이가 $y(\text{m})$ 일 때, 빠져나가는 물의 속력 $v(\text{m}/\text{초})$ 는 $v=\sqrt{20y}$ 로 주어진다고 하자. 다음은 이 식을 이용해서 물의 높이가 $5(\text{m})$ 에서 $\frac{5}{4}(\text{m})$ 로 줄어들 때까지 걸리는 시간을 계산한 것이다.



<풀이>

v 와 y 가 시간에 따라 변하므로 v 와 y 의 관계식 $v=\sqrt{20y}$ 를 t 에 관하여 미분하여 v 와 y 의 시간에 따른 변화율 사이의 관계식을 구하면

$$\frac{dv}{dt} = \frac{10}{\sqrt{20y}} \frac{dy}{dt} = \frac{10}{v} \frac{dy}{dt} \dots\dots\dots (1)$$

한편, 물탱크에 있는 물의 양의 순간변화율은 그 순간 빠져나가는 물의 양과 부호만 다르므로

$$\boxed{\text{가}} \dots\dots\dots (2)$$

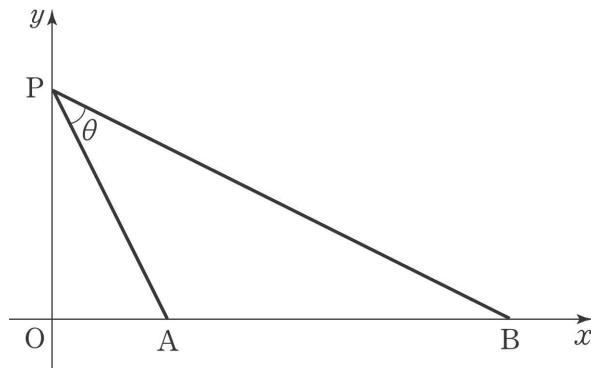
(2)식에서 얻은 $\frac{dy}{dt}$ 를 (1)식에 대입하여 정리하면

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{60}$$

따라서 구하는 시간은 $\boxed{\text{나}}$ (초)이다.

단답형

30. 그림과 같이 x 축 위의 두 점 $A(20, 0)$, $B(80, 0)$ 와 양의 y 축 위의 점 $P(0, y)$ 에 대하여 $\angle APB = \theta$ 라고 할 때, $\tan \theta$ 의 값이 최대가 되는 점 P 의 y 좌표를 구하시오. [4점]



위의 풀이에서 (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은? [4점]

- | | (가) | (나) |
|---|-------------------------------------|-----|
| ① | $120 \frac{dy}{dt} = -\frac{v}{5}$ | 240 |
| ② | $120 \frac{dy}{dt} = -\frac{v}{5}$ | 300 |
| ③ | $120 \frac{dy}{dt} = -\frac{v}{10}$ | 180 |
| ④ | $120 \frac{dy}{dt} = -\frac{v}{10}$ | 240 |
| ⑤ | $120 \frac{dy}{dt} = -\frac{v}{10}$ | 300 |

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

12 가 형

수리 영역

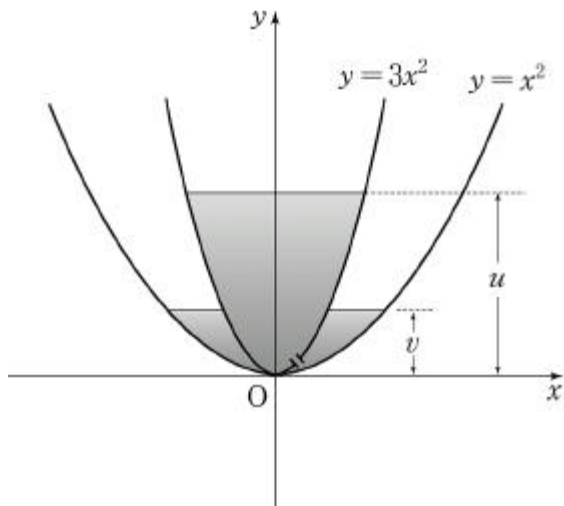
홀수형

29. 곡선 $y = 3x^2$ ($0 \leq y \leq 10$) 을 y 축 둘레로 회전시킨 회전체 A 와 곡선 $y = x^2$ ($0 \leq y \leq 10$) 을 y 축 둘레로 회전시킨 회전체 B 가 있다.

처음에는 물이 A 의 안쪽에만 차 있다가 원점 O 부근의 작은 구멍을 통하여 A 의 바깥쪽과 B 의 안쪽으로 둘러싸인 부분으로 흘러 나가기 시작한다.

A 의 안쪽 수면의 높이를 u , A 의 바깥쪽 수면의 높이를 v 라 할 때, v 가 u 의 $\frac{1}{2}$ 이 되는 순간의 $\frac{dv}{du}$ 의 값은? [4점]

- ① - 2 ② - 1 ③ - $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2



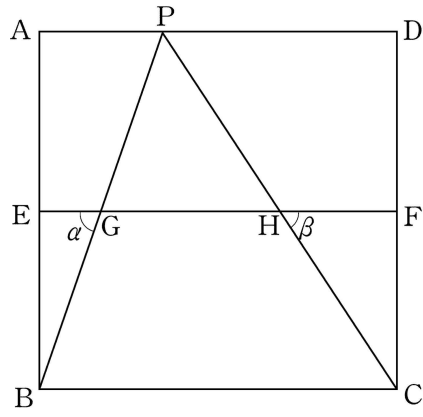
단답형

30. 곡선 $y = 3\sqrt{x-9}$ 와 이 곡선 위의 점 $(18, 9)$ 에서의 접선 및 x 축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

29. 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD에서 변 AB의 중점을 E, 변 CD의 중점을 F라 하자. 선분 AD 위의 양 끝점이 아닌 임의의 점 P에 대하여 선분 BP와 선분 EF의 교점을 G, 선분 CP와 선분 EF의 교점을 H라 하자. $\angle BGE = \alpha$, $\angle CHF = \beta$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]



<보 기>

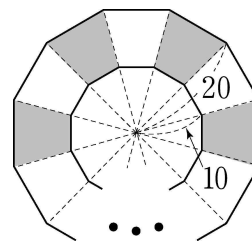
- ㄱ. $\overline{GH}$ 는 점 P의 위치에 관계없이 일정하다.
 ㄴ. $\alpha + \beta$ 는 점 P의 위치에 관계없이 일정하다.
 ㄷ. $\lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\overline{AP}}{\frac{\pi}{2} - \alpha} = 2$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

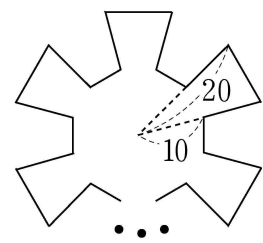
단답형

30. [그림 1]은 중심이 같은 두 개의 정 $2n$ 각형에서 큰 정 $2n$ 각형의 꼭지점, 작은 정 $2n$ 각형의 꼭지점과 중심이 한 직선 위에 있도록 연결한 것이다. 중심에서 두 개의 정 $2n$ 각형의 꼭지점까지의 거리는 각각 10, 20이다. [그림 1]의 어두운 부분을 잘라내어 만든 [그림 2]와 같은 도형의 넓이를 S_n 이라 하자. $\frac{1}{\pi} \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값을 구하시오.

[4점]



[그림 1]



[그림 2]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

29. 오른쪽 그림은

5차 다항함수 $f(x)$ 의
도함수 $f'(x)$ 의 그래프이다.

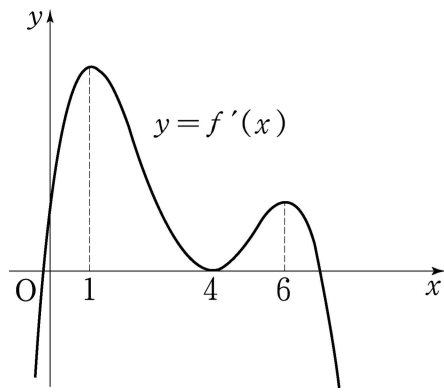
<보기>에서 옳은 것을

모두 고른 것은?

