

제 2 교시

수리 영역(나형)

5 지선다형

1. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A$ 의 모든 성분의 합은?

[2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 2}{8n^3 + 5}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 1$, $a_4 = 7$ 일 때, $a_2 + a_3$ 의 값은?

[2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

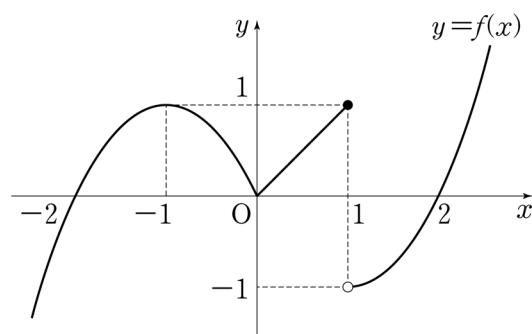
- i) 무수히 많은 해를 갖도록 하는 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

2

수리 영역(나형)

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \text{의 값은? [3점]}$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 어떤 물질이 녹아 있는 용액에 단색광을 투과시킬 때 투과 전 단색광의 세기에 대한 투과 후 단색광의 세기의 비를 그 단색광의 투과도라고 한다. 투과도를 T , 단색광이 투과한 길이를 l , 용액의 농도를 d 라 할 때, 다음 관계가 성립한다.

$$\log T = -kld \quad (\text{단, } k\text{는 양의 상수이다.})$$

◎ 물질에 대하여 투과길이가 l_0 ($l_0 > 0$)이고 용액의 농도가 $3d_0$ ($d_0 > 0$)일 때의 투과도를 T_1 , 투과길이가 $2l_0$ 이고 용액의 농도가 $4d_0$ 일 때의 투과도를 T_2 라 하자. $T_2 = T_1^n$ 을 만족시키는 n 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{13}{6}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

6. $(\sqrt[3]{2\sqrt{4}})^3$ 보다 큰 자연수 중 가장 작은 것은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

수리 영역(나형)

3

8. 5명의 학생 A, B, C, D, E가 김밥, 만두, 쫄면 중에서 서로 다른 2종류의 음식을 뾰와 같이 선택하였다. 이 5명 중에서 임의로 뽑힌 한 학생이 만두를 선택한 학생일 때, 이 학생이 쫄면도 선택하였을 확률은? [3점]

	A	B	C	D	E
김밥	○	○		○	
만두	○	○	○		○
쫄면			○	○	○

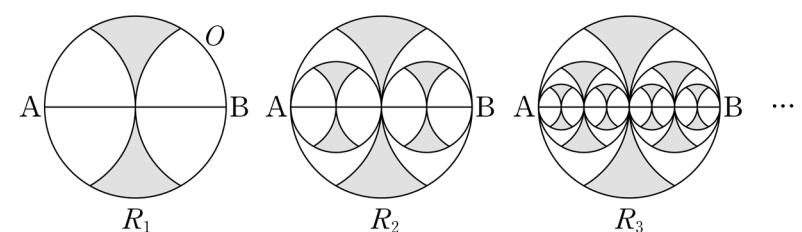
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

9. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O 가 있다. A, B를 각각 중심으로 하고 원 O 와 반지름의 길이가 같은 두 원의 외부와 원 O 의 내부의 공통부분인 \times 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 AB를 2등분한 선분을 각각 지름으로 하는 두 원을 그리고, 이 두 원 안에 각각 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 \times 모양의 두 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 선분 AB를 4등분한 선분을 각각 지름으로 하는 네 원을 그리고, 이 네 원 안에 각각 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 \times 모양의 네 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 \times 모양의 모든 도형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때,
 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $3\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$ ② $2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$ ③ $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$
 ④ $3\sqrt{3} - \pi$ ⑤ $3\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$

4

수리 영역(나형)

10. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(6, \frac{2}{3}\right)$ 를 따를 때, $V(-3X+2)$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

