

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 + a_3 = 2(a_1 + 12)$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공차는? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. 모든 실수에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$(x-1)f(x) = x^2 - 3x + 2$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 4x + 5$ 이고 $f(0) = 4$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

4. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 두 곡선 $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ 와 $y = \sin 4x$ 가 만나는 점의 개수는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

5. 부등식 $\log_{18}(n^2 - 9n + 18) < 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합은? [3점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

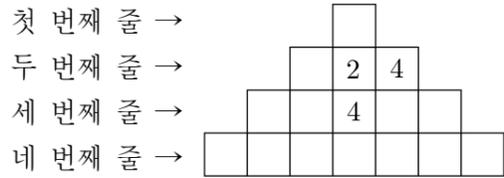
6. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h) - f(2)}{h}$ 의 값은?

[3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 그림은 16개의 칸 중 3개의 칸에 다음 규칙을 만족시키도록 수를 써 넣은 것이다.

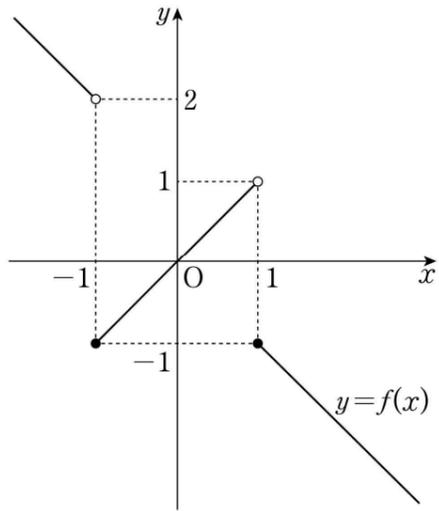
(가) 가로로 인접한 두 칸에서 오른쪽 칸의 수는 왼쪽 칸의 수의 2배이다.
 (나) 세로로 인접한 두 칸에서 아래쪽 칸의 수는 위쪽 칸의 수의 2배이다.



이 규칙을 만족시키도록 나머지 칸에 수를 써 넣을 때, 네 번째 줄에 있는 모든 수의 합은? [3점]

- ① 119 ② 127 ③ 135 ④ 143 ⑤ 151

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



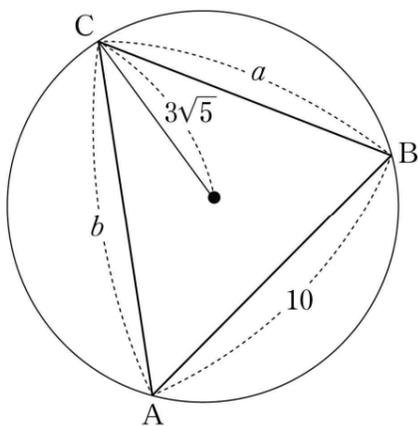
$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x-1) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(f(x))$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

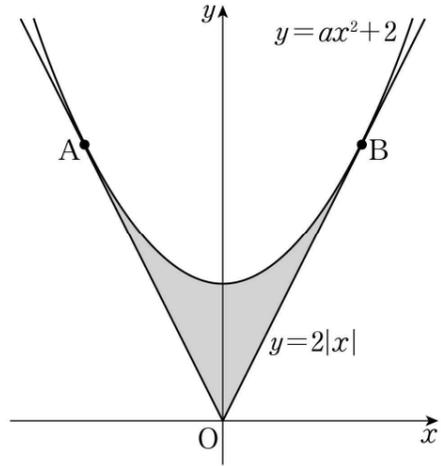
9. 길이가 각각 10, a , b 인 세 선분 AB, BC, CA를 각 변으로 하는 예각삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점을 지나는 원의 반지름의 길이가 $3\sqrt{5}$ 이고

$\frac{a^2 + b^2 - ab \cos C}{ab} = \frac{4}{3}$ 일 때, ab 의 값은? [4점]

- ① 140 ② 150 ③ 160 ④ 170 ⑤ 180



10. 그림과 같이 두 함수 $y=ax^2+2$ 와 $y=2|x|$ 의 그래프가 두 점 A, B에서 각각 접한다. 두 함수 $y=ax^2+2$ 와 $y=2|x|$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, a 는 상수이다.) [4점]