(단, $f'(4) = 0$ 이고

$f''(1) = f''(4) = f''(6) = 0$

이다.) [4점]



<보 기>

ㄱ. $f(x)$ 는 서로 다른 세 점에서 극값을 갖는다.

ㄴ. $4 < x_1 < x_2 < 6$ 인 x_1, x_2 에 대하여

$$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2} \text{ 이다.}$$

ㄷ. $f(0)=0$ 일 때, 양의 실수 a 에 대하여

$y=f(x)$ 의 그래프와 $y=a$ 의 그래프가 서로 다른

두 점에서 만나면 $f(x)$ 의 극대값은 a 이다.

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄷ

④ ㄱ, ㄴ

⑤ ㄴ, ㄷ

단답형

30. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD에서

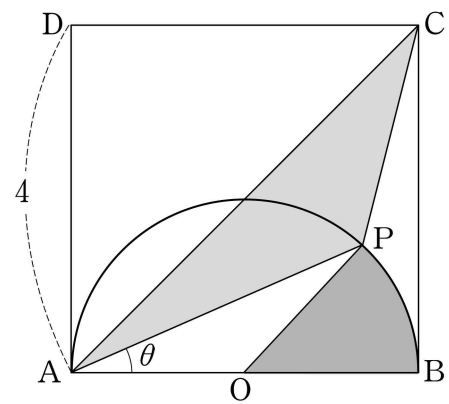
변 AB의 중점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인

반원 위에 점 P가 있다. $\angle BAP = \theta$ 일 때 삼각형 APC의

넓이를 $f(\theta)$, 부채꼴 OBP의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{8-f(\theta)}{g(\theta)} = a \text{ 라 할 때, } 10a \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [4점]

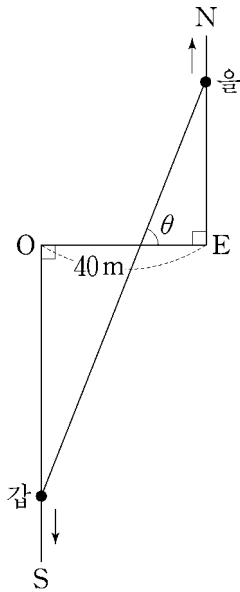


* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
하시오.

29. 지점 O와 지점 E 사이의 거리는

40m이다. 오른쪽 그림과 같이 갑은 지점 O에서 출발하여 선분 OE에 수직인 반직선 OS를 따라 초속 3m의 일정한 속력으로 달리고, 을은 갑이 출발한 지 10초가 되는 순간 지점 E에서 출발하여 선분 OE에 수직인 반직선 EN을 따라 초속 4m의 일정한 속력으로 달리고 있다. 갑과 을의 지점을 연결하여 만든 선분과 선분 OE가 만나서 이루는 각을 θ (라디안)라 할 때, 갑이 출발한 지 20초가 되는 순간 θ 의 변화율은? [4점]



- ① $\frac{21}{290}$ 라디안/초 ② $\frac{13}{290}$ 라디안/초
 ③ $\frac{7}{290}$ 라디안/초 ④ $\frac{3}{290}$ 라디안/초
 ⑤ $\frac{1}{290}$ 라디안/초

단답형

30. 양수 a 에 대하여 폐구간 $[-a, a]$ 에서 함수

$$f(x) = \frac{x-5}{(x-5)^2+36}$$

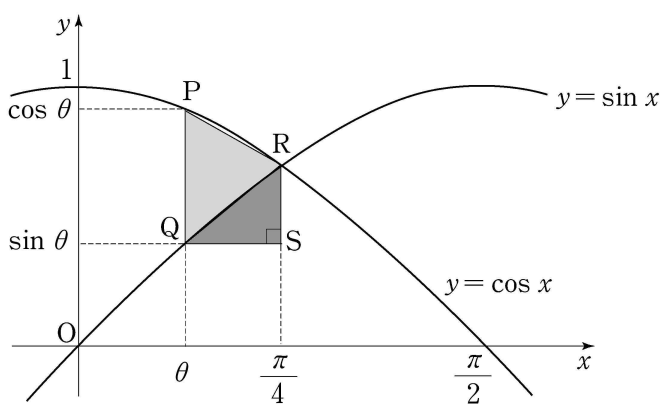
의 최대값을 M , 최소값을 m 이라 할 때, $M+m=0$ 이 되도록 하는 a 의 최소값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

29. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, $\theta \neq \frac{\pi}{4}$ 일 때, 곡선 $y = \cos x$ 위의 점

$P(\theta, \cos \theta)$ 를 지나고 x 축에 수직인 직선과 곡선 $y = \sin x$ 의 교점을 Q 라 하자. 점 Q 를 지나고 x 축에 평행한 직선과 점 $R\left(\frac{\pi}{4}, \sin \frac{\pi}{4}\right)$ 를 지나고 x 축에 수직인 직선의 교점을 S 라 하자. 삼각형 PQR 의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 QSR 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$ 의 값은? [4점]



- ① $2\sqrt{2}$ ② 2 ③ $\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 1

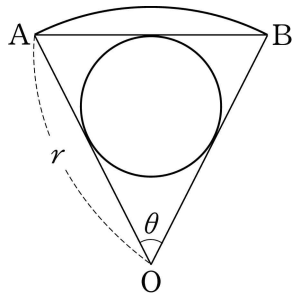
단답형

30. 두 양수 a, b 가 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{2^{x+1} - a} = \frac{b}{2 \ln 2}$ 를 만족시킬 때, ab 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

29. 그림과 같이 중심각의 크기가 θ 이고 반지름의 길이가 r 인 부채꼴 OAB 가 있다. 부채꼴의 호 AB 의 길이를 l_1 , 삼각형 OAB 에 내접하는 원의 둘레의 길이를 l_2 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{l_2}{l_1}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ π ④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ 2π

단답형

30. 자연수 n 에 대하여 구간 $[(n-1)\pi, n\pi]$ 에서 곡선 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^n \sin x$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} S_n = a$ 일 때, $50a$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

29. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 에 대하여 점 $A(a, f(a))$ 를 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점이라 하고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$ 라 하자. 직선 $y=g(x)$ 가 함수 $f(x)$ 의 그래프와 점 $B(b, f(b))$ 에서 접할 때, 함수 $h(x)$ 를 $h(x)=f(x)-g(x)$ 라 하자. <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $a \neq b$ 이다.) [4점]

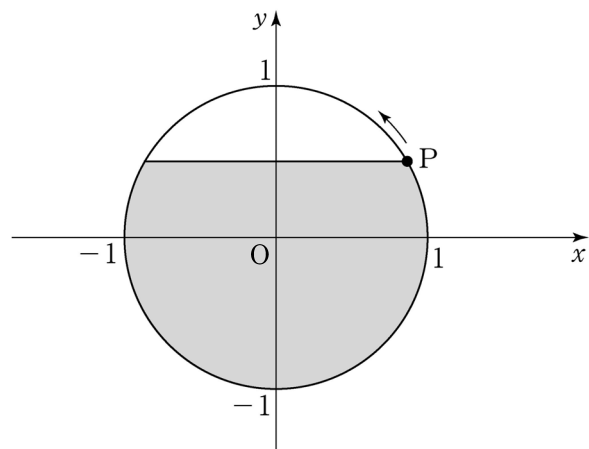
<보 기>

- ㄱ. $h'(b)=0$
 ㄴ. 방정식 $h'(x)=0$ 은 3개 이상의 실근을 갖는다.
 ㄷ. 점 $(a, h(a))$ 는 곡선 $y=h(x)$ 의 변곡점이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