12. 주머니 안에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 있다. 주머니에서 잡이 2장의 카드를 임의로 뽑고 읊이 남은 2장의 카드 중에서 1장의 카드를 임의로 뽑을 때, 잡이 뽑은 2장의 카드에 적힌 수의 곱이 읊이 뽑은 카드에 적힌 수보다 작을 확률은? [3점]

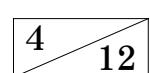
- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

11. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1a_5 = 9, a_2a_6 = 36$$

일 때, $8(a_1a_2 + a_3a_4)$ 의 값은? [3점]

- ① 153 ② 157 ③ 161 ④ 165 ⑤ 169



수리 영역(나형)

5

13. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} a & (x \leq 1) \\ -x+2 & (x > 1) \end{cases}$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, a 는 상수이다.) [3점]

<보기>

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = 1$
- ㄴ. $a=0$ 이면 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.
- ㄷ. 함수 $y=(x-1)f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 다음 [단계]에 따라 정육각형이 인접해 있는 모양의 도형에 자연수를 적는다.

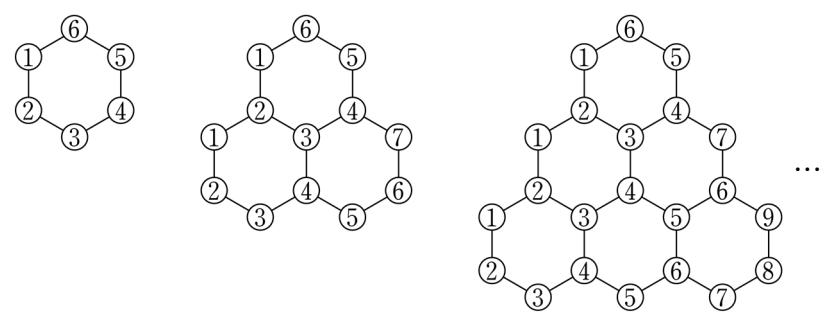
[단계 1] <그림 1>과 같이 한 개의 정육각형을 그리고, 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적는다.

[단계 2] <그림 1>의 아래에 2개의 정육각형을 그리고, 새로 생긴 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적어서 <그림 2>를 얻는다.

⋮

[단계 n] <그림 $n-1$ >의 아래에 n 개의 정육각형을 그리고, 새로 생긴 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적어서 <그림 n >을 얻는다.

<그림 6>에 적혀있는 모든 수의 합은? [4점]



<그림 1>

<그림 2>

<그림 3>

- ① 338 ② 349 ③ 360 ④ 371 ⑤ 382

6

수리 영역(나형)

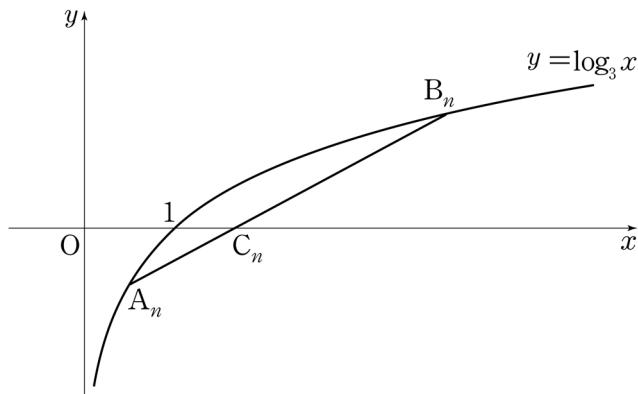
15. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프 위의 x 좌표가 $\frac{1}{n}$ 인 점을 A_n 이라 하자. 그래프 위의 점 B_n 과 x 축 위의 점 C_n 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 C_n 은 선분 A_nB_n 과 x 축의 교점이다.