- ① $\frac{13}{6}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{17}{6}$

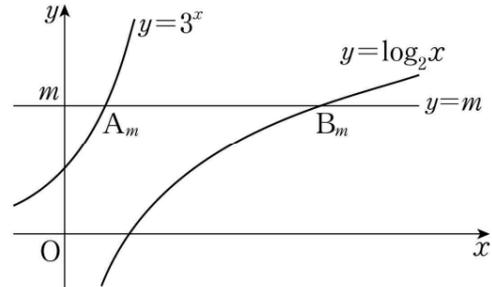
11. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \sum_{k=1}^n k a_k$$

를 만족시킨다. $a_1 = 2$ 일 때, $a_2 + \frac{a_{51}}{a_{50}}$ 의 값은? [4점]

- ① 47 ② 49 ③ 51 ④ 53 ⑤ 55

12. 그림과 같이 자연수 m 에 대하여 두 함수 $y=3^x$, $y=\log_2 x$ 의 그래프와 직선 $y=m$ 이 만나는 점을 각각 A_m , B_m 이라 하자. 선분 $A_m B_m$ 의 길이 중 자연수인 것을 작은 수부터 크기순으로 나열하여 a_1, a_2, a_3, \dots 이라 할 때, a_3 의 값은? [4점]



- ① 502 ② 504 ③ 506 ④ 508 ⑤ 510

13. 0이 아닌 실수 m 에 대하여 두 함수

$$f(x) = 2x^3 - 8x,$$

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{47}{m}x + \frac{4}{m^3} & (x < 0) \\ 2mx + \frac{4}{m^3} & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 있다. 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 와 $g(x)$ 중 크지 않은 값을 $h(x)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $m = -1$ 일 때, $h\left(\frac{1}{2}\right) = -5$ 이다.

ㄴ. $m = -1$ 일 때, 함수 $h(x)$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수는 2이다.

ㄷ. 함수 $h(x)$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수가 1인 양수 m 의 최댓값은 6이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 이차함수 $g(x) = x^2 - 6x + 10$ 에 대하여 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
 (나) 함수 $(g \circ f)(x)$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, 방정식 $g(f(x)) = m$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
 (다) 방정식 $g(f(x)) = 17$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 합은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

15. 두 실수 a ($0 < a < 2\pi$)와 k 에 대하여 $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} \sin x - \frac{1}{2} & (0 \leq x < a) \\ k \sin x - \frac{1}{2} & (a \leq x \leq 2\pi) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값은 $\frac{1}{2}$ 이다.

(나) 방정식 $f(x)=0$ 의 실근의 개수는 3이다.

방정식 $|f(x)| = \frac{1}{4}$ 의 모든 실근의 합을 S 라 할 때,

$20\left(\frac{a+S}{\pi} + k\right)$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

단답형

16. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 위치 x 가

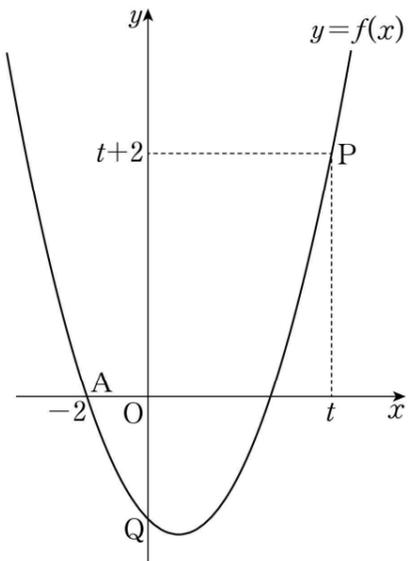
$$x = t^3 - 3t^2 + at \quad (a \text{는 상수})$$

이다. 점 P의 시각 $t=3$ 에서의 속도가 15일 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

17. $10 \leq x < 1000$ 인 실수 x 에 대하여 $\log x^3 - \log \frac{1}{x^2}$ 의 값이

자연수가 되도록 하는 모든 x 의 개수를 구하시오. [3점]

18. 최고차항의 계수가 1이고 두 점 $A(-2, 0)$, $P(t, t+2)$ 를 지나는 이차함수 $f(x)$ 가 있다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 Q 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} (\sqrt{2} \times \overline{AP} - \overline{AQ})$ 의 값을 구하시오. (단, $t \neq -2$) [3점]



19. 좌표평면에서 제1사분면에 점 P 가 있다. 점 P 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 Q 라 하고, 점 Q 를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 할 때, 세 동경 OP , OQ , OR 가 나타내는 각을 각각 α , β , γ 라 하자.