30. 그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P가 점 $(1, 0)$ 에서 출발하여 원점을 중심으로 매초 $\frac{1}{40}$ (라디안)의 일정한 속력으로 원 위를 시계 반대 방향으로 움직이고 있다. 점 P에서 x 축에 평행한 직선을 그을 때, 원과 직선으로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이를 S 라 하자. 점 P가 점 $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ 을 지나는 순간, 넓이 S 의 시간(초)에 대한 변화율은 $\frac{b}{a}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

29. 다항함수 $g(x)$ 에 대하여 함수 $f(x) = e^{-x}\sin x + g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 1$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

㉠. $g(0) = 0$

㉡. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{x^2} = 1$

㉢. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$

① ㉠

② ㉡

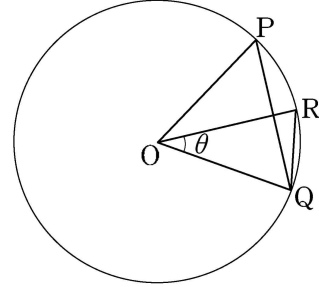
③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

단답형

30. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 서로 다른 두 점 P, Q에 대하여 $\angle POQ$ 를 이등분하는 직선이 호 PQ와 만나는 점을 R라 하자. 삼각형 POQ의 넓이와 삼각형 ROQ의 넓이의 비가 3:2이고 $\angle ROQ = \theta$ 라 할 때, $16 \cos \theta$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

29. 두 실수 $a = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{2t}$, $b = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^{2t}-1}{t}$ 에 대하여
함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} a & (x \geq 1) \\ b & (x < 1) \end{cases}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

$\neg$. $f(1) = \frac{1}{2}$

$\neg$. $f(f(1)) = 2$

$\sqsubset$. $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(f(x)) = \lim_{x \rightarrow 1+0} f(f(x))$

- ① $\neg$

② $\neg$

③ $\neg, \neg$
- ④ $\neg, \sqsubset$

⑤ $\neg, \neg, \sqsubset$

단답형

30. 곡선 $y = 5\sqrt{\ln x}$ 와 x 축 및 직선 $x = e$ 로 둘러싸인 부분을
 x 축 둘레로 회전하여 생기는 회전체의 부피를 V 라 할 때,
 $\frac{V}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [4점]

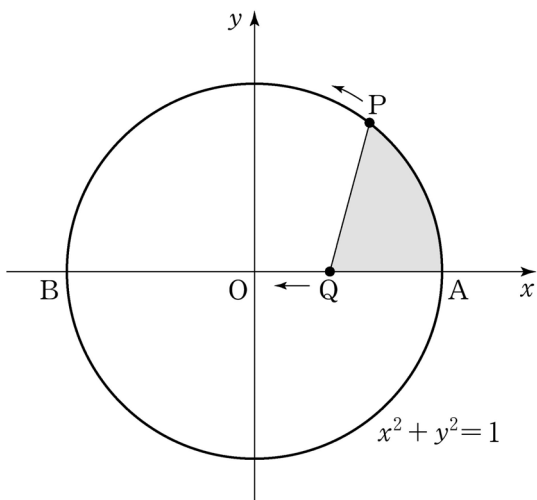
* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
하시오.

12 가 형

수리 영역

홀수형

29. 그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 P는 점 A(1, 0)에서 출발하여 원 둘레를 따라 시계 반대 방향으로 매초 $\frac{\pi}{2}$ 의 일정한 속력으로 움직이고 있다. 점 Q는 점 A에서 출발하여 점 B(-1, 0)을 향하여 매초 1의 일정한 속력으로 x축 위를 움직이고 있다. 점 P와 점 Q가 동시에 점 A에서 출발하여 t초가 되는 순간, 선분 PQ, 선분 QA, 호 AP로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이를 S라 하자. 출발한 지 1초가 되는 순간, 넓이 S의 시간(초)에 대한 변화율은? [4점]



- ① $\frac{\pi}{4} - 1$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{3}$
 ④ $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\pi}{4} + 1$

단답형

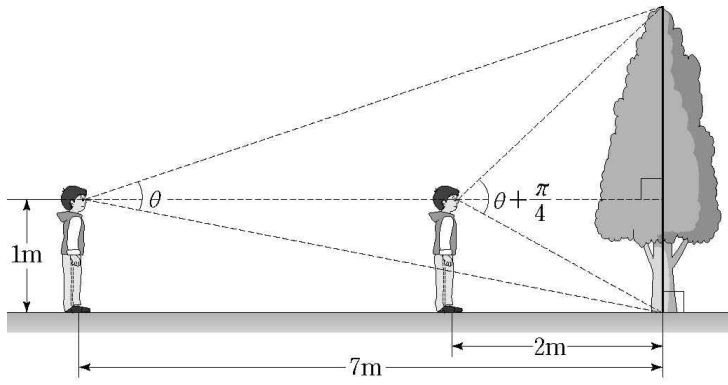
30. $x=0$ 에서 $x=6$ 까지 곡선 $y = \frac{1}{3}(x^2 + 2)^{\frac{3}{2}}$ 의 길이를 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

29. 눈높이가 1m인 어린이가 나무로부터 7m 떨어진 지점에서 나무의 꼭대기를 바라본 선과 나무가 지면에 닿는 지점을 바라본 선이 이루는 각이 θ 이었다. 나무로부터 2m 떨어진 지점까지 다가가서 나무를 바라보았더니 나무의 꼭대기를 바라본 선과 나무가 지면에 닿는 지점을 바라본 선이 이루는 각이 $\theta + \frac{\pi}{4}$ 가 되었다. 나무의 높이는 a (m) 또는 b (m)이다. $a + b$ 의 값은?

[4점]

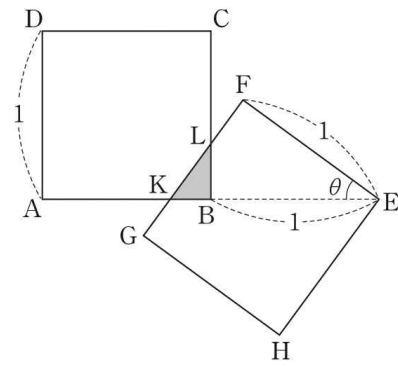


- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

단답형

30. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD에서 변 AB를 연장한 직선 위에 $\overline{BE} = 1$ 인 점 E가 있다. 점 E를 꼭짓점으로 하고 한 변의 길이가 1인 정사각형 EFGH에 대하여 $\angle BEF = \theta$ 일 때, 변 FG와 변 AB의 교점을 K, 변 FG와 변 BC의 교점을 L이라 하자. 삼각형 KBL의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이고, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

12 가 형

수리 영역

29. $a > 0$, $b > 0$, $a \neq 1$, $b \neq 1$ 일 때, 함수

$$f(x) = \frac{b^x + \log_a x}{a^x + \log_b x}$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

ㄱ. $1 < a < b$ 이면 $x > 1$ 인 모든 x 에 대하여 $f(x) > 1$ 이다.

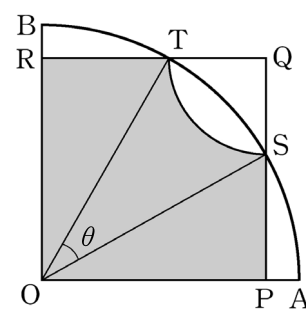
ㄴ. $b < a < 1$ 이면 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ 이다.

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = \log_a b$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답 형

30. 그림과 같이 중심각의 크기가 90° 이고 반지름의 길이가 1인 부채꼴 AOB와 선분 OA 위를 움직이는 점 P가 있다. 선분 OP를 한 변으로 하는 정사각형 OPQR가 호 AB와 서로 다른 두 점 S, T에서 만날 때, 정사각형 OPQR에서 점 Q를 중심으로 하고 반지름이 QS인 부채꼴 SQT를 제외한 어두운 부분의 넓이를 D 라 하자. $\angle SOT = \theta$ 라 할 때, D 가 최대가 되도록 하는 θ 에 대하여 $10\pi \tan \theta$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

29. 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \int_a^x \{2 + \sin(t^2)\} dt$$

라 하자. $f''(a) = \sqrt{3}a$ 일 때, $(f^{-1})'(0)$ 의 값은?