(나) $\overline{A_nC_n} : \overline{C_nB_n} = 1 : 2$

점 C_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1



16. 역행렬이 존재하는 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$(A+B)(A^{-1}+B^{-1})=4E$$

를 만족시킨다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보기>

ㄱ. $A^{-1}+B^{-1}$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $A=E$ 면 $B=E$ 이다.

ㄷ. $AB=\frac{1}{2}E$ 면 $A^2+B^2=E$ 이다.

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수리 영역(나형)

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = -\frac{4}{9}$ 이고,

$$2^n a_{n+1} - 2^{n+1} a_n = n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식 $2^n a_{n+1} - 2^{n+1} a_n = n$ 의 양변을 2^{2n+1} 으로 나누면

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} - \frac{a_n}{2^n} = \frac{n}{2^{2n+1}} \quad (n \geq 1)$$

이므로 $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여

$$\frac{a_n}{2^n} = \frac{a_1}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k+1}} \dots \dots (*)$$

이다. 한편

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k+1}} &= \frac{2}{3} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k}} - \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k}} \right) \\ &= \frac{2}{3} \left\{ \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \dots + \frac{n-1}{4^{n-1}} \right) - \left(\frac{1}{4^2} + \frac{2}{4^3} + \dots + \frac{n-1}{4^n} \right) \right\} \\ &= \frac{2}{3} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{4^k} - \frac{\boxed{(가)}}{4^n} \right) \end{aligned}$$

이므로 (*)에 의하여

$$\begin{aligned} a_n &= \boxed{(나)} + \frac{2^{n+1}}{3} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{4^k} - \frac{\boxed{(가)}}{4^n} \right) \\ &= -\frac{3n+1}{9 \cdot 2^{n-1}} \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때,
 $f(10) \times g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① -64 ② -56 ③ -48 ④ -40 ⑤ -32

18. ◇차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \int \{x^2 + f(x)\} dx, \quad f(x) g(x) = -2x^4 + 8x^3$$

을 만족시킬 때, $g(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8

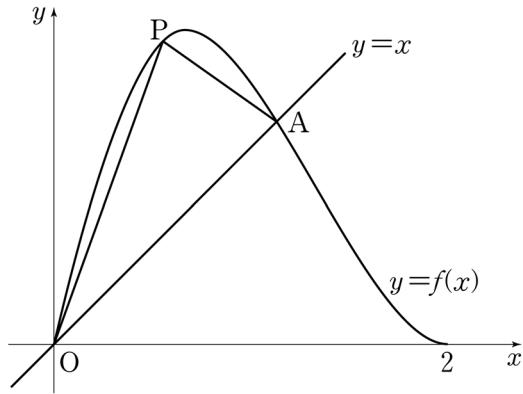
수리 영역(나형)

19. 닫힌 구간 $[0, 2]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = ax(x-2)^2 \quad \left(a > \frac{1}{2}\right)$$

에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x$ 의 교점 중 원점 O가 아닌 점을 A라 하자. 점 P가 원점으로부터 점 A까지 곡선 $y=f(x)$ 위를 움직일 때, 삼각형 OAP의 넓이가 최대가 되는 점 P의 x 좌표가 $\frac{1}{2}$ 이다. 상수 a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{17}{12}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{19}{12}$



20. 어느 공장에서 생산하는 제품의 무게는 모평균이 m ,

모표준편차가 $\frac{1}{2}$ 인 정규분포를 따른다고 한다.