$\sin \alpha = \frac{1}{3}$ 일 때, $9(\sin^2 \beta + \tan^2 \gamma)$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, 시초선은 x 축의 양의 방향이다.) [3점]

20. $0 < a < \frac{4}{7}$ 인 실수 a 와 유리수 b 에 대하여 닫힌구간

$\left[-\frac{\pi}{a}, \frac{2\pi}{a}\right]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2\sin(ax) + b$ 가 있다.

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 두 점 $A\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $B\left(\frac{7}{2}\pi, 0\right)$ 을 지날 때, $30(a+b)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 자연수 n 에 대하여 두 점 $A(0, n+5)$, $B(n+4, 0)$ 과 원점 O 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 AOB 가 있다. 삼각형 AOB 의 내부에 포함된 정사각형 중 한 변의 길이가 1이고 꼭짓점의 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 정사각형의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_t^x f(s)ds$$

라 하자. 상수 a 에 대하여 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f'(a) = 0$
 (나) 함수 $|g(x) - g(a)|$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수는 1이다.

실수 t 에 대하여 $g(a)$ 의 값을 $h(t)$ 라 할 때, $h(3) = 0$ 이고 함수 $h(t)$ 는 $t = 2$ 에서 최댓값 27을 가진다.

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

제 2 교시

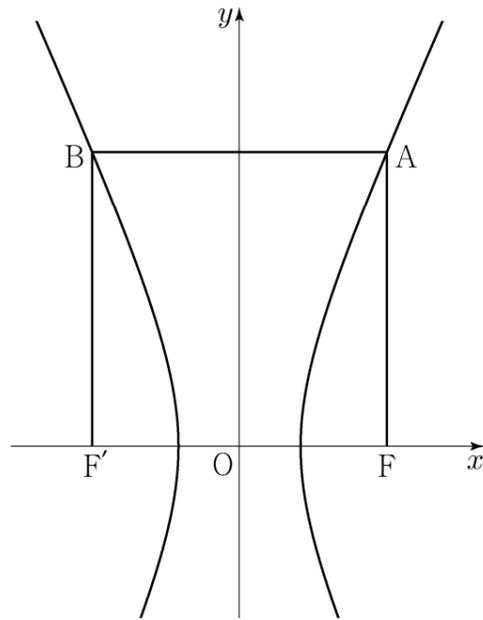
수학 영역(기하)

5 지 선 다 형

23. 포물선 $y^2 - 4y - ax + 4 = 0$ 의 초점의 좌표가 $(3, b)$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 양수이다.) [2점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

24. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)(c > 0)$ 이고 주축의 길이가 2인 쌍곡선이 있다. 점 F 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 쌍곡선과 제1사분면에서 만나는 점을 A , 점 F' 을 지나고 x 축에 수직인 직선이 쌍곡선과 제2사분면에서 만나는 점을 B 라 하자. 사각형 $ABF'F$ 가 정사각형일 때, 정사각형 $ABF'F$ 의 대각선의 길이는? [3점]



- ① $3+2\sqrt{2}$ ② $5+\sqrt{2}$ ③ $4+2\sqrt{2}$
 ④ $6+\sqrt{2}$ ⑤ $5+2\sqrt{2}$

25. 좌표평면에서 점 $P(-2, k)$ 와 초점이 F 인 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 점 Q 에 대하여 $\overline{PQ} = \overline{QF} = 10$ 일 때, 양수 k 의 값은? [3점]
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

26. 좌표평면 위에 두 점 $A(-4, 0)$, $B(4, 0)$ 과 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 이 있다. 쌍곡선 위에 있고 제1사분면에 있는 점 P 에 대하여 $\angle APB = \frac{\pi}{2}$ 일 때, 원점을 중심으로 하고 직선 AP 에 접하는 원의 반지름의 길이는? [3점]
- ① $\sqrt{7}-1$ ② $2\sqrt{2}-1$ ③ $\sqrt{7}$
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{7}+1$