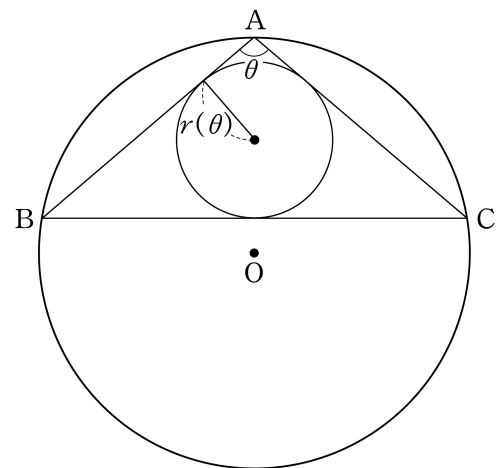
(단, a 는 $0 < a < \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ 인 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

단답형

30. 반지름의 길이가 1인 원 O 위에 점 A 가 있다. 그림과 같이 양수 θ 에 대하여 원 O 위의 두 점 B, C 를 $\angle BAC = \theta$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 ABC 의 내접원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \pi-0} \frac{r(\theta)}{(\pi-\theta)^2} = \frac{q}{p}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

12

수리 영역(가형)

29. 함수 $f(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

㉠. $f(x)=x^2$ 이면 $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{e^{f(x)}-1}{x}=0$ 이다.

㉡. $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{e^x-1}{f(x)}=1$ 이면 $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{3^x-1}{f(x)}=\ln 3$ 이다.

㉢. $\lim_{x\rightarrow 0}f(x)=0$ 이면 $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{e^{f(x)}-1}{x}$ 이 존재한다.

- ① ㉠

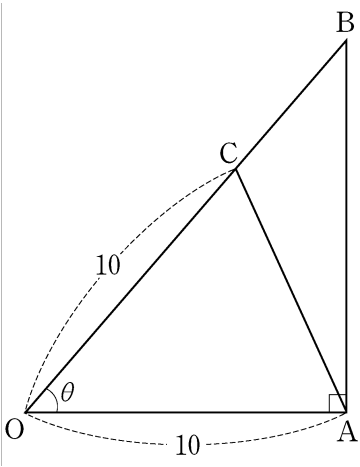
② ㉢

③ ㉠, ㉡
- ④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

단답형

30. 그림과 같이 양수 θ 에 대하여 $\angle AOB=\theta$, $\angle OAB=\frac{\pi}{2}$, $\overline{OA}=10$ 인 직각삼각형 OAB 가 있다. 변 OB 위에 있는 $\overline{OC}=10$ 인 점 C 에 대하여 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 $f(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta\rightarrow +0}\frac{f(\theta)}{\theta}$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

29. 함수 $f(x) = \sin \frac{x^2}{2}$ 에 대한 설명으로 옳은 것만을

<보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $0 < x < 1$ 일 때, $x^2 \sin \frac{x^2}{2} < f(x) < \cos \frac{x^2}{2}$ 이다.

ㄴ. 구간 $(0, 1)$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 는 위로 볼록하다.

ㄷ. $\int_0^1 f(x) dx \leq \frac{1}{2} \sin \frac{1}{2}$

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

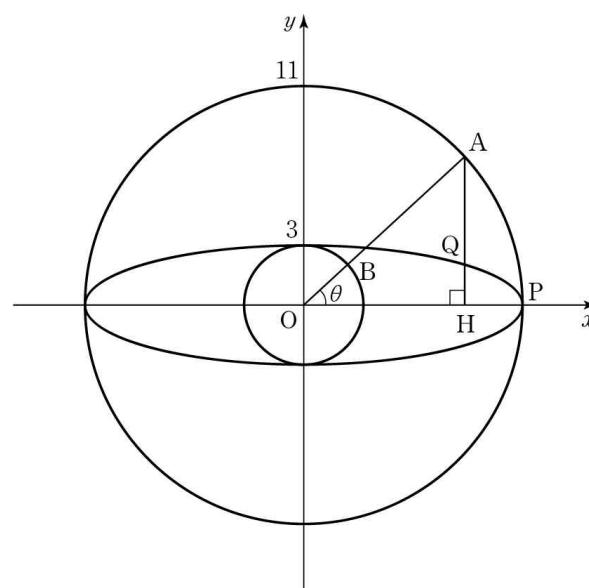
⑤ ㄴ, ㄷ

30. 좌표평면 위에 타원 $\frac{x^2}{11^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$ 과 점 $P(11, 0)$ 이 있고,

원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 11인 원 C_1 과 원점을
중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원 C_2 가 있다.

제1사분면에 있는 원 C_1 위의 점 A에 대하여 선분 OA와
원 C_2 의 교점을 B, 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 H,
선분 AH와 타원의 교점을 Q, 선분 OA가 x 축의 양의 방향과
이루는 각의 크기를 θ 라 하자. 삼각형 ABQ의 넓이를 S_1 이라
하고, 삼각형 APQ의 넓이를 S_2 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{S_2}{\theta^2 \cdot S_1} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는
서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
하시오.

29. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여 정적분

$$\int_0^1 \{f'(x)g(1-x) - g'(x)f(1-x)\} dx$$

의 값을 k 라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_0^1 \{f(x)g'(1-x) - g(x)f'(1-x)\} dx = -k$

ㄴ. $f(0) = f(1)$ 이고 $g(0) = g(1)$ 이면, $k = 0$ 이다.

ㄷ. $f(x) = \ln(1+x^4)$ 이고 $g(x) = \sin \pi x$ 이면, $k = 0$ 이다.

- ① ㄴ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

30. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$\begin{cases} x = 4(\cos t + \sin t) \\ y = \cos 2t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

이다. 점 P가 $t = 0$ 에서 $t = 2\pi$ 까지 움직인 거리(경과 거리)를 $a\pi$ 라 할 때, a^2 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

29. 세 양수 a, b, c 에 대하여

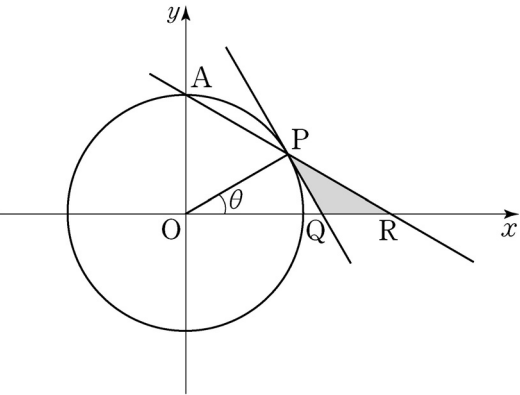
$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^a \ln \left(b + \frac{c}{x^2} \right) = 2$$

일 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

단답형

30. 좌표평면에서 중심이 원점 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 P 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q , 점 $A(0, 1)$ 과 점 P 를 지나는 직선이 x 축과 만나는 점을 R 라 하자. $\angle QOP = \theta$ 라 하고 삼각형 PQR 의 넓이를 $S(\theta)$ 라고 하자. $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = \alpha$ 일 때, 100α 의 값을 구하시오. (단, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.) [4점]



* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
하시오.

29. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 다음 표는 x 의 값에 따른 $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$ 의 변화 중 일부를 나타낸 것이다.

x	$x < 1$	$x = 1$	$1 < x < 3$	$x = 3$
$f'(x)$		0		1
$f''(x)$	+		+	0
$f(x)$		$\frac{\pi}{2}$		π

함수 $g(x) = \sin(f(x))$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $g'(3) = -1$

ㄴ. $1 < a < b < 3$ 이면 $-1 < \frac{g(b) - g(a)}{b - a} < 0$ 이다.