이 공장에서 생산한 제품 중에서 25개를 임의추출하여 신뢰도 95%로 추정한 모평균 m 에 대한 신뢰구간이 $[a, b]$ 일 때,
 $P(|Z| \leq c) = 0.95$ 를 만족시키는 c 를 a, b 로 나타낸 것은?
(단, 확률변수 Z 는 표준정규분포를 따른다.) [4점]

- ① $3(b-a)$ ② $\frac{7}{2}(b-a)$ ③ $4(b-a)$
 ④ $\frac{9}{2}(b-a)$ ⑤ $5(b-a)$

수리 영역(나형)

9

21. 좌표평면에서 두 함수

$$f(x) = 6x^3 - x, \quad g(x) = |x - a|$$

의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수
 a 의 값의 합은? [4점]

- ① $-\frac{11}{18}$ ② $-\frac{5}{9}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{4}{9}$ ⑤ $-\frac{7}{18}$

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x}{x + 1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\int_{-2}^2 x(3x + 1)dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

9
12

10

수리 영역(나형)

24. 다항식 $(1+ax)^5$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 1440일 때,
양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x) = x^3 + 4x - 2$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h)-f(1)}{h}$ 의
값을 구하시오. [4점]

25. 그래프 G 를 나타내는 행렬 M 이 다음과 같다.

그래프 G 의 꼭짓점의 개수를 a , 변의 개수를 b 라 할 때,
 $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

27. A 과수원에서 생산하는 풀의 무게는 평균이 86, 표준편차가 15인 정규분포를 따르고, B 과수원에서 생산하는 풀의 무게는 평균이 88, 표준편차가 10인 정규분포를 따른다고 한다. A 과수원에서 임의로 선택한 풀의 무게가 98 이하일 확률과 B 과수원에서 임의로 선택한 풀의 무게가 a 이하일 확률이 같을 때, a 의 값을 구하시오. (단, 풀의 무게의 단위는 g이다.) [4점]

28. 첫째항이 10인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n < a_{n+1}, \quad \sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k)^2 = 2 \left(1 - \frac{1}{9^n}\right)$$

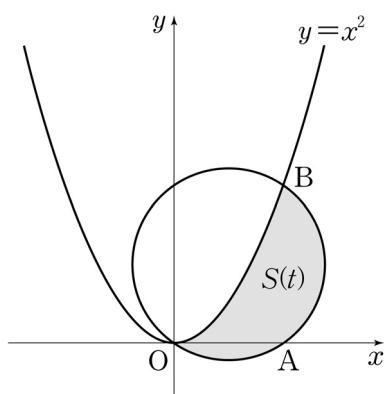
을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

12

수리 영역(나형)

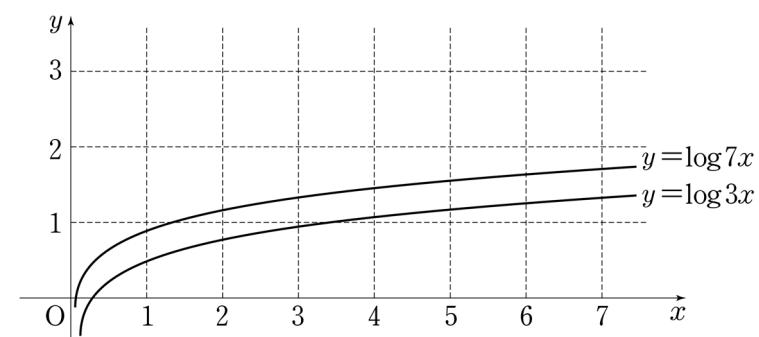
29. 그림과 같이 곡선 $y=x^2$ 과 양수 t 에 대하여

세 점 $O(0, 0)$, $A(t, 0)$, $B(t, t^2)$ 을 지나는 원 C 가 있다.
원 C 의 내부와 부등식 $y \leq x^2$ 이 나타내는 영역의 공통부분의
넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $S'(1)=\frac{p\pi+q}{4}$ 이다.
 p^2+q^2 의 값을 구하시오. (단, p , q 는 정수이다.) [4점]



30. 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 정사각형 중 두 함수 $y=\log 3x$, $y=\log 7x$ 의 그래프와 모두 만나는 것의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 꼭짓점의 x 좌표, y 좌표가 모두 자연수이고 한 변의 길이가 1이다.
(나) 꼭짓점의 x 좌표는 모두 100 이하이다.



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.