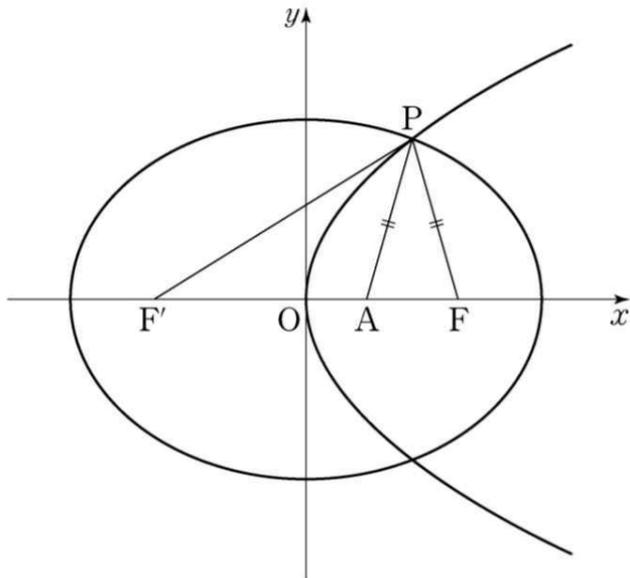
27. 평면에 한 변의 길이가 10인 정삼각형 ABC가 있다.
 $\overline{PB} = \overline{PC} = 2$ 를 만족시키는 점 P에 대하여 선분 PA의 길이가
 최소일 때, 삼각형 PBC의 넓이는? [3점]

- ① $20\sqrt{3}$ ② $21\sqrt{3}$ ③ $22\sqrt{3}$
- ④ $23\sqrt{3}$ ⑤ $24\sqrt{3}$

28. 좌표평면에서 초점이 $A(a, 0)(a > 0)$ 이고 꼭짓점이 원점인
 포물선과 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)(c > a)$ 인 타원의 교점 중
 제1사분면 위의 점을 P라 하자.

$$\overline{AF} = 2, \overline{PA} = \overline{PF}, \overline{FF'} = \overline{PF'}$$

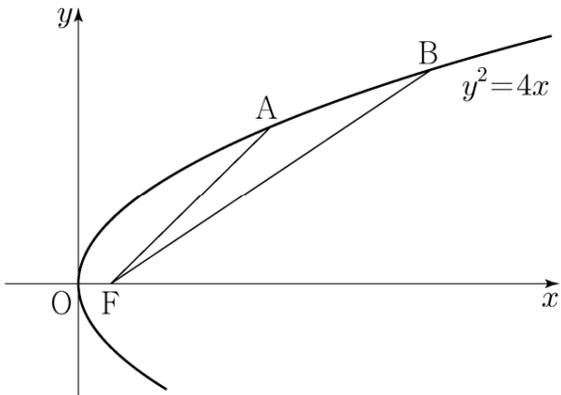
일 때, 타원의 장축의 길이는 $p+q\sqrt{7}$ 이다. p^2+q^2 의 값은? (단,
 p, q 는 유리수이다.)[4점]



- ① 29 ② 31 ③ 33 ④ 35 ⑤ 37

단답형

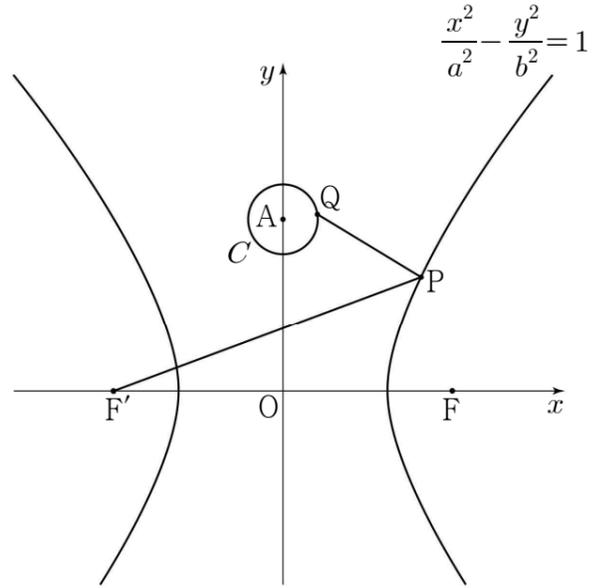
29. 초점이 F인 포물선 $y^2 = 4x$ 위에 서로 다른 두 점 A, B가 있다. 두 점 A, B의 x 좌표는 1보다 큰 자연수이고 삼각형 AFB의 무게중심의 x 좌표가 6일 때, $\overline{AF} \times \overline{BF}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



30. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)(c > 0)$ 이고,

주축의 길이가 6인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과

점 $A(0, 5)$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 C 가 있다. 제1사분면에 있는 쌍곡선 위를 움직이는 점 P와 원 C 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $\overline{PQ} + \overline{PF'}$ 의 최솟값이 12일 때, $a^2 + 3b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 상수이다.) [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.