ㄷ. 점 $P(1, 1)$ 은 곡선 $y = g(x)$ 의 변곡점이다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

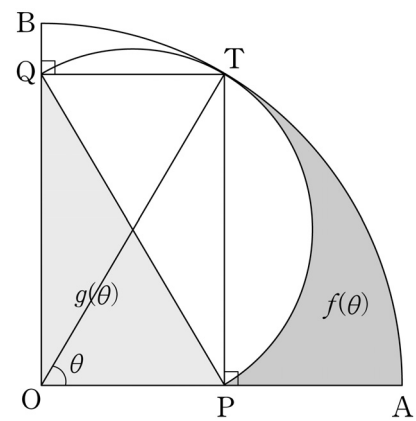
④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

30. 그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 T에서 선분 OA와 선분 OB에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하고 $\angle TOP = \theta$ 라 하자. 점 P와 점 Q를 지름의 양끝으로 하고 점 T를 지나는 반원을 C라 할 때, 반원 C의 호 TP, 선분 PA, 부채꼴 OAT의 호 AT로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 OPQ의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\theta + f(\theta)}{g(\theta)} = a$ 일 때, $100a$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

29. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^2 f(x)dx$ 의 최솟값은? [4점]

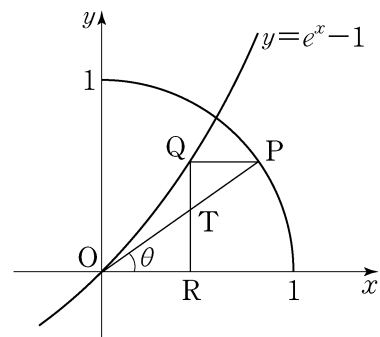
- (가) $f(0)=1, f'(0)=1$
 (나) $0 < a < b < 2$ 이면 $f'(a) \leq f'(b)$ 이다.
 (다) 구간 $(0, 1)$ 에서 $f''(x)=e^x$ 이다.

- ① $\frac{1}{2}e-1$ ② $\frac{3}{2}e-1$ ③ $\frac{5}{2}e-1$
 ④ $\frac{7}{2}e-2$ ⑤ $\frac{9}{2}e-2$

단답형

30. 좌표평면에서 그림과 같이 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P에 대하여 선분 OP가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)라 하자. 점 P를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=e^x-1$ 과 만나는 점을 Q라 하고, 점 Q에서 x 축에 내린 수선의 발을 R라 하자. 선분 OP와 선분 QR의 교점을 T라 할 때, 삼각형 ORT의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = a$ 일 때, $60a$ 의 값을 구하시오. [4점]



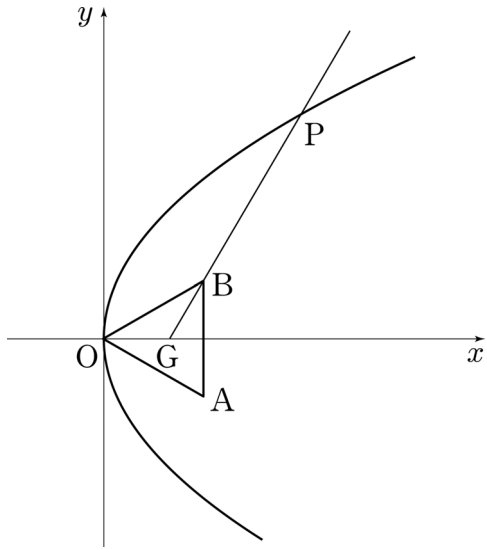
* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

12

수리 영역(가형)

29. 그림과 같이 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 OAB의 무게중심 G가 x 축 위에 있다. 꼭짓점이 O이고 초점이 G인 포물선과 직선 GB가 제1사분면에서 만나는 점을 P라 할 때, 선분 GP의 길이를 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



30. 100 이하의 자연수 전체의 집합을 S 라 할 때, $n \in S$ 에 대하여 집합

$$\{k \mid k \in S \text{ 이고 } \log_2 n - \log_2 k \text{ 는 정수}\}$$

의 원소의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. 예를 들어, $f(10) = 5$ 이고 $f(99) = 1$ 이다. 이때, $f(n) = 1$ 인 n 의 개수를 구하시오. [4점]

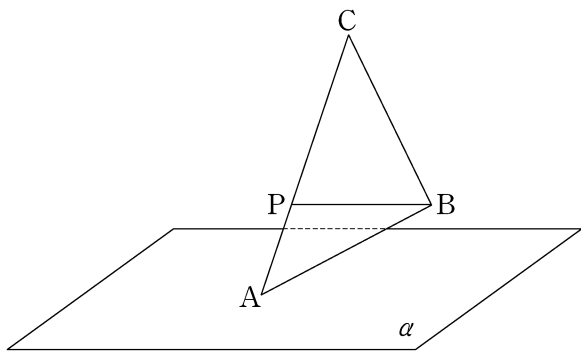
* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

12

수리 영역(가형)

29. 그림과 같이 평면 α 위에 점 A가 있고 α 로부터의 거리가 각각 1, 3인 두 점 B, C가 있다. 선분 AC를 1:2로 내분하는 점 P에 대하여 $\overline{BP}=4$ 이다. 삼각형 ABC의 넓이가 9일 때, 삼각형 ABC의 평면 α 위로의 정사영의 넓이를 S 라 하자. S^2 의 값을 구하시오. [4점]



30. 자연수 n 에 대하여 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 a_n 이라 하자.

- (가) 정사각형의 각 변은 좌표축에 평행하고, 두 대각선의 교점은 $(n, 2^n)$ 이다.
 (나) 정사각형과 그 내부에 있는 점 (x, y) 중에서 x 가 자연수이고, $y=2^x$ 을 만족시키는 점은 3개뿐이다.

예를 들어 $a_1 = 12$ 이다. $\sum_{k=1}^7 a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

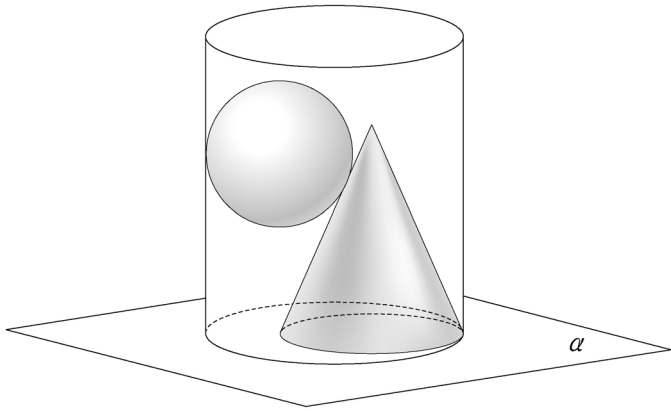
* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

29. 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 7인 원기둥과 밑면의 반지름의 길이가 5이고 높이가 12인 원뿔이 평면 α 위에 놓여 있고, 원뿔의 밑면의 둘레가 원기둥의 밑면의 둘레에 내접한다. 평면 α 와 만나는 원기둥의 밑면의 중심을 O, 원뿔의 꼭짓점을 A라 하자. 중심이 B이고 반지름의 길이가 4인 구 S가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 구 S는 원기둥과 원뿔에 모두 접한다.
(나) 두 점 A, B의 평면 α 위로의 정사영이 각각 A', B'일 때, $\angle A'OB' = 180^\circ$ 이다.

직선 AB와 평면 α 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan\theta = p$ 이다. $100p$ 의 값을 구하시오. (단, 원뿔의 밑면의 중심과 점 A'은 일치한다.) [4점]



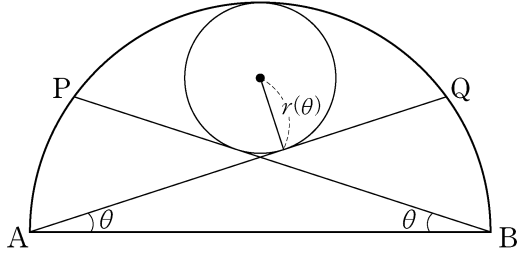
30. 자연수 a, b 에 대하여 곡선 $y = a^{x+1}$ 과 곡선 $y = b^x$ 이 직선 $x = t$ ($t \geq 1$)와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 다음 조건을 만족시키는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. 예를 들어, $a = 4, b = 5$ 는 다음 조건을 만족시킨다. [4점]

- (가) $2 \leq a \leq 10, 2 \leq b \leq 10$
(나) $t \geq 1$ 인 어떤 실수 t 에 대하여 $\overline{PQ} \leq 10$ 이다.

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 두 점 P, Q를 $\angle ABP = \angle BAQ = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)가 되도록 잡는다. 두 선분 AQ, BP와 호 PQ에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}-0} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{4}-\theta} = p\sqrt{2} + q$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]



30. 3보다 큰 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 을 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 a 라 하자.

- (가) $a \geq 3$
 (나) 두 점 $(2, 0)$, $(a, \log_n a)$ 를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 보다 작거나 같다.

예를 들어 $f(5) = 4$ 이다. $\sum_{n=4}^{30} f(n)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

12

수리 영역(가형)

29. 좌표공간에서 네 점 A_0, A_1, A_2, A_3 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad |\overrightarrow{A_0A_2}| = |\overrightarrow{A_1A_3}| = 2$$

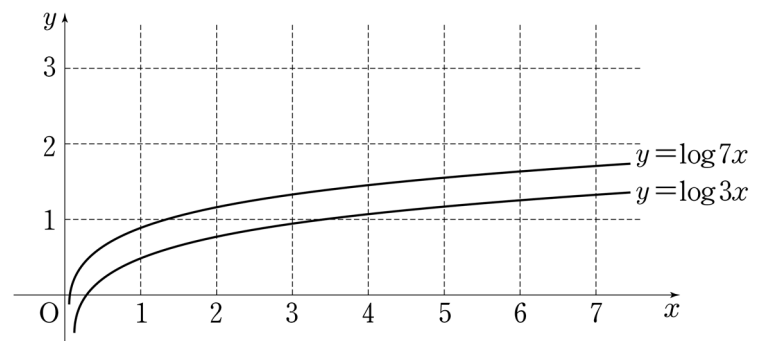
$$(나) \quad \frac{1}{2} \overrightarrow{A_0A_3} \cdot \left(\overrightarrow{A_0A_k} - \frac{1}{2} \overrightarrow{A_0A_3} \right) = \cos \frac{3-k}{3} \pi \quad (k = 1, 2, 3)$$

$|\overrightarrow{A_1A_2}|$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M^2 의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 정사각형 중 두 함수 $y = \log 3x$, $y = \log 7x$ 의 그래프와 모두 만나는 것의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 꼭짓점의 x 좌표, y 좌표가 모두 자연수이고 한 변의 길이가 1이다.

(나) 꼭짓점의 x 좌표는 모두 100 이하이다.



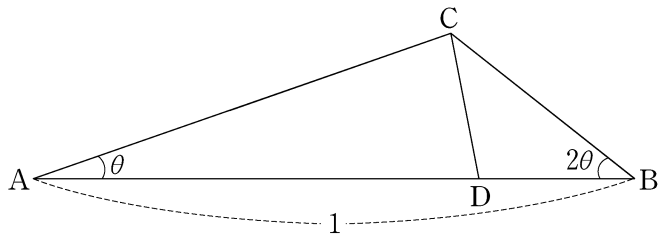
* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

29. 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=1$ 이고 $\angle A=\theta$, $\angle B=2\theta$ 이다.
 변 AB 위의 점 D를 $\angle ACD=2\angle BCD$ 가 되도록 잡는다.

$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\overline{CD}}{\theta} = a$ 일 때, $27a^2$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이다.) [4점]



30. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 영역

$$\{(x, y) \mid 2^x - n \leq y \leq \log_2(x+n)\}$$

에 속하는 점 중 다음 조건을 만족시키는 점의 개수를 a_n 이라 하자.

- (가) x 좌표와 y 좌표는 서로 같다.
 (나) x 좌표와 y 좌표는 모두 정수이다.

예를 들어, $a_1=2$, $a_2=4$ 이다. $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
 하시오.

12

수학 영역(B형)

29. 좌표평면에서 포물선 $y^2 = 16x$ 위의 점 A에 대하여 점 B는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 A가 원점이면 점 B도 원점이다.
 (나) 점 A가 원점이 아니면 점 B는 점 A, 원점 그리고 점 A에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심이다.

점 A가 포물선 $y^2 = 16x$ 위를 움직일 때 점 B가 나타내는 곡선을 C 라 하자. 점 $(3, 0)$ 을 지나는 직선이 곡선 C 와 두 점 P, Q에서 만나고 $\overline{PQ} = 20$ 일 때, 두 점 P, Q의 x 좌표의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면에서 곡선 $y = x^2 + x$ 위의 두 점 A, B의 x 좌표를 각각 s, t ($0 < s < t$)라 하자. 양수 k 에 대하여 두 직선 OA, OB와 곡선 $y = x^2 + x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 k 가 되도록 하는 점 (s, t) 가 나타내는 곡선을 C 라 하자. 곡선 C 위의 점 중에서 점 $(1, 0)$ 과의 거리가 최소인 점의 x 좌표가 $\frac{2}{3}$ 일 때, $k = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 0은 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

12

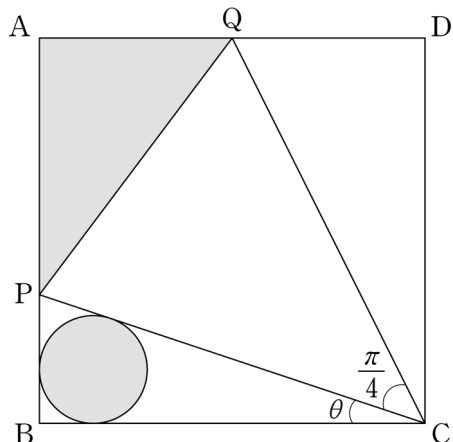
수학 영역(B형)

짜수형

29. 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD의 변 AB 위의 점 P에 대하여 $\angle BCP = \theta$ 라 하고, 변 AD 위의 점 Q를 $\angle PCQ = \frac{\pi}{4}$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 APQ의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 BCP의 내접원의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{g(\theta)}{\theta \times f(\theta)} = \frac{q}{p}\pi$$

이다. $10p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

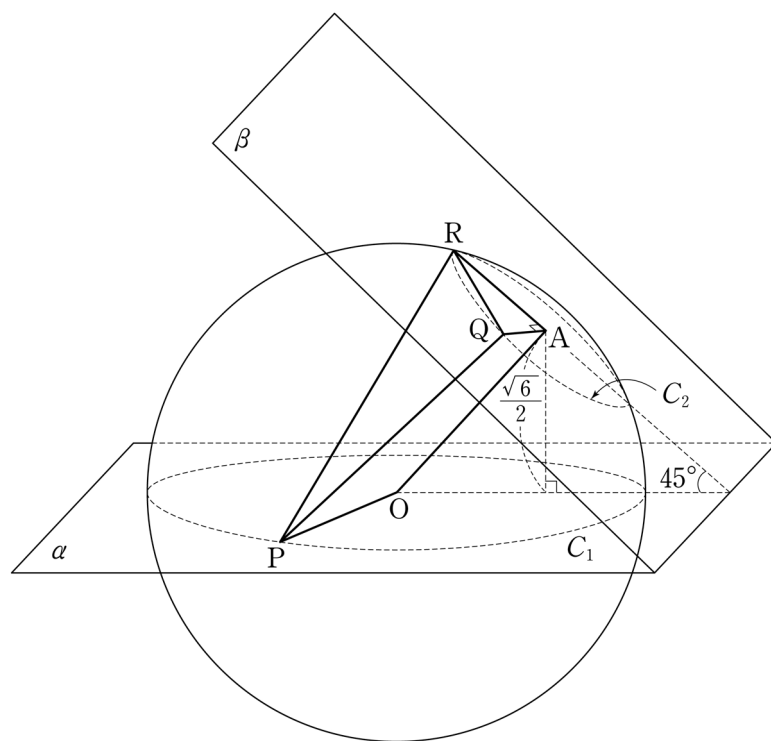


30. 반지름의 길이가 2인 구의 중심 O를 지나는 평면을 α 라 하고, 평면 α 와 이루는 각이 45° 인 평면을 β 라 하자. 평면 α 와 구가 만나서 생기는 원을 C_1 , 평면 β 와 구가 만나서 생기는 원을 C_2 라 하자. 원 C_2 의 중심 A와 평면 α 사이의 거리가 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 일 때, 그림과 같이 다음 조건을 만족하도록 원 C_1 위에 점 P, 원 C_2 위에 두 점 Q, R를 잡는다.

(가) $\angle QAR = 90^\circ$

(나) 직선 OP와 직선 AQ는 서로 평행하다.

평면 PQR와 평면 AQPO가 이루는 각을 θ 라 할 때, $\cos^2 \theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

12

수학 영역(B형)

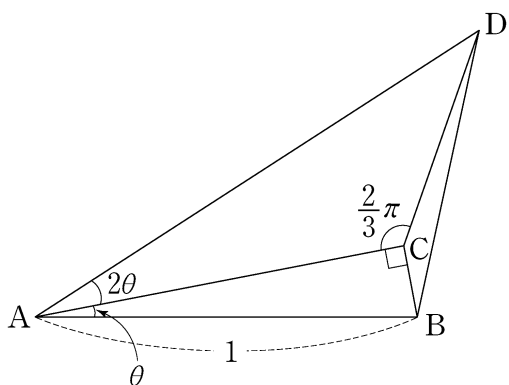
29. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 빗변으로 하고

$\angle BAC = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)인 직각삼각형 ABC에 대하여 점 D를

$$\angle ACD = \frac{2}{3}\pi, \quad \angle CAD = 2\theta$$

가 되도록 잡는다. 삼각형 BCD의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = p$ 이다. $300p^2$ 의 값을 구하시오. (단, 네 점 A, B, C, D는 한 평면 위에 있다.) [4점]



30. 두 연속함수 $f(x)$, $g(x)$ 가

$$g(e^x) = \begin{cases} f(x) & (0 \leq x < 1) \\ g(e^{x-1}) + 5 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

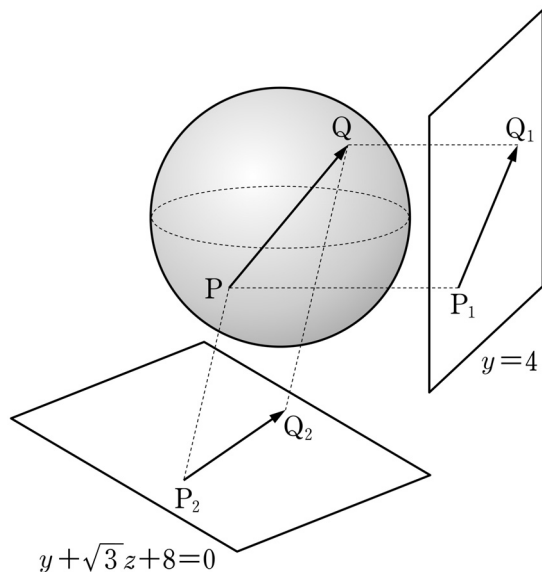
를 만족시키고, $\int_1^{e^2} g(x) dx = 6e^2 + 4$ 이다.

$\int_1^e f(\ln x) dx = ae + b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a , b 는 정수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

29. 좌표공간에서 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 두 점 P, Q에서 평면 $y=4$ 에 내린 수선의 발을 각각 P_1 , Q_1 이라 하고, 평면 $y + \sqrt{3}z + 8 = 0$ 에 내린 수선의 발을 각각 P_2 , Q_2 라 하자. $2|\overrightarrow{PQ}|^2 - |\overrightarrow{P_1Q_1}|^2 - |\overrightarrow{P_2Q_2}|^2$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



30. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x) = f(x)e^{-x}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 $(1, g(1))$ 과 점 $(4, g(4))$ 는 곡선 $y = g(x)$ 의 변곡점이다.
 (나) 점 $(0, k)$ 에서 곡선 $y = g(x)$ 에 그은 접선의 개수가 3인 k 의 값의 범위는 $-1 < k < 0$ 이다.

$g(-2) \times g(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

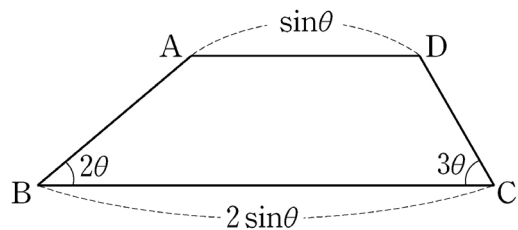
* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

12

수학 영역(B형)

29. 그림과 같이 사다리꼴 ABCD에서 변 AD와 변 BC가
 평행하고 $\angle B = 2\theta$, $\angle C = 3\theta$, $\overline{BC} = 2\sin\theta$, $\overline{AD} = \sin\theta$ 이다.
 사다리꼴 ABCD의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$
 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, p 와 q 는
 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을
 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $1 \leq f'(x) \leq 3$ 이다.
 (나) 모든 정수 n 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는
 점 $(4n, 8n)$, 점 $(4n+1, 8n+2)$, 점 $(4n+2, 8n+5)$,
 점 $(4n+3, 8n+7)$ 을 모두 지난다.
 (다) 모든 정수 k 에 대하여 닫힌 구간 $[2k, 2k+1]$ 에서
 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의
 일부이다.

$\int_3^6 f(x) dx = a$ 라 할 때, $6a$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
 하시오.

12

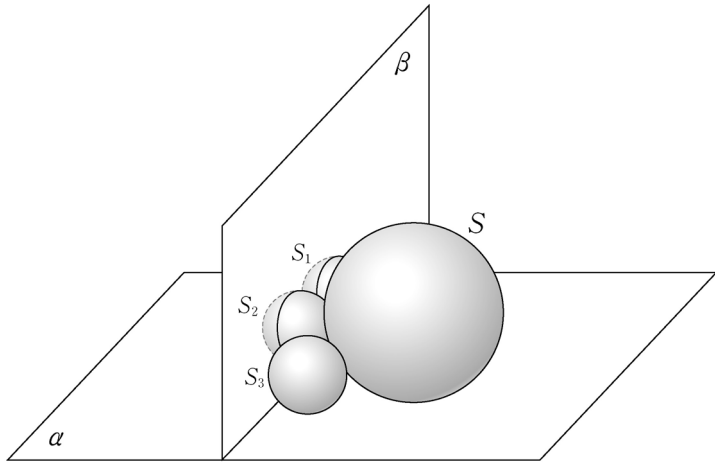
수학 영역(B형)

29. 그림과 같이 평면 α 위에 놓여 있는 서로 다른 네 구 S , S_1 , S_2 , S_3 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) S 의 반지름의 길이는 3이고, S_1 , S_2 , S_3 의 반지름의 길이는 1이다.
 (나) S_1 , S_2 , S_3 은 모두 S 에 접한다.
 (다) S_1 은 S_2 와 접하고, S_2 는 S_3 과 접한다.

S_1 , S_2 , S_3 의 중심을 각각 O_1 , O_2 , O_3 이라 하자. 두 점 O_1 , O_2 를 지나고 평면 α 에 수직인 평면을 β , 두 점 O_2 , O_3 을 지나고 평면 α 에 수직인 평면이 S_3 과 만나서 생기는 단면을 D 라 하자. 단면 D 의 평면 β 위로의 정사영의 넓이를 $\frac{q}{p}\pi$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]



30. 양의 실수 전체의 집합에서 감소하고 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f(x) > 0$ 이다.
 (나) 임의의 양의 실수 t 에 대하여 세 점 $(0, 0)$, $(t, f(t))$, $(t+1, f(t+1))$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 $\frac{t+1}{t}$ 이다.

(다) $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = 2$

$\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}} \frac{f(x)}{x} dx = \frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

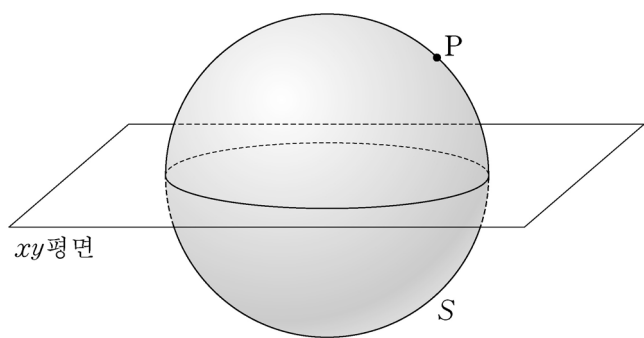
12

수학 영역(B형)

홀수형

29. 좌표공간에 구 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 50$ 과 점 $P(0, 5, 5)$ 가 있다. 다음 조건을 만족시키는 모든 원 C 에 대하여 C 의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이의 최댓값을 $\frac{q}{p}\pi$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- (가) 원 C 는 점 P 를 지나는 평면과 구 S 가 만나서 생긴다.
(나) 원 C 의 반지름의 길이는 1이다.



30. 함수 $f(x) = e^{x+1} - 1$ 과 자연수 n 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = 100|f(x)| - \sum_{k=1}^n |f(x^k)|$$

- 이라 하자. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

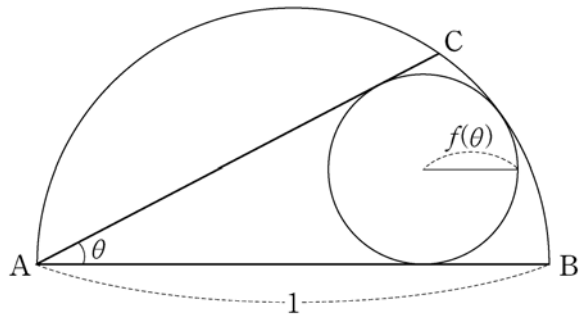
12

수학 영역(B형)

29. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 점 C를 잡고 $\angle BAC = \theta$ 라 하자. 호 BC와 두 선분 AB, AC에 동시에 접하는 원의 반지름의 길이를 $f(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\tan \frac{\theta}{2} - f(\theta)}{\theta^2} = \alpha$$

이다. 100α 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



30. 정의역이 $\{x \mid 0 \leq x \leq 8\}$ 이고 다음 조건을 만족시키는 모든 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^8 f(x) dx$ 의 최댓값은 $p + \frac{q}{\ln 2}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 자연수이고, $\ln 2$ 는 무리수이다.) [4점]

(가) $f(0) = 1$ 이고 $f(8) \leq 100$ 이다.

(나) $0 \leq k \leq 7$ 인 각각의 정수 k 에 대하여

$$f(k+t) = f(k) \quad (0 < t \leq 1)$$

또는

$$f(k+t) = 2^t \times f(k) \quad (0 < t \leq 1)$$

이다.

(다) 열린 구간 $(0, 8)$ 에서 함수 $f(x)$ 가 미분가능하지 않은 점의 개수는 2이다.

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

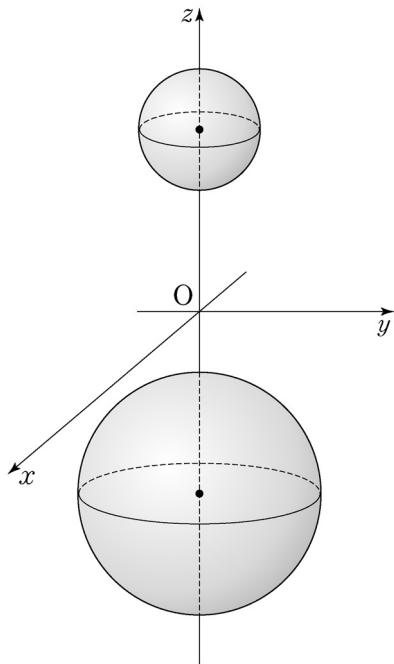
12

수학 영역(B형)

29. 좌표공간에 두 개의 구

$$S_1 : x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1, \quad S_2 : x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 4$$

가 있다. 점 $P\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{6}, 0\right)$ 을 포함하고 S_1 과 S_2 에 동시에 접하는 평면을 α 라 하자. 점 $Q(k, -\sqrt{3}, 2)$ 가 평면 α 위의 점일 때 $120k$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 양수 a 와 두 실수 b, c 에 대하여 함수

$$f(x) = (ax^2 + bx + c)e^x \text{ 은 다음 조건을 만족시킨다.}$$

- (가) $f(x)$ 는 $x = -\sqrt{3}$ 과 $x = \sqrt{3}$ 에서 극값을 갖는다.
 (나) $0 \leq x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_2) - f(x_1) + x_2 - x_1 \geq 0$ 이다.

세 수 a, b, c 의 곱 abc 의 최댓값을 $\frac{k}{e^3}$ 라 할 때, $60k$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

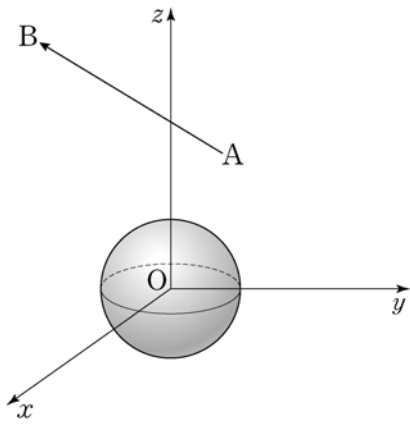
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

29. 좌표공간의 두 점 $A(2, \sqrt{2}, \sqrt{3})$, $B(1, -\sqrt{2}, 2\sqrt{3})$ 에 대하여 점 P 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\overrightarrow{AP}|=1$

(나) $\overrightarrow{AP}$ 와 $\overrightarrow{AB}$ 가 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{6}$ 이다.

중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 구 위의 점 Q 에 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값이 $a+b\sqrt{33}$ 이다. $16(a^2+b^2)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \leq b$ 일 때, $f(x) = a(x-b)^2 + c$ 이다. (단, a, b, c 는 상수이다.)

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = \int_0^x \sqrt{4-2f(t)} dt$ 이다.

$\int_0^6 f(x) dx = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

29. 양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(t)$ 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 1)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$\begin{cases} x = 2\ln t \\ y = f(t) \end{cases}$$

이다. 점 P가 점 $(0, f(1))$ 로부터 움직인 거리가 s 가 될 때
시각 t 는 $t = \frac{s + \sqrt{s^2 + 4}}{2}$ 이고, $t = 2$ 일 때 점 P의 속도는
 $\left(1, \frac{3}{4}\right)$ 이다. 시각 $t = 2$ 일 때 점 P의 가속도를 $\left(-\frac{1}{2}, a\right)$ 라
할 때, $60a$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가
상수 $a(0 < a < 2\pi)$ 와 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을
만족시킨다.

(가) $f(x) = f(-x)$

(나) $\int_x^{x+a} f(t)dt = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

닫힌 구간 $\left[0, \frac{a}{2}\right]$ 에서 두 실수 b, c 에 대하여
 $f(x) = b\cos(3x) + c\cos(5x)$ 일 때 $abc = -\frac{q}{p}\pi$ 이다.
 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)
[4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
하시